

유량과 벽면횡단압력의 변화에 의한 유연한 관의 압착현상

조민태*·서상호**·유상신***

Collapsible Phenomena in the Flexible Tubes due to the Flow Rate and Transmural Pressure Changes

Min-Tae Cho*, Sang-Ho Suh**, and Sang-Sin Yoo***

Key Words: Collapsible Phenomenon(협착 현상), Flexible Tube(유연한 관), Flow Rate(유량), Transmural Pressure(벽면횡단압력)

Abstract

The collapsible phenomena of the circular tubes due to the excessive transmural pressure are investigated experimentally. Collapsible tubes are installed in the test section where the external pressure is applied to the test tubes by applying the hydrostatic head. The collapsible circular tubes are made of rubber, whose diameters are 6 and 4.2 mm, respectively. The hydrostatic water head of the upper reservoir is applied to the test section. Pressures at the upstream and downstream sides are measured by the pressure transducers. The collapsible phenomena are observed as the transmural pressure increases, and also the flutter phenomenon occurs due to the critical transmural pressure.

기호설명

D	Tube diameter [mm]
E	Young's modulus [Pa]
f	Darcy friction factor
I	Area moment of inertia [m ⁴]
L	Tube length [mm]
P	Pressure in the tube [Pa]
P _d	Downstream pressure [Pa]
P _e	External pressure [Pa]
P _i	Internal pressure [Pa]
P _u	Upstream pressure [Pa]
ΔP _{ie}	Transmural pressure, P _i -P _e [Pa]
ΔP _{ud}	Pressure difference, P _u -P _d [Pa]
Q	Flow rate [cm ³ /s]
R	Tube radius [m]

\bar{V}	Average velocity [m/s]
t	Tube thickness [mm]
ν	Poisson's ratio

1. 서론

생체내의 혈액순환계에서 동맥, 정맥, 그리고 모세혈관은 외부로부터 충격 또는 압력을 받거나 순환계내의 경화성현상으로 인하여 단면 축소현상인 협착이나 압착현상이 발생하여 혈액순환에 장애를 일으키게 된다. 이와 같은 현상은 진단과 치료뿐만 아니라 실제 혈액유동을 완벽하게 모사하기 위하여 고려되어야 할 사항이다. 혈관과 같이 유연한 관내의 유동은 관벽에 작용하는 내부압과 외부압의 차를 나타내는 벽면횡단압력(transmural pressure), 관 재질의 탄성, 관의 단면체적비 등의 영향을 받으며, 압착에 의한 혈관의 형상 변형은 관상동맥, 대퇴동맥, 정맥 그리고 폐혈관계에서 주로 나타난다⁽¹⁻³⁾.

혈관내의 압착현상은 압축성유동의 질식현상

* 숭실대학교 대학원 기계공학과
 ** 숭실대학교 기계공학과
 *** 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

(chocking)과 같이 작용하여 혈액유동에 추가적인 저항을 주는 협착유동현상을 야기시킨다. 인체내 혈관의 압착현상을 이해하기 위하여 유연한 관을 이용한 in vitro 실험이 요구되고 있다.

본 연구에서는 압착현상이 쉽게 발생하는 혈관의 유동특성을 두개의 고무관을 사용한 실험을 통하여 해석하고자 하였다. 본 연구를 통해 유연한 관에서 압착현상이 발생하는 것을 입증하고 유연한 관에서 유체의 유량과 압력과의 상관관계를 규명하고자 하였다.

2. 관련이론

유연한 관에서 외부압력이 내부압력보다 높으면 벽면횡단압력(transmural pressure)에 의하여 유연한 관은 구조적으로 불안정해지고 벽면횡단압력이 한계치를 초과하면 관은 변형된다. 이 현상을 해석하기 위하여 일반적인 원형셀이론을 적용한다. Hooke의 법칙을 만족하는 탄성재료로 만들어진 원형관에서 외부압력 P_e 와 내부압력 P_i 의 차가 커지면 원형관의 곡률이 변화하게 된다.

