

# 미소 사다리꼴 그루브를 갖는 채널내의 유동에서 기-액의 상호마찰의 영향

서 정 세\* · Ralph Greif\*\*

## Friction in Micro-Channel Flows of a Liquid and Vapor in Trapezoidal Grooves

Jeong-Se Suh and Ralph Greif

**Key Words :** Friction(마찰), Micro-Channel(미소채널), Liquid(액체), Vapor(기체), Trapezoidal Groove(사다리꼴 그루브)

### Abstract

The flow of liquid and vapor is investigated in trapezoidal grooves. The effect of variable shear stress along the interface of the liquid and vapor is studied for both co-current and counter-current flows. Velocity contours and results for the friction are obtained for both trapezoidal grooves. An approximate relation that was previously utilized for the friction for the liquid was modified to obtain accurate agreement with the results for trapezoidal grooves.

기호설명

$\phi$  그루브 각도

$A$	단면적 [m <sup>2</sup> ]
$D_h$	수력직경 [m], $4A/P_{wet}$
$f$	마찰계수
$H$	채널높이 [m]
$h$	그루브높이 [m]
$L$	채널의 절반넓이 [m]
$\ell$	상경계 길이 [m]
$P_{wet}$	접수주위 [m]
$W$	그루브 넓이 [m]
$w$	길이방향 속도 [m s <sup>-1</sup> ]
$\alpha$	접수각

### 1. 서론

열전달의 촉진과 정밀한 열제어를 이루기 위한 많은 냉각장비들에서 그루브를 가지고 있는 미소채널들을 상당히 응용하여 사용하고자 한다. 장치에서 발생하는 열을 보다 많이 전달해야 하는 요구에 부응하기 위한 미소채널에서의 유동 및 열전달에 대한 연구가 꾸준히 이루어져 왔다. 초기에 Ayyaswamy 등<sup>(1)</sup>은 사다리꼴 그루브에서의 모세관 유동(capillary flow)에 대한 연구를 하였으며, 계면에서 전단응력을 고려하지 않은 2 차원 정상상태 층류유동을 Galerkin 방법을 사용하여 결과를 얻었다. Xu 와 Carey<sup>(2)</sup>는 Ayyaswamy 등<sup>(1)</sup>의 결과를 이용하여 미소 그루브내 열전달을 해석하였다. 한편, 미소 그루브내에서 기-액 상호작용의 영향이 연구되어 왔으며, 일부 연구에서는 기-액 경계면의 전단응력이 균일하다고 하였다<sup>(3-7)</sup>. Ma 등<sup>(8)</sup>은 액상의 속도가 상경계면을 따라 일정하다고 가정함으로써 불균일한 상경계면의 전단응력을 고려하였다. Khrustalev 와 Faghri<sup>(9)</sup>는 사각형 그루브내의 유동에서 기체와 액체의 상호작용의 영향을 연구하였으

\* 경상대학교 수송기계공학부

\*\* University of California, Berkeley

며, 기-액 상경계면을 따라 전단응력의 국소변화를 고려하였다. 본 연구에서는 사다리꼴 그루브내 기-액 유동을 상경계면에서 전단응력의 국소변화를 고려하여 연구하고자 한다. 기체와 액체의 속도의 비가 액체영역의 마찰에 미치는 영향에 대해 연구하고자 하며, 액체와 기체의 평행류 및 대향류에 대해서도 연구하고자 한다.

## 2. 해석

사다리꼴 그루브내에 완전히 발달된 층류 모세관 유동의 비압축성 Newtonian 유체를 Fig. 1 에서와 같이 고려하여 보고자 한다. 상경계면에서 액체의 속도가 기체와 액체사이의 속도세기와 서로의 흐름방향에 상당히 영향을 받으며, 이를 고려한 대향류 및 평행류가 연구된다. 본 연구의 해석과정은 Khrustalev 와 Faghri<sup>(9)</sup>의 방법을 이용하고자 한다. Cartesian 좌표계를 이용하여 Fig.1 에서와 같이 유동의 방향이 z 축과 일치하도록 한다<sup>(1,6,7)</sup>. 유동을 완전히 발달된 것으로 가정함으로써,

$$\frac{\partial w_l}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial w_v}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

