

PIV 계측에 의한 실린더 근접후류에서 2 차 와류의 특성 연구

성재용* · 유정열**

A Study on Characteristics of Secondary Vortices in the Near Wake of a Circular Cylinder by PIV Measurement

Jaeyong Sung and Jung Yul Yoo

Key Words : Critical Point Theory(임계점 이론), Triple-Decomposition(3 단계 분리), Convection Velocity(대류속도), Wake-Transition(후류 천이), Time-Resolved PIV(고속 PIV)

Abstract

Characteristics of secondary vortices is topologically investigated in the near-wake region of a circular cylinder where the Taylor hypothesis does not hold. The three-dimensional flow fields in the wake-transition regime were measured by a time-resolved PIV. For the analysis in a moving frame of reference, the convection velocity of the Karman vortices is evaluated from the trajectory of vortex center which is defined as the centroid of the vorticity field. Then, a saddle point is obtained by applying the critical point theory. Since the distributions of fluctuating Reynolds stresses defined by triple-decomposition are closely related with the existence of secondary vortices, the physical meaning of them is explained in conjunction with vortex center and saddle point trajectories. Finally, the temporal evolution of streamwise vortex is also discussed.

기호설명

- t : 시간
- U : 자유류 속도
- U_x, U_y : x, y 방향의 대류속도
- u, v : x, y 방향의 속도 성분
- x, y, z : 주유동, 수직, 길이 방향 좌표
- $\omega_x, \omega_y, \omega_z$: x, y, z 방향의 와도 성분

1. 서론

실린더 후류에서 발생하는 와류 shedding 유동은 레이놀즈수 190 근처에서 2 차원 층류로부터 3 차원 후류 천이(wake-transition) 유동⁽¹⁾으로 전환되며, 실린더 길이 방향으로 2 차 와류가 발생한다. 이러한 2 차 와류의 발생원리, 공간적 크기 등에 대하여는 가시화 또는 점 계측 기법을 통하여 많은 연구가 이루어졌으나⁽¹⁻²⁾ 비정상 3 차원 거동에 대한 정량적 해석을 수행하기에는 한계가 있었다.

이를 극복하기 위해서는 공간적 계측을 통한 실린더 후류 유동의 접근이 필요하며 그 해석은 다양한 방법으로 진행되어 왔다. Mansy 등⁽³⁾은 SLA(scanning laser anemometry)를 사용하여 준동시 다점으로 얻은 주유동방향 속도를 주기성을 갖는 1 차 성분과 3 차원 구조에 의한 2 차 성분으로 분리하여 각각의 RMS 특성에 대하여 논의하였다. Cantwell 과 Coles⁽⁴⁾는 flying hot-wire 를 이용하여 계측된 2 차원 단면에서의 난류 속도장에 대한 위상평균을 구하고 레이놀즈 응력들의 공간적 분포 형태를 제시하였다. 그들은 또한 근접후류에서 Karman 와류의 대류속도 변화와 와 중심 및 안장 점의 위치에 대하여도 고찰하였다. 최근 영상처리에 의한 PIV 계측기법이 발달하면서 비정상 유동에 대한 정량적 계측이 용이해졌다. Wu 등은 2 차 와류의 위상학적(topological) 구조에 대하여 설명하였으며⁽⁵⁾, 2 차 와류에 의해 생기는 스파이크 형태의 속도 교란양을 측정하였다⁽⁶⁾. 또한, Taylor 가설(hypothesis)에 의한 주유동 와도 성분의 시간/공간적 거동에 대한 계측⁽⁷⁾ 및 3 차원 위상평균기법

* 회원, 서울대학교 대학원 기계항공공학부

** 회원, 서울대학교 기계항공공학부

을 통한 Karman 와류와 2 차 와류의 시간적, 공간적 관계 해석⁽⁸⁾도 시도되었다.