초기에 반경 R 인 원형관이 임의의 곡률을 가진 관으로 변형될 때 다음 식으로 나타낼 수 있다^(4,5).

$$E'I \frac{d^2 \xi}{ds^2} + (N_0 + E' I x_0^2) \xi = 0 \quad (1)$$

여기서 $E'I$ 는 굽힘강성(flexural rigidity)이고, N 은 평균압축응력이며, x 와 x_0 는 각각 변형된 후와 초기에 벽의 곡률이고, ξ 는 곡률의 변화량이며, s 는 원주상 호의 길이이며 다음 관계식을 갖는다.

$$E'I = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2)$$

$$\xi = x - x_0 \quad (3)$$

$$N = E' I x_0 \xi + N_0 \quad (4)$$

식 (1)의 해는 다음과 같다.

$$\xi = c \cos(ms + k) \quad (5)$$

여기서 c 와 k 는 임의의 상수이고,

$$m^2 = \frac{N_0 + E' I x_0^2}{E' I} \quad (6)$$

$$m2\pi R = 2n\pi \quad (7)$$

이고, n 은 양의 정수이다. 따라서, 벽면횡단압력은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$P_e - P_i = \frac{E'I}{R^3} (n^2 - 1) \quad (8)$$

좌굴(buckling)을 나타내는 임계압력은 $n=2$ 일 때 발생하며, 다음 식과 같이 정리된다.

$$(P_e - P_i)_{cr} = \frac{3EI}{R^3} = \frac{Et^3}{4(1-\nu^2)R^3} \quad (9)$$

유연한 관의 내부와 외부의 압력차와 단면적의 변화의 관계를 그림으로 나타내면 Fig. 1과 같다⁽⁴⁾.

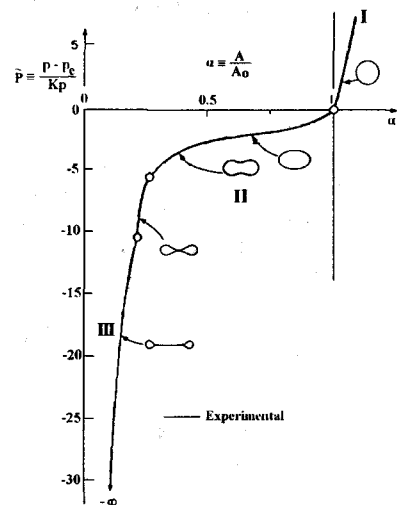


Fig. 1 Area change of a collapsible tube

단면적이 일정한 원형관에 유체가 층류정상유동하면 원형관 길이에 따라 압력이 감소된다. 상류의 압력이 P_u 이고 임의의 점의 압력이 P 일 때 다음과 같은 식이 성립한다.

$$P_u = P + f \frac{L}{D} \frac{\rho \bar{V}^2}{2} \quad (10)$$

유연한 관의 임의의 한 점에서 관의 외부압력과 내부압력의 차($P_e - P_i$)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_e - P_i = P_e - \left\{ P_u - f \frac{L}{D} \frac{\rho \bar{V}^2}{2} \right\} \quad (11)$$

유연한 관의 재료와 크기가 결정되면 식 (8)과 (11)을 이용하여 유량변화에 따르는 관의 변형, 즉 압착현상을 관찰할 수 있다.

3. 실험방법

본 연구에서 사용한 실험장치의 개략도는 Fig. 2와 같다. 액체는 유연한 관의 상류에서 수조를 통해 공급되며, 수평으로 연결된 유연한 관을 통과한 후 하류의 저장조로 방류되도록 하였다. 유연한 관의 하류에서 밸브를 이용하여 관을 통과하는 유량을 조절할 수 있도록 하였으며, 유연한 관의 상류와 하류에서 압력을 측정하도록 하였다. 유연한 관의 외부에서 압력을 가하기 위한 수조를 제작하였고, 수조의 좌우에 유연한 관과 유사한 크기의 관을 부착하여 유연한 관을 연결할 수 있도록 제작하였다. 유연한 관의 상류와 하류의 압력측정은 Validyne사의 압력트랜스듀서(P.T.)를 사용하였다. 압력을 측정하기에 앞서 P.T.는 액주관을 사용하여 보정하고 전압과 압력과의 관계식을 구한 후 사용하였다. 실험은 수조에 물을 채우지 않은 경우와 물을 채워 외부압력 P_c 를 가한 경우를 비교하였다.

