

# 단이 있는 환봉에서 응력집중 부위의 형상 변화에 따른 민감도 해석

황석환\* · 김진환\* · 정진한\*

## Sensitivity analysis according to the geometric change of the stress-concentrated part of round bar with step

Suk-Hwan Hwang, Jin-Hwan Kim and Jin-Han Jung

Key Words : Stress Concentration (응력집중), Round Bar (환봉), Multi-Radii (다반경), Axisymmetric (축대칭), Submodel (상세 모델).

### ABSTRACT

When the round bar with step is twisted and bent, stress concentration is occurred in the irregular geometric parts. Two dimensional axisymmetric stress analysis is carried out according to the geometric change of the stress-concentrated part of round bar with step. Three dimensional cases are also investigated.

### 1. 서론

일반적인 기계 부품에서 쉽게 접할 수 있는 환봉(round bar) 형태의 축(shaft)이 받는 대표적인 하중으로 비틀(torsion) 하중과 휨(bending) 하중을 들 수 있다. 이러한 하중 상태에 있는 환봉이 단이 있는 경우라면 그 단의 모서리에 응력집중 현상이 발생하게 된다. 이로 인해 그 부품은 과도한 응력을 받게 되고 항복응력을 초과하거나 파손의 원인이 되기도 한다.

본 연구에서는 단이 있는 환봉이 비틀 하중을 받는 경우와 휨 하중을 받는 경우에 대해서 2차원 축대칭 모델을 이용하여 유한요소 해석을 수행하였다. 응력집중 현상이 발생하는 단의 모서리 부분의 형상을 여러 가지 모양으로 바꾸어 가면서 해석을 수행하여 응력집중 감소율을 비교하였다.

그리고, 단이 있는 환봉이 비틀 하중과 휨 하중을 동시에 받는 경우에 대해서 3차원 응력해석을 수행하였다. 이 때 단이 있는 부분의 형상은 2차원 축대칭 해석에서 사용했던 것과 동일한 모양의 형상을 사용하였다. 또한 3차원 응력해석에서는 상세 모델(submodel) 기법을 이용하여 해석을 수행하였다.

### 2. 단이 있는 환봉의 2차원 축대칭 해석

#### 2.1 비틀 하중을 받는 경우

단이 있는 환봉의 2차원 축대칭 해석을 하기 위한 유한요소 모델과 경계조건을 Fig.1에 나타내었다. 여기서, 축대칭 모델을 사용하면 그림에 나타난 Y축이 중심축이 되며, 전체 모델의 한 단면만 모델링하여 해석을 수행하였다. 경계조건으로는 한 쪽 끝단("A"부분)의 모든 자유도를 구속하고, 반대 쪽 끝단("C"부분)에 비틀 하중을 주었다. 그림에서 단이 있는 부분("B"부분)의 형상에 따라 수직인 경우를 모델 I, R5인 경우를 모델 II, R6인 경우를 모델 III, R7인 경우를 모델 IV, R10인 경우를 모델 V라고 정의하였다. 2차원 축대칭 해석 결과를 단이 있는 부분의 형상과 함께 Table 1에 정리하였고, 그 중에서 모델 II의 해석 결과를 Fig.2에 나타내었고, 모델 V의 해석 결과를 Fig.3에 나타내었다.

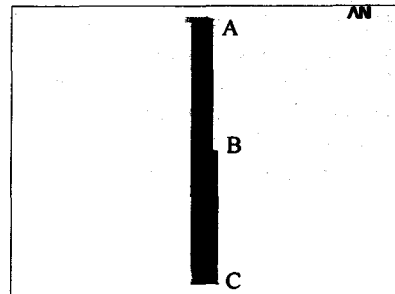
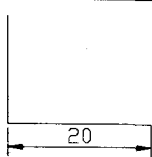
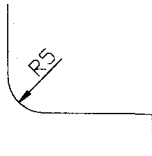
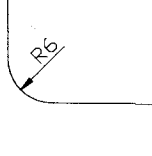
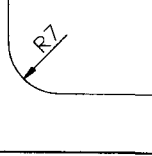
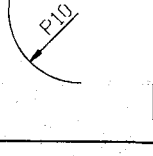


Fig.1 2차원 축대칭 유한요소 모델 및 경계조건

\* : 한국중공업(주) 기술연구원

Table 1. 단이 있는 부분의 형상 및 해석결과  
(모델I~모델V)

구분	단이 있는 부분의 형상	최대 응력
모델I		47.813
모델II		37.219
모델III		35.537
모델IV		34.269
모델V		31.672