여기서  $w_l$  와  $w_v$  는 각각 축방향 액체와 기체의 속도이다. 운동량방정식의 보존식은

$$\frac{\partial^2 w_l}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_l}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu_l} \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)_l \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 w_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_v}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu_v} \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)_v \quad (3)$$

로 간략화 된다. 액체영역에서의 경계조건은

$$w_l = 0 \quad (\text{그루브 표면}), \quad (4)$$

$$\left( \mu_l \frac{\partial w_l}{\partial n} \right) = \pm \left( \mu_v \frac{\partial w_v}{\partial n} \right) \quad (\text{상경계면}), \quad (5)$$

$$\frac{\partial w_l}{\partial x} = 0 \quad (x=0) \quad (6)$$

식(5)에서 양의 부호는 액체와 기체가 평행류이며, 음의 부호는 대향류를 나타내고, 식(6)는 대칭조건이다. 기체영역에서의 경계조건은

$$w_v = 0 \quad (\text{채널과 그루브 표면}) \quad (7)$$

$$\frac{\partial w_v}{\partial x} = 0 \quad (x=0 \text{ 와 } L) \quad (8)$$

이며, 여기서 식(8)은 대칭조건이다. 기체의 최대 속도는 상경계면의 액체의 속도보다 상당히 크기

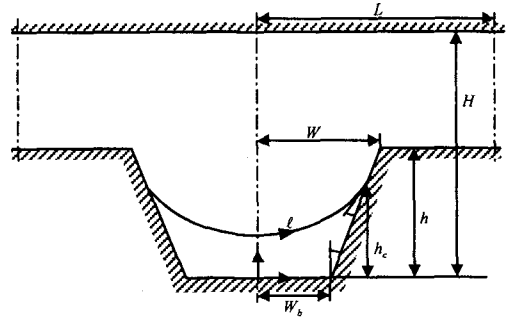


Fig. 1 Geometries and coordinate system in trapezoidal groove.

때문에, 상경계면에서의 액체의 속도는 거의 정지되어 있다고 볼 수 있으며(Longtin 등<sup>(9)</sup>)

$$w_v = 0 \quad (\text{상경계면에서}) \quad (9)$$

속도와 길이가 각각  $h^2(-dp/dz)/\mu$  와  $h$  에 의해 무차원화되면, 무차원 변수는

$$x^* = \frac{x}{h}, \quad y^* = \frac{y}{h} \quad (10)$$

$$w_l^* = \frac{w_l}{h^2(-dp/dz)_l/\mu_l}, \quad w_v^* = \frac{w_v}{h^2(-dp/dz)_v/\mu_v}$$

이다.

액체영역에서 운동량보존과 경계조건에 대한 무차원식은

$$\frac{\partial^2 w_l^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w_l^*}{\partial y^{*2}} = -1 \quad (11)$$

$$w_l^* = 0 \quad (\text{그루브 표면}) \quad (12)$$

$$\frac{\partial w_l^*}{\partial n^*} = \pm \frac{\partial w_v^*}{\partial n^*} \left( \frac{\bar{w}_l^*}{\bar{w}_v^*} \right) \left( \frac{\mu_v \bar{w}_v}{\mu_l \bar{w}_l} \right) \quad (\text{상경계면}) \quad (13)$$

$$\frac{\partial \bar{w}_l^*}{\partial x^*} = 0 \quad (x^*=0), \quad (14)$$

여기서  $\bar{w}_l$  와  $\bar{w}_v$  는 각각 액체와 기체영역에서의 축방향 평균속도이다.

기체영역에서 운동량방정식에 대한 무차원식은

$$\frac{\partial^2 w_v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w_v^*}{\partial y^{*2}} = -1 \quad (15)$$

이며, 무차원 경계조건은

$$w_v^* = 0 \quad (\text{채널과 그루브 표면}), \quad (16)$$

$$w_v^* = 0 \quad (\text{상경계면}), \quad (17)$$

$$\frac{\partial w_v^*}{\partial x^*} = 0 \quad (x^* = 0 \text{ 와 } L) \quad (18)$$

액체와 기체영역에서의 마찰계수는 다음의 관계식들(Ma 등<sup>(8)</sup>)으로부터 얻어질 수 있다.