실험에 사용된 유연한 관은 Table 1에 나타낸 것과 같이 서로 다른 크기를 갖는 두 종류의 고무관이다. 관내에서의 유량은 관의 출구로 흘러 나오는 물을 매스실린더를 사용하여 충분한 시간 동안 채집하여 구하였다.

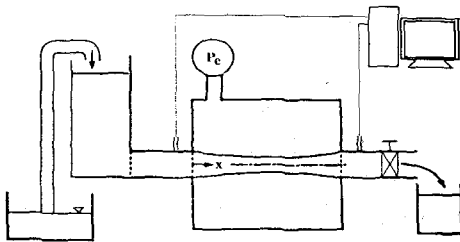


Fig. 2 Schematic diagram of experimental setup

Table 1 Dimensions of flexible tubes

Flexible tube	D (mm)	L (mm)	t (mm)
tube 1	6	243	0.25
tube 2	4.2	243	0.45

4. 결과 및 검토

Fig. 3은 tube 1의 외부압력 P_c 를 물을 사용하여 가한 경우와 외부압력을 가하지 않은 경우에 대하여 관의 상류와 하류의 압력차를 비교한 것이다. 초기에 유량이 0인 상태에서 증가함에 따라 압력차는 증가하고 있다. 유량이 약 12 cm³/s까지는 비교적 선형적으로 완만하게 증가하고 있으나 12 cm³/s보다 많은 유량에서는 단위유량당 압력구배가 커진다. 12 cm³/s부터는 층류에서 난류로의 천이가 시작되기 때문에 나타나는 현상으로 볼 수 있다.

Fig. 4는 tube 2의 경우에 외부압력 P_c 를 가한 경우와 가하지 않은 경우에 대하여 관의 상류와 하류의 압력차를 비교한 그림이다. Tube 1의 경우와 유사한 경향을 보이고 있음을 알 수 있다. 유량이 증가함에 따라 약 4 cm³/s까지는 관의 상류와 하류의 압력구배가 거의 선형적으로 완만하게 증가하고 있으나 이후부터는 급격한 압력구배가 나타난다.

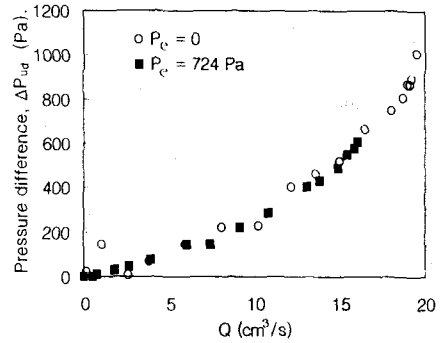


Fig. 3 Variations of pressure difference(ΔP_{ud}) in the flexible tube 1

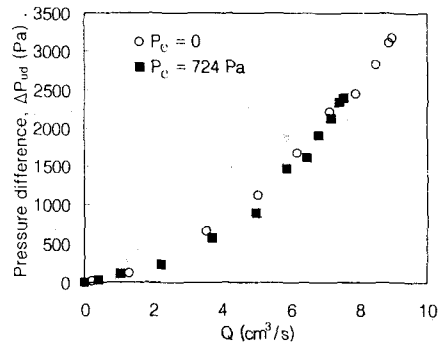


Fig. 4 Variations of pressure difference(ΔP_{ud}) in the flexible tube 2

Fig. 5는 tube 1의 내부압력과 외부압력과의 차인 벽면횡단압력을 외압 P_e 를 가한 경우와 가하지 않은 경우에 대하여 비교한 것이다. 내부압력은 유연한 관의 하류쪽 끝부분에서의 압력을 식 (10)을 사용하여 상류에서 측정된 압력으로부터 추정하였다. 유량이 증가함에 따라 관의 상류와 하류에서 측정된 압력은 감소하였기 때문에 벽면횡단압력도 감소하고 있다. 정수압을 이용하여 외압을 가한 경우는 전 유량범위에 걸쳐 724 Pa만큼 감소된 값을 보이고 있다. 외압이 가해진 경우에는 관을 압착시키려는 힘이 작음하므로 최대유량이 그렇지 않았을 때에 비하여 감소하고 있음을 알 수 있다. 유량의 증가에 따른 단면형상을 관찰한 결과를 살펴보면 전체유량범위의 대부분에서 원형인 형태를 유지하고 있으며 유량이 15 cm³/s부근에서 압착현상이 발생하여 타원형으로 변형된다. 최대유량점을 지나면 tube 1의 경우에는 flutter 현상이 발생하여 관내의 유동은 맥동 현상을 나타내면서 평균유량이 감소한다. 하류의 밸브를 많이 열수록 flutter의 주기는 증가하였다.