본 연구에서는 이상의 기존 연구 기법들을 토대로 후류 천이 영역의 3 차원 실린더 근접후류에 적용하고 2 차 와류의 특성을 해석하고자 한다. 유동장은 2 차원 고속 PIV 를 이용하여 측정하며, 와류와 동일한 속도로 움직이는 이동좌표계에서 3 차원 와 구조를 해석한다. 이를 위해서는 대류속도의 엄밀한 계측이 필요하며, 실린더 근접후류에서는 Taylor 가설이 성립하지 않으므로 와도 도심(centroid)의 궤적을 미분하여 대류속도를 구한다. 위상학적 해석은 임계점 이론(critical point theory)⁽⁹⁾을 도입하여 Karman 와류의 와 중심과 안장점의 궤적을 구하고, 섭동 레이놀즈 응력의 분포와 비교함으로써 이들이 2 차 와류에 대하여 가지는 의미를 파악하는데 그 목적을 두고 있다. 또한 2 차 와류의 주유동방향 와도 성분의 공간적 배치와 시간적 거동도 살펴본다.

2. PIV 계측 및 유동 해석 이론

실린더 후류 유동장의 PIV 계측은 수동(water tunnel)에서 이루어졌으며, 원형 실린더는 직경(D) 5 mm 의 아크릴봉을 사용하였다. 좌표계는 Fig. 1 에 나타난 바와 같으며, 3 차원 유동 구조를 파악하기 위하여 측정 단면을 x-y 평면, y-z 평면, z-x 평면으로 설정하였다. x-y 평면의 계측에서는 거울을 두어 반사된 영상을 카메라로 촬영하였다. 입자 영상은 직경 10 μm, 비중 1.5 의 hollow glass 입자를 유동장 내에 주입하고 5W 아르곤 이온 레이

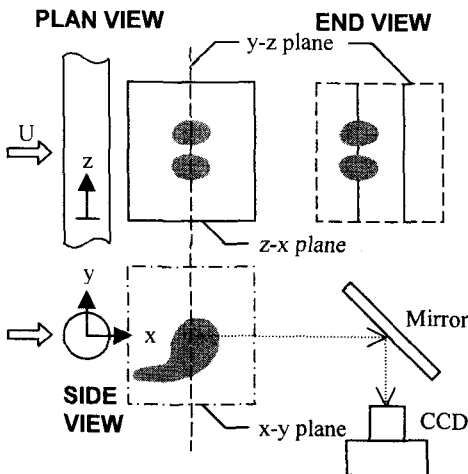


Fig. 1 Schematic of three-dimensional fields of view for vortex structures from a circular cylinder

저로 조사한 후, 480 x 420 픽셀 해상도의 고속 디지털 CCD 로 획득하는 방법을 사용하였다. 속도 벡터는 성재용 등⁽⁸⁾이 사용한 알고리즘을 통하여 계산되었으며, 이 알고리즘에서는 FFT 방식의 상호상관법(cross-correlation)과 SN 비를 높이기 위한 오프셋 상관기법이 채택되었다.

후류 천이 영역에서의 와류 세팅은 주기적이면서 3 차원 유동에 의한 불규칙적인 성분을 포함하고 있다. 따라서, 3 단계 분리(triple-decomposition) 기법⁽¹⁰⁾을 사용하면, 비정상 속도신호 u 는 시간 평균항 \bar{u} , 주기 평균항 \tilde{u} 그리고 불규칙적인 섭동항 u' 로 다음과 같이 분해될 수 있다.

$$\begin{aligned} u(\vec{x}, t) &= \bar{u}(\vec{x}) + \tilde{u}(\vec{x}, t) + u'(\vec{x}, t) \\ &= \langle u(\vec{x}, t) \rangle + u'(\vec{x}, t) \\ \bar{u}(\vec{x}) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(\vec{x}, t) dt \\ \langle u(\vec{x}, t) \rangle &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N u(\vec{x}, t + n\tau) \end{aligned} \quad (1)$$