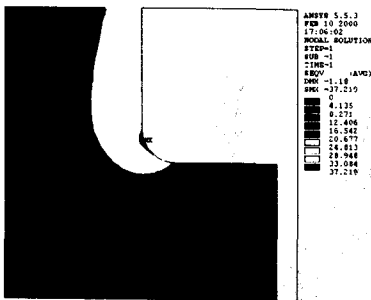


Fig.2 2차원 축대칭 해석 결과 (비틀 하중, 모델 II)

Table 1의 결과는 반경 R의 값이 클수록 낮은 응력 값이 나오므로 당연한 결과라 하겠다. 단이 있는

부분의 형상의 반경이 클수록 좋은 결과를 얻을 수 있지만, 다른 부품과의 체결 문제 등이 야기될 수 있으므로 그 형상을 일부 제한할 필요가 있다.

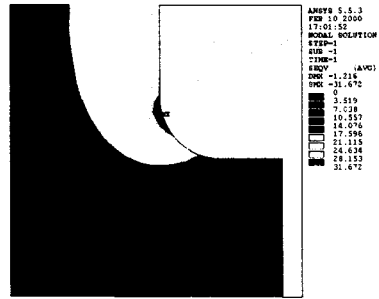
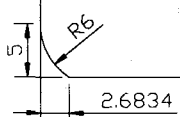
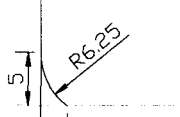
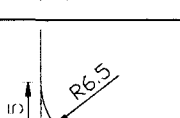
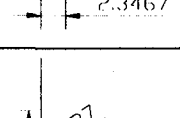


Fig.3 2차원 축대칭 해석 결과 (비틀 하중, 모델 V)

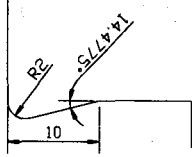
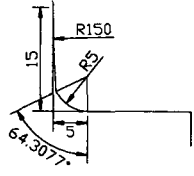
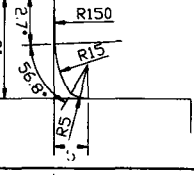
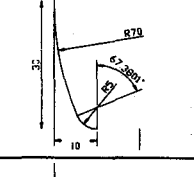
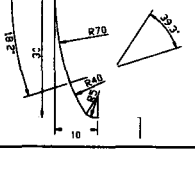
Table 2. 단이 있는 부분의 형상 및 해석결과  
(모델VI~모델IX)

구분	단이 있는 부분의 형상	최대 응력
모델VI		36.014
모델VII		35.912
모델VIII		36.671
모델IX		37.794

모델 VI부터 모델 IX까지는 단이 있는 부분의 두 변의 길이가 반경(R5)을 초과하지 않는 범위 내에서 모델을 변경하였다. 즉 R5의 한 쪽 끝을 고정시킨 상태에서 R5보다 큰 반경을 가지는 형상들에 대해서 해석을 수행하고, 그 결과를 Table 2에 정리하였다.

모델 II(R5)의 결과보다 모델 VI(R6)의 결과가 더 낮은 응력 값이 나왔으나, 모델 IX(R7)의 결과는 오히려 더 큰 응력 값이 나왔다. 즉 R 값이 크다고 더 좋은 결과가 나오는 것은 아님을 알 수 있다. 그러므로 현재의 조건에서 최적의 형상은 모델 VII(R6.25)이고, 형상 중에서 짧은 변의 길이는 긴 변의 길이의 절반에 해당한다는 사실을 알 수 있다.

Table 3. 단이 있는 부분의 형상 및 해석결과 (모델X ~ 모델XIV)

구분	단이 있는 부분의 형상	최대 응력
모델X		46.811
모델XI		39.606
모델XII		35.738
모델XIII		25.364
모델XIV		24.039

그리고, 모델 II를 기준으로 했을 때 모델 VII의 응력집중 감소율은 약 3.5 %이다. 이러한 결과는 응력집중 감소의 효과가 작으므로 모델을 변경해야 할 필요가 있으며, Table 3과 같이 단이 있는 부분의 형상의 반경이 다반경(multi-radii)을 가지는 경우에 대해서 해석을 수행하였다.