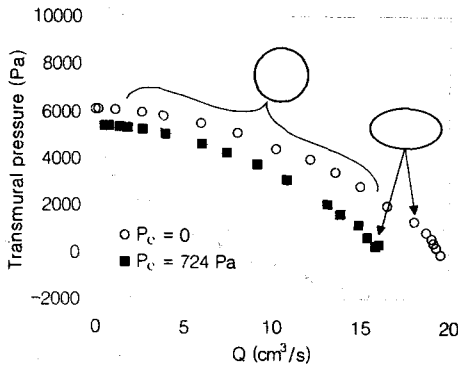


Fig. 5 Variations of transmural pressure(ΔP_{ie}) in the flexible tube 1

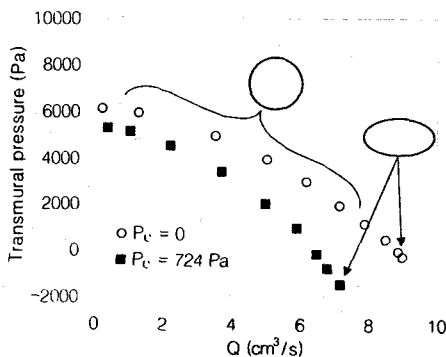


Fig. 6 Variations of transmural pressure(ΔP_{ie}) in the flexible tube 2

Fig. 6은 tube 2에 대한 결과로서 tube 1에 비하여 내경이 작으므로 최대 유량은 작은 값을 갖는다. 관의 내경이 tube 1에 비하여 작으므로 수두손실이 커져 유량의 증가에 따른 벽면횡단압력의 감소폭이 크다. 유량이 6 cm³/s부근에서 외압을 가한 경우와 가하지 않은 경우 모두 압착현상이 나타나며, 최대유량에서 tube 1에 비하여 더욱 압착된 형상을 보인다. 그러나, tube 2는 tube 1에 비하여 관벽의 두께가 두꺼워 최대유량을 지나도 압착된 형상을 유지하면서 flutter 현상은 일어나지 않았다.

5. 결론

두 종류의 고무관을 사용하여 압착관 유동실험을 수행하였다. 관벽이 얇고 내경이 큰 관의 경우 많은 유량이 통과하면서 비교적 적은 수두손실이 일어났고, 최대유량점에서 쉽게 불안정해져 flutter 현상이 발생하였다. 관벽이 두껍고 내경이 작은 관은 벽면횡단압력이 음의 값을 가지더라도 압착만 일어나고 flutter 현상은 발생하지 않았다.

후기

이 논문은 1998년도 한국학술진흥재단의 연구비에 의하여 지원되었음(1998-001-E00066)

참고문헌

- (1) Yang, I. G., 1988, A Study on the Flow Characteristics in Stenosis and Collapsible Tube Subjected to External Pressure, Hongik Univ., Ph. D. Thesis.
- (2) Siebes, M., Campbell, C. S., and D'Argenio, D. Z., 1996, "Fluid Dynamics of a Partially Collapsible Stenosis in a Flow Model of the Coronary Circulation", J. Biomechanical Engineering, Vol. 118, pp. 489~497.
- (3) Matsuzaki, Y., Ikeda, T., Kitagawa, T., and Sakata, S., 1994, "Analysis of Flow in a Two-Dimensional Collapsible Channel Using Universal "Tube" Law", J. Biomechanical Engineering, Vol. 116, pp. 469~476.
- (4) Fung, Y. C., 1984, Biodynamics : Circulation, Springer-Verlag, New York.
- (5) Milnor, W. R., 1989, Hemodynamics, 2nd Ed., Williams & Wilkins, Baltimore.