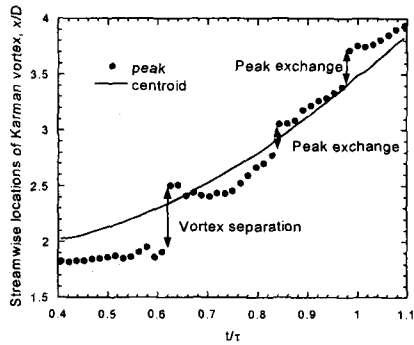
여기서 τ 는 세팅 주기이며, $\langle u \rangle$ 는 주어진 위상에서의 앙상블 평균값이다. 주기 유동에 대한 기준 위상 신호는 $(x/D, y/D) = (1.5, -0.5)$ 에서의 주유동 방향 속도 성분을 사용하였다.

유동장에 대한 위상학적 해석 기법의 하나로 임계점 이론이 널리 사용되어 왔으며, 본 연구에서는 2 차원 단면에 대하여 그 기본 개념을 적용하였다. 임계점에서는 유선의 방향이 정의되지 않으므로 속도는 0 이 되며, 비선형 속도 성분 $u(x, y)$ 와 $v(x, y)$ 를 임계점 (x_c, y_c) 근처에서 Taylor 시리즈 전개를 하면 다음의 근사화된 식으로 표현된다.

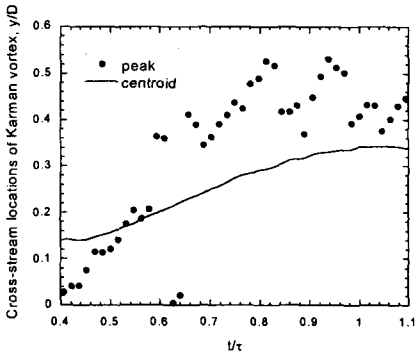
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \\ a_{11} &= \frac{\partial u}{\partial x}, a_{12} = \frac{\partial u}{\partial y}, a_{21} = \frac{\partial v}{\partial x}, a_{22} = \frac{\partial v}{\partial y} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 좌표계의 원점은 임계점이 되며 $(x_c = y_c = 0)$, 행렬 \mathbf{A} 에 대한 특성방정식 및 그에 따른 고유치 λ 는 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} |\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}| &= 0 \\ \lambda^2 - p\lambda + q &= 0 \\ q &= \det \mathbf{A} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \\ p &= \text{tr} \mathbf{A} = a_{11} + a_{22} \\ \Delta &= p^2 - 4q = (a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21} \end{aligned} \quad (3)$$



(a)



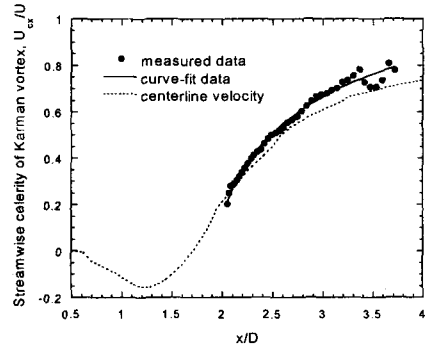
(b)

Fig. 2 Streamwise and cross-stream locations of the Karman vortex center for different definitions, which are obtained from the phase-averaged velocity fields on the x-y plane: (a) x_c/D , (b) y_c/D