$$(f \cdot \text{Re})_l \equiv \left( \frac{-dp/dz}_l D_{h,l}}{2\rho_l \bar{w}_l^2} \right) \left( \frac{\rho \bar{w}_l D_{h,l}}{\mu_l} \right) \quad (19)$$

$$(f \cdot \text{Re})_v \equiv \left( \frac{-dp/dz}_v D_{h,v}}{2\rho_v \bar{w}_v^2} \right) \left( \frac{\rho \bar{w}_v D_{h,v}}{\mu_v} \right) \quad (20)$$

여기서  $D_h = 4A/P_{wet}$ 는 수력직경이며,  $A$ 와  $P_{wet}$ 는 각각 단면적과 접촉주위를 나타낸다. 사다리꼴 그루브에 대해 그루브의 형상이

i)  $\phi < \frac{\pi}{2}$ 인 경우

$$y^* = \begin{cases} 0, & (0 \leq x^* \leq W_b/h) \\ (x^* - W/h) \cot \phi, & (W_b/h \leq x^* \leq W/h) \\ 1, & (W/h \leq x^* \leq L/h) \end{cases} \quad (21)$$

ii)  $\phi = \frac{\pi}{2}$ 인 경우

$$x^* = \frac{W_b}{h}, \quad (0 \leq y^* \leq 1) \quad (22)$$

로 정의된다(Thomas 등<sup>(7)</sup>). 상경계면의 곡률반경이 일정하다면, 상경계면의 형상 관계식은

i)  $\alpha + \phi < \frac{\pi}{2}$ 인 경우

$$y^* = \frac{h_c}{h} + \left( \frac{W_b}{h} + \frac{h_c}{h} \tan \phi \right) \tan(\alpha + \phi) - \sqrt{\left( \frac{(W_b/h) + (h_c/h) \tan \phi}{\cos(\alpha + \phi)} \right)^2 - x^{*2}} \quad (23)$$

ii)  $\alpha + \phi = \frac{\pi}{2}$ 인 경우

$$y^* = \frac{h_c}{h} \quad (24)$$

로 주어지며, 여기서  $W_b$ 는 그루브의 넓이를,  $h_c$ 는 메니스커스(meniscus)의 접수점의 높이를 나타낸다<sup>(1,6,7)</sup>.

### 3. 해석방법

지배방정식들은 액체와 기체영역에 대해 Karki와 Patankar<sup>(11)</sup>의 방법을 이용하여 수치적으로 해석된다. 지배방정식은 먼저 곡선좌표계  $x = x(\xi, \eta)$ 와  $y = y(\xi, \eta)$ 로 변환된 후에 유한 차분법<sup>(12)</sup>에 따라 이산화되며, 이렇게 이산화된 방정식은  $\xi$ 방향 71개와  $\eta$ 방향 25개로 구성된 불균일 격자계를 이용하여 풀어진다. 상경계면과 벽면근처에서는 격자계를 조밀히 배하였으며, 속도에 대한 변화가 0.1%이하일 때 반복계산을 하였다. 격자계를 142×50로 하였을 때 계산결과가 0.01%내에서 달라졌다. 계산 결과의 검증은 위해 Ayyaswamy 등<sup>(1)</sup>과 Ma 등<sup>(8)</sup>에 의해 이루어진 문제에 대해 계산되었으며, 얻어진 결과가 이들 연구의 결과인 마찰계수에 대해 상당히 잘 일치하는 것을 확인하였다.

### 4. 결과 및 토의

본 연구에서의 결과는 사다리꼴 그루브에 대해 얻어졌으며, 해석 변수들의 범위가  $0.5 \leq h_c/h \leq 1$ ,  $2 \leq H/h \leq 6$ ,  $0.3 \leq W/h \leq 0.7$ ,  $0 \leq W_b/W \leq 1$ ,  $1 \leq L/W \leq 6$ ,  $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ 에서 이루어졌다. 사다리꼴 그루브에서 액체유동의 무차원 속도분포가 Fig. 2에  $h_c = 0.7h$ 인 경우의 평행류와 대향류에 대해 나타내었다. 그림에서 대향류의 경우 상경계면 근처에서 등속선의 음의 값은 기체의 유동방향과 같은 방향으로 액체가 흐른다는 것을 의미한다. 상경계면으로부터 멀어지면서 액체의 속도가 기체의 유동과 반대로 이루어지고 있다. 상경계면을 따라 전단응력의 변화가 사다리꼴 그루브에 대해 Fig. 3에 나타나 있다.