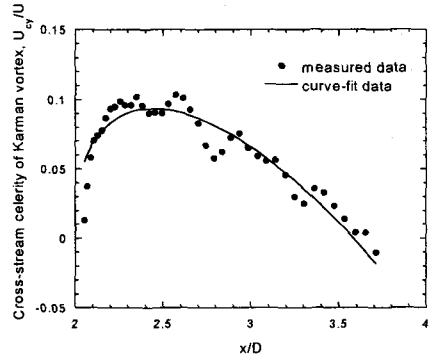
여기서 \mathbf{I} 는 단위 행렬이며, 임계점의 형상은 p , q 와 Δ 의 값에 따라 세가지 기본 형태를 가진다. 즉, 안장점(saddle point; $q < 0$), 노드(node; $q > 0, \Delta > 0$) 그리고 초점(focus; $\Delta < 0$)으로 구분된다. 이들 임계점에서는 양방향 속도가 모두 0 으로 정의되어 있다. 따라서, $f = (u^2 + v^2)^{1/2}$ 가 극소가 되는 위치를 구하면 그 점이 임계점이 된다. 주어진 유동장에서 적어도 한 개 이상의 임계점이 존재하므로 그 점에서의 p , q , Δ 의 값을 계산하여 임계점의 형태를 결정한다.

3. 결과 및 고찰

본 연구는 PIV 계측에 의한 3 차원 위상평균 유동장을 고찰한 선행연구⁽⁶⁾에 바탕을 두고 있으며, 그 결과를 이용하여 2 차 와류의 특성을 해석하였다. 계측에 사용된 유동장의 레이놀즈수는 360 의 후류천이 영역(B 모드)이며, Karman 와류의 shedding 주기는 3.282 Hz, 스트로울수는 0.204 이다.



(a)



(b)

Fig. 3 Streamwise and cross-stream celerities of the Karman vortex, which are obtained by differentiating the measured and curve-fit data of the centroid locations: (a) U_{cx}/U , (b) U_{cy}/U

3.1 대류속도와 안장점

실린더에서 충분히 떨어진 하류에서는 대류속도가 거의 일정하지만 근접후류에서는 대류속도가 주유동 방향 위치에 따라 다르게 나타난다. 따라서 이를 정확하게 평가하기 위하여는 시간에 따른 와 중심의 궤적을 추적하여야 한다. 와 중심의 위치를 정의하는 방법은 국소 극값의 위치를 이용하는 방법과 와도 분포상의 도심좌표를 이용하는 방법⁽⁴⁾이 있다. 이 중 두번째 방법에서는 와류의 중심 위치를 다음과 같이 정의한다.

$$\Gamma = \int_A \langle \omega_z \rangle dA$$

$$x_c = \frac{1}{\Gamma} \int_A x \langle \omega_z \rangle dA, y_c = \frac{1}{\Gamma} \int_A y \langle \omega_z \rangle dA \quad (4)$$

여기서 Γ 는 순환(circulation)값이며, A 는 적분 면적을 나타낸다. 적분 영역은 와류가 완전히 형성된 재순환 영역 ($x/D < 1.71$) 이후로 설정하였다.

Fig. 2 는 위상평균 속도장으로부터 얻은 시간에

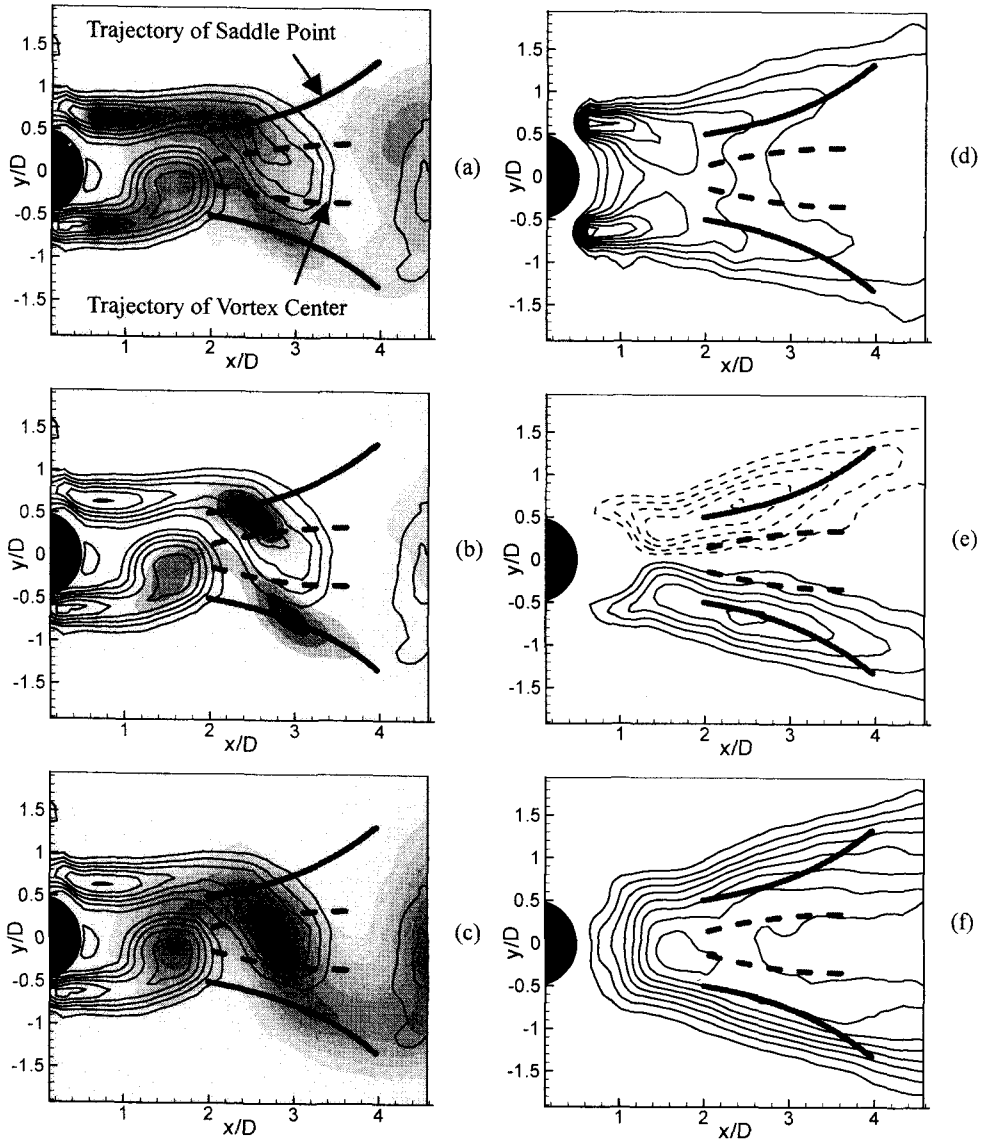


Fig. 4 Contours of fluctuating Reynolds stress components: In the left plots, the line contours represent vorticity fields and the shaded contours represent (a) $\langle u'u' \rangle$, (b) $\langle u'v' \rangle$, (c) $\langle v'v' \rangle$ which are ensemble-averaged quantities at constant phase 90° . In the right plots, the line contours represent (d) $\overline{\langle u'u' \rangle}$, (e) $\overline{\langle u'v' \rangle}$, (f) $\overline{\langle v'v' \rangle}$ which are time-averaged quantities

따른 Karman 와류의 x 및 y 방향 중심 위치를 나타낸다. 여기서 곡소 극값을 이용하여 구한 x 방향의 중심 위치는 와류가 분리되는 과정과 일시적인 곡소 극값의 이동 등에 의해 불연속점이 보이며, y 방향의 중심 위치에 있어서도 데이터의 산란 정도가 심하게 나타남을 볼 수 있다. 그러나 도심 좌표를 이용한 방법에서는 비교적 매끄러운 궤적을 얻을 수 있다. Fig. 3에서는 도심좌표를 통하여

계측된 와 중심의 궤적을 미분하여 얻은 각 방향으로의 대류속도를 나타내었다. 여기서 실선은 도심의 궤적에 대한 곡선적합(curve-fit) 함수를 미분한 결과이다. Fig. 3(a)에서 x 방향 대류속도는 중심면을 따른 장시간 평균된 주유동 속도와 비교하였는데 거의 일치하는 거동을 보였으며, 하류로 진행할수록 점점 속도가 증가하여 일정한 값에 수렴해감을 볼 수 있다. 반면, y 방향의 대류속도는 초

기에 증가하다가 다시 감소하는 형태를 가진다. 본 연구에서는 위의 대류속도를 고려한 이동좌표계에서의 유동장을 얻었으며, 2장에서 설명한 임계점 이론을 적용하여 안장점의 궤적을 구하였다.