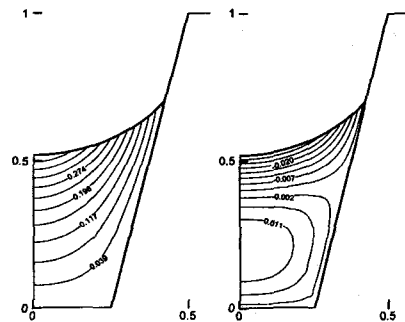


Fig. 2 Contour plots for dimensionless velocities of the liquid in co-flow (left) and counter-flow (right) for  $W = 0.5h$  and  $h_c = 0.7h$  in trapezoidal groove.

기체의 속도를 상경계면에서 영으로 놓았기 때문에[식 (7)] 기체의 유동은 액체의 유동과 무관하며, 따라서 상경계면의 전단응력 변화는 단순히 기체영역의 유동으로부터 얻어진다.  $h_c = h$  일 때 액체가 그루브의 모두를 채운다는 것에 주의한다.  $h_c = h$  일 때 상경계면의 전단응력의 크기가 그루브의 상부 가장자리에서 최대로 나타나고 있다. 그러나,  $h_c < h$  인 경우에는 전단응력이 그루브의 중심부에서 최대를 나타내고 있다. 이러한 결과는 사각형 그루브에 대해 Khrustalev 와 Faghri<sup>(9)</sup>가 제시한 결과와 다르다.

기체영역에서의 마찰에 대한 결과가 몇가지 형태의 사다리꼴 그루브에 대해  $(f \cdot Re)_v$  의 형태를 Fig. 4 에 3 가지 경우에 대해 나타내어졌다. 마찰-Reynolds 수  $(f \cdot Re)_v$  는  $h_c$  의 증가와 더불어 단조적으로 증가하고 있으며, 접수각  $\alpha$  에 대해 다소 큰 변화를 보이고 있다. 사다리꼴 그루브에 대한 마찰의 결과가 다음의 식으로 정리된다.

$$(f \cdot Re)_v = \left( -0.94 + 3.8e^{\frac{\pi h_c}{2h}} + \frac{11.8}{1 + \sin \alpha} \right) + \left( \frac{W}{L} \right)^2 \left( 52 + 4.6e^{\frac{\pi h_c}{2h}} + \frac{0.89}{1 + \sin \alpha} \right) \quad (25)$$

액체영역에서의 마찰에 대한 결과가  $(f \cdot Re)_l$  에 대한 변수  $\mu_o \bar{w}_o / \mu_l \bar{w}_l$  의 함수로 몇몇 경우에 대해 Fig. 5 에 나타내어졌다. 평행류에 대해,  $(f \cdot Re)_l$  는  $\mu_o \bar{w}_o / \mu_l \bar{w}_l$  가 증가할수록 거의 선형적으로 감소하고 있다. 그러나, 대항류에 대해서는  $(f \cdot Re)_l$  가  $\mu_o \bar{w}_o / \mu_l \bar{w}_l$  의 크기가 증가할수록 거의 선형적으로 증가하고 있다.

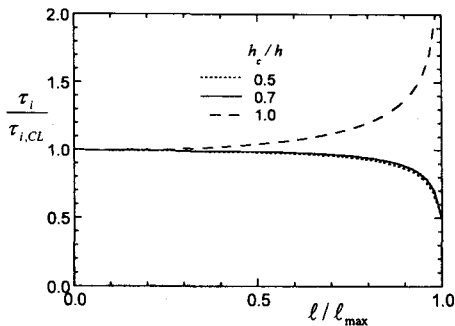


Fig. 3 The variation of dimensionless shear stress at the interface for  $W = 0.5h$  in trapezoidal groove.