3.2.2 차 와류의 유동 특성

2 차 와류의 존재로 인한 실린더 후류의 3 차원 유동은 Karman 와류의 주기 평균 신호에 대하여 스파이크 형태의 섭동 속도 신호로 나타나므로⁽⁶⁾ 이 신호를 통하여 2 차 와류의 특성을 파악할 수 있다. Fig. 4(a)-(c)에서는 위상이 90°인 경우에 대하여 식 (1)의 섭동 속도항으로부터 얻어진 섭동 레이놀즈 응력(fluctuating Reynolds stress) 성분들의 분포를 ω_z 의 분포와 함께 나타내었으며, 앞에서 구한 와 중심 및 안장점의 궤적과도 비교하였다. 여기서 $\langle u'u' \rangle$ 는 재순환 영역 내에서는 와류를 따라 큰 값을 가지나 그 이후 영역에서는 안장점에서 큰 값을 가진다. $\langle u'v' \rangle$ 는 대체로 안장점 근처에서 절대값이 최대가 되며, $\langle v'v' \rangle$ 는 와 중심에서 국소 극값을 가지면서 와 중심을 연결하는 곡선을 따라 집중적으로 분포되어 있음을 볼 수 있다. 이러한 사실은 Fig. 4(d)-(e)에서 나타난 섭동 레이놀즈 응력들의 시간 평균양의 분포를 통해서도 확인될 수 있다. $\langle u'u' \rangle$ 는 와류가 형성되는 재순환 영역 내에서 최대값을 가지고 그 이후에는 점점 감소하나 임의의 x 위치에서 보면 안장점의 궤적 상에서 상대적으로 큰 값을 가진다. 또한 $\langle u'v' \rangle$ 의 절대값은 안장점의 궤적을 따라 집중적으로 분포되어 있음을 확인할 수 있다. 이와 반대로 $\langle v'v' \rangle$ 는 중심면에서 최대값을 보이고 있어 와 중심의 궤적과 밀접한 관련이 있는 것으로 생각된다.

이상의 섭동 레이놀즈 응력의 분포 특성은 2 차 와류의 공간적 배치와 연관이 있다. Fig. 5는 위상이 90°인 경우에 이동좌표계에서 본 유선의 형상 및 2 차 와류(ω_x)의 공간적 분포를 함께 보여 주고 있는데, 여기서 안장점은 두개의 유선이 교차하는 지점으로 안장점에서 밖으로 향하는 유선은 2 차 와류의 와관(vortex tube)을 따라 놓여 있으며 이는 와의 연신(vortex stretching)을 일으키는 원인이 된다. 와의 연신은 주위의 유체를 안장점으로 끌어들이면서 또하나의 유선으로 나타나는데, 이 유선에 의해 $\langle u'v' \rangle$ 가 안장점 근처에서 큰 값을 가진다. 반면, 와 중심은 초점으로 존재하기 때문에 회전 유동으로 인하여 $\langle u'u' \rangle$ 와 $\langle v'v' \rangle$ 의 값이 크게 나타난다. 그러나 $\langle u'u' \rangle$ 의 경우 와 중심

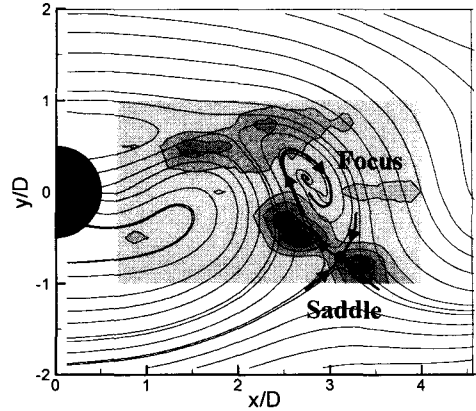


Fig. 5 Streamlines and vorticity contours of the secondary vortex (ω_x) at phase 90° viewed from a moving frame of reference

에서보다 안장점에서 상대적으로 큰 값을 가지고 있는 것으로 생각된다.

Fig. 6에서는 $x/D = 2$ 인 $y-z$ 평면 상에 얻어진 주유동 와도(ω_x)의 공간적 배치 및 시간적 거동을 살펴보았다. 2 차 와류의 ω_x 와도 성분은 실린더 길이 방향으로 일렬로 배치된 모습을 보이며, 실린더 직경 정도의 진폭을 갖고 상하로 진동한다. 2 차 와류가 실린더 가장자리에 위치하였을 때는 좁은 띠를 이루나 실린더 중심부분에 위치하였을 때는 상대적으로 넓게 분포되어 있는 점이 특징적이다. Fig. 6(d)에서 주유동 와류의 도심 위치가 주기적으로 변화하는 모습을 확인할 수 있다.

4. 결론

후류 천이 영역에서 실린더 근접후류의 3 차원 유동 특성을 PIV 측정에 의하여 고찰하였다. 위상 평균 유동장으로부터 와도 도심의 궤적을 구하고, 이로부터 각 방향의 대류속도를 계산한 결과, Karman 와류의 주유동방향 대류속도의 분포는 하류로 갈수록 증가하여 일정한 값으로 수렴해 가며, 수직방향의 대류속도는 처음에는 증가하다가 다시 감소하는 것으로 판단되었다.

계측된 대류속도를 이용하여 이동좌표계에서 본 유동장을 구하고 임계점 이론을 적용하여 안장점의 궤적을 추출하였으며, 와 중심과 안장점의 궤적을 섭동 레이놀즈 응력들의 분포와 비교하였다. 안장점은 2 차 와류의 와관 상에 있으며 이 점에서 와의 연신운동으로 인하여 $\langle u'u' \rangle$ 및 $\langle u'v' \rangle$ 의 값이 크게 나타났으며, $\langle v'v' \rangle$ 는 와 중심의 궤