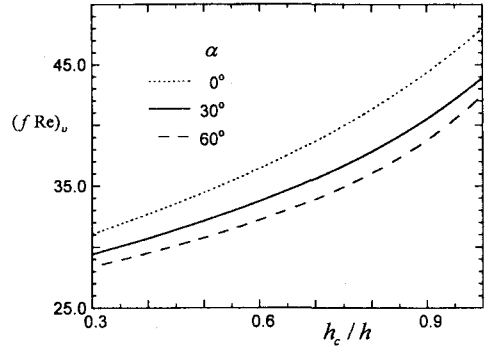


Fig. 4 Friction factor-Reynolds number product for the vapor region for three meniscus contact angles for  $W = 0.5h$  and  $h_c = 0.7h$  in trapezoidal groove.

이러한 경향은 사각형 그루브에 대한 Khrustalev 와 Faghri<sup>(9)</sup>의 결과와 일치한다. 그리고 접수각  $\alpha$  가 증가할수록  $(f \cdot Re)_l$  는  $\mu_o \bar{w}_o / \mu_l \bar{w}_l$  와 더불어 더욱 큰 변화를 보이고 있다.

Schneider 와 DeVos<sup>(13)</sup>는 상경계면에서의 일정한 전단응력의 조건에서  $(f \cdot Re)_l$  과 상경계면에서 전단응력이 없는 경우의  $(f \cdot Re)_{l0}$  를 그루브의 형상계수와 전단응력이 포함된 계수를 이용하여 상호 연관시킨 DiCola<sup>(14)</sup>의 식을 이용하여 근사식을

$$(f \cdot Re)_l = (f \cdot Re)_{l0} \left[ 1 - \frac{\tau_i^*}{3\gamma^2} \left( 1 - 1.971e^{-\frac{\pi}{2}} \right) \right] \quad (26)$$

로 얻었으며,

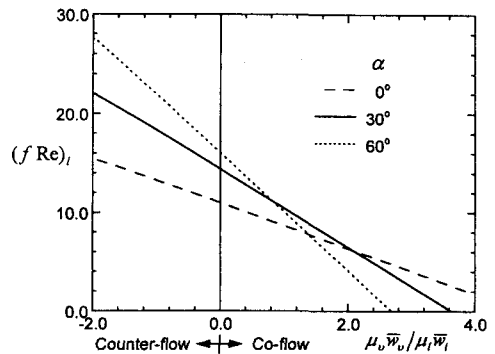


Fig. 5 Friction factor-Reynolds number product for the liquid region for three meniscus contact angles for  $W = 0.5h$ ,  $h_c = 0.7h$  and  $W_b = 0.5W$  in trapezoidal groove.

여기서  $\gamma = h_e / W_c$  이고,

$$(f Re)_{10} = \frac{8\gamma^2}{(1+\gamma)^2 \left( \frac{1}{3} - \frac{64}{\pi^5 \gamma} \tanh \frac{\pi\gamma}{2} \right)} \quad (27)$$

이다. 이것은 DiCola<sup>(14)</sup>의 결과와 잘 일치한다. 사다리꼴 그루브에 대해  $h_e$ 와  $W_c$ 는 사각형 그루브에 대한 등가 접수깊이와 접수 절반의 넓이를 나타낸다.

본 연구에서 상경계면의 전단응력  $\tau_i$ 가 변하는 것을 고려한 경우의 결과들에서 대한 근사식은

$$(f Re)_i = B \cdot (f Re)_{10} \left[ 1 - \frac{\bar{\tau}_i^*}{3\gamma^2} \left( 1 - 1.971e^{-\frac{\pi}{2}} \right) \cdot E \right] \quad (28)$$

이며, 여기서

$$\bar{\tau}_i^* \equiv \frac{\bar{\tau}_i}{\mu_l \bar{w}_l / h_e} = (f Re)_v \frac{h_e}{2D_{h,v}} \frac{\mu_v \bar{w}_v}{\mu_l \bar{w}_l} \quad (29)$$

이며,  $\bar{\tau}_i$ 는 상경계면의 가변전단응력의 평균값을 나타낸다. 그리고, 함수  $B$ 와  $E$ 는 사다리꼴 그루브에 대해

$$B = 1.44 - \frac{0.84}{1 + \sin \alpha} \left( 1 - 0.19 \sqrt{1 - \left( \frac{W_b}{W} \right)^2} \right) \quad (30)$$

와

$$E = -1.2 + 1.1 \frac{W}{h} + 1.6e^{\left( \frac{W_b}{W} \right)^3} - 0.45 \sqrt{\frac{W}{L}} - 1.1\alpha + \frac{h_c}{H - h_c} \left( 1.6 - 0.77 \frac{W}{h} - 1.6e^{\left( \frac{W_b}{W} \right)^3} + 1.3\alpha \right) \quad (31)$$

가 된다. 식(28)은 식(10)-(18)에 설정하고 있는 사다리꼴 그루브의 지배방정식으로부터 얻은 결과의 5%내에서 잘 일치한다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 사다리꼴 그루브내 액체와 기체의 유동이 있는 경우 상호 마찰의 영향에 대해 알아 보았다. 액체와 기체의 평행류 및 대향류가 연구 되었으며, 액체와 기체영역의 상경계를 따라 전단 응력의 변화영향이 고려되었다. 액체와 기체영역에서의 마찰계수에 대한 상관식이 사다리꼴 그루브에 대해 얻어졌다. 결과에서, 그루브의 기하학적 형상이 기체와 액체의 마찰에 중요한 영향을 미치고 있음을 보이고 있다. 액체영역에서의 마찰은

기체와 액체의 평균 속도에 상당히 큰 영향을 받고 있음을 알 수 있었다.

## 후 기

본 연구의 일부는 한국과학재단 및 두뇌한국 21 사업의 지원 하에 이루어졌으며, 관계자에게 감사드린다.

## 참고문헌

- (1) P.S. Ayyaswamy, I. Catton, D.K. Edwards, Capillary flow in triangular grooves, *J. Applied Mechanics* 41 (1974) 332-336.
- (2) X. Xu, V.P. Carey, Film evaporation from a micro-grooved surface-an approximate heat transfer model and its comparison with experimental data," *J. Thermophysics and Heat Transfer* 4 (4) (1990) 512-520.
- (3) J.P. Longtin, B. Badran, F.M. Gerner, A one-dimensional model of a micro heat pipe during steady-state operation, *J. Heat Transfer* 116 (1994) 709-715.
- (4) D. Khristalev, A. Faghri, Thermal analysis of a micro heat pipe, *J. Heat Transfer* 116 (1994) 189-198.
- (5) L. Lin, A. Faghri, Steady-state performance of a rotating miniature heat pipe, *J. Thermophysics and Heat Transfer* 11 (4) (1997) 513-519.
- (6) S.K. Thomas, R.C. Lykins, K.L. Yerkes, Fully-developed laminar flow in sinusoidal grooves, (2000a)
- (7) S.K. Thomas, R.C. Lykins, K.L. Yerkes, Fully-developed laminar flow in trapezoidal grooves with shear stress at the liquid-vapor interface, (2000b).
- (8) H.B Ma, G.P. Peterson, X.J. Lu, The influence of vapor-liquid interactions on the liquid pressure drop in triangular microgrooves, *Int. J. Heat and Mass Transfer* 37 (1994) 2211-2219.
- (9) D. Khristalev, A. Faghri, Coupled liquid and vapor

flow in miniature passages with micro grooves, J. Heat Transfer 121 (1999) 729-733.

- (10) J. Kirshberg, D. Liepmann, K. Yerkes, Micro-cooler for chip-level temperature control, Proc. SAE Aerospace Power System Conf., Paper No. 1999-01-1407 (1999) 233-239.
- (11) K.C. Karki, S.V. Patankar, 1988, Calculation procedure for viscous incompressible in complex geometries, Numerical Heat Transfer 14 (1988) 295-307.
- (12) S.V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere, Washington, DC, (1980).
- (13) G.E. Schneider, R. DeVos, Nondimensional analysis for the heat transport capability of axially-grooved heat pipes including liquid/vapor interaction," AIAA Paper No.80-0214 (1980).
- (14) G. DiCola, Soluzione analitica, amezzo della trasformata di Fourier, di un problema di fusso in un canale rettangolare," Euratom C.C.R. Ispra (Italy), C.E.T.I.S. (1968); cited in (13).