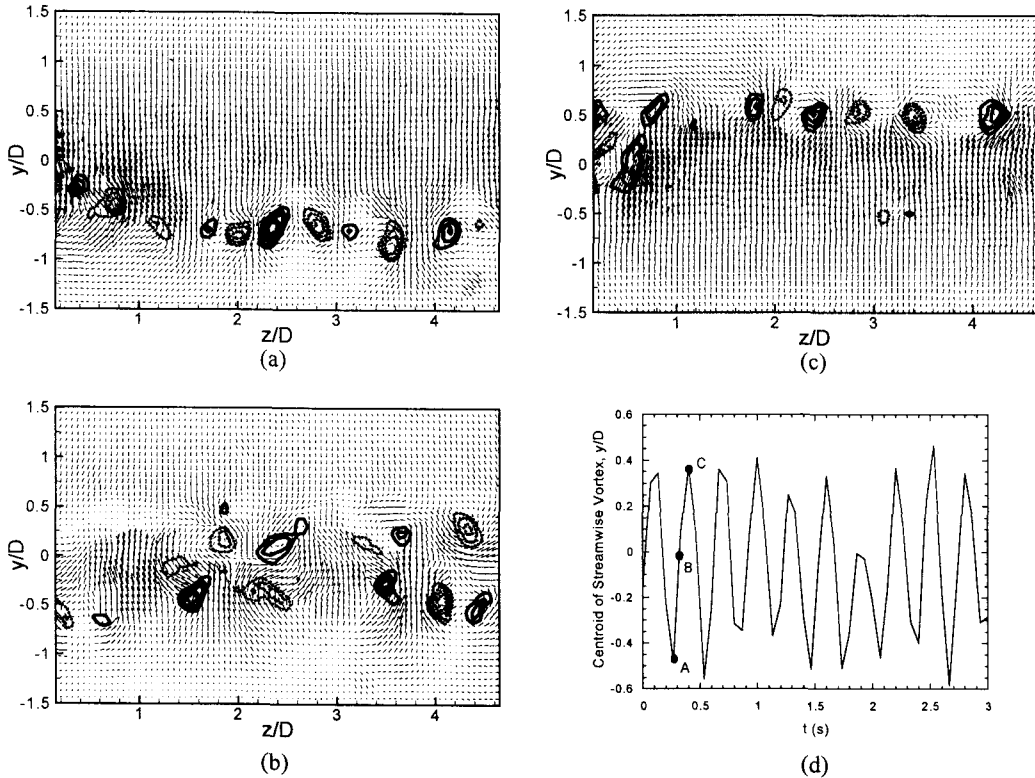


Fig. 6 Instantaneous velocity and vorticity fields of the streamwise vortex at position (a) A, (b) B and (c) C in the (d) time-history of the vortex centroid

적과 밀접한 관련이 있는 것으로 나타났다. 2 차 와류의 주유동 와도 성분은 실린더 길이 방향으로 일렬로 존재하며, 와의 도심은 실린더 직경 크기의 진폭으로 상하 진동하고 있음을 확인하였다.

후 기

본 연구는 BK21 사업 서울대/한양대 기계분야 연구인력양성사업단의 지원으로 이루어졌으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Williamson, C. H. K., 1996, "Three-Dimensional Wake Transition," *J. Fluid Mech.*, Vol. 328, pp. 345 ~ 407.
- (2) Wei, T. and Smith, C. R., 1986, "Secondary vortices in the Wake of Circular Cylinders," *J. Fluid Mech.*, Vol. 169, pp. 513 ~ 533.
- (3) Mansy, H., Yang, P. M. and Williams, D. R., 1994, "Quantitative Measurements of Three-Dimensional Structures in the Wake of a Circular Cylinder," *J. Fluid Mech.*, Vol. 270, pp. 277 ~ 296.

- (4) Cantwell, B. and Coles, D., 1983, "An Experimental Study of Entrainment and Transport in the Turbulent Near Wake of a Circular Cylinder," *J. Fluid Mech.*, Vol. 136, pp. 321 ~ 374.
- (5) Wu, J., Sheridan, J., Welsh, M. C. and Hourigan, K., 1996, "Three-dimensional Vortex Structures in a Cylinder Wake," *J. Fluid Mech.*, Vol. 312, pp. 201 ~ 222.
- (6) Wu, J., Sheridan, J. and Welsh, M. C., 1996, "Velocity Perturbations Induced by the Longitudinal Vortices in a Cylinder Wake," *J. Fluids Engrg.*, Vol. 118, pp. 531 ~ 536.
- (7) Brede, M., Eckelmann, H. and Rockwell, D., 1996, "On Secondary Vortices in the Cylinder Wake," *Phys. Fluids*, Vol. 8, No. 8, pp. 2117 ~ 2124.
- (8) 성재용, 유정열, 2000, "Cinematic PIV 데이터의 3 차원 위상평균 기법을 이용한 실린더 후류의 2 차 와류 측정," *대한기계학회논문집 B*, 기계계 측정.
- (9) Zhou, Y. and Antonia, R. A., 1994, "Critical Points in a Turbulent Near Wake," *J. Fluid Mech.*, Vol. 275, pp. 59 ~ 81.
- (10) Hussain, A. K. M. F. and Reynolds, W. C., 1970, "The Mechanics of an Organized Wave in Turbulent Shear Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 41, pp. 241 ~ 258.