Table 3의 모델들은 다른 부품과의 체결 문제 등으로 야기되는 형상의 제한 조건이 Table 2보다 더 여유가 있어서 한 쪽 변의 길이가 5, 다른 쪽 변의 길이가 15인 경우는 모델 XI(2-radii)과 모델 XII(3-radii)로 설정하고, 한 쪽 변의 길이가 10, 다른 쪽 변의 길이가 30인 경우는 모델 XIII(2-radii)과 모델 XIV(3-radii)로 설정하여 단이 있는 부분의 형상을 해석 결과와 함께 Table 3에 정리하였고, 그 중에서 모델 XII의 해석 결과를 Fig.4에 나타내었고, 모델 XIV의 해석 결과를 Fig.5에 나타내었다. 그리고, 노치(notch) 모양의 형상이 응력집중 완화에 어떤 영향을 미치는지 알아보기 위하여 모델 X으로 설정하고 Table 3에 정리하였다.

Table 3에서 모델 X의 해석 결과는 기준으로 설정한 모델 II의 결과보다 훨씬 큰 응력 값이 나왔고, 오히려 모델 I의 결과와 비슷하므로 비틀 하중을 받는 환봉의 단이 있는 부분에 노치 모양의 형상은 응력집중 완화에 도움이 되지 않음을 알 수 있다.

다반경의 형상을 가지는 모델의 경우 모델 XII는 모델 II를 기준으로 했을 때 응력집중 감소율이 약 4 %이고, 모델 XIV는 모델 V를 기준으로 했을 때 응력집중 감소율이 약 24 %이다.

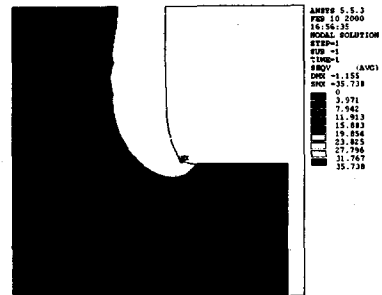


Fig.4 2차원 축대칭 해석 결과 (비틀 하중, 모델 XII)

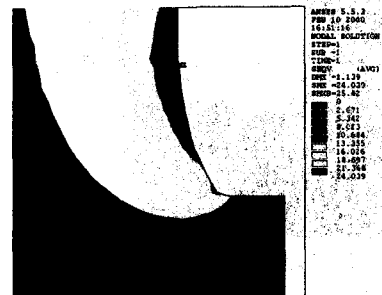


Fig.5 2차원 축대칭 해석 결과 (비틀 하중, 모델 XIV)

## 2.2 휨 하중을 받는 경우

단이 있는 환봉의 2차원 축대칭 해석에서 비틀림 하중을 받는 경우의 하중은 축대칭 하중(axisymmetric loading)이지만, 휨 하중을 받는 경우는 비축대칭 하중(nonaxisymmetric loading)이다. 이러한 비축대칭 하중을 받는 축대칭 요소의 선정은 ANSYS에서 제공하는 PLANE25를 사용하여 휨 하중을 줄 수 있도록 하였다.

단이 있는 환봉이 휨 하중을 받는 경우의 2차원 축대칭 해석을 하기 위한 유한요소 모델은 비틀림 하중을 받는 경우와 동일하며, 경계조건으로 비틀림 하중 대신에 X 방향으로의 휨 하중을 주었다. 해석 결과는 Table 4에 정리하였고, 그 중에서 모델 II의 해석 결과를 Fig.6에, 모델 V의 해석 결과를 Fig.7에, 모델 XII의 해석 결과를 Fig.8에, 모델 XIV의 해석 결과를 Fig.9에 각각 나타내었다.

휨 하중을 받는 경우의 해석 결과도 비틀림 하중을 받는 경우의 해석 결과와 유사한 양상을 보이고 있다. 특히 모델 XIV는 모델 V를 기준으로 했을 때 응력집중 감소율이 약 32%나 된다.

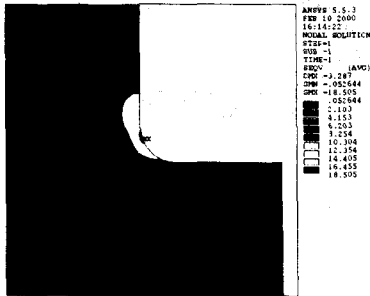


Fig.6 2차원 축대칭 해석 결과 (휨 하중, 모델 II)

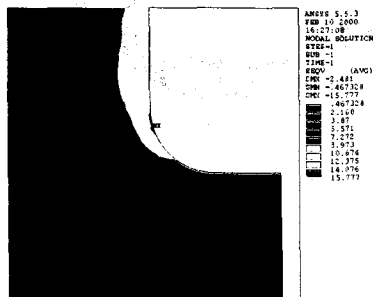


Fig.7 2차원 축대칭 해석 결과 (휨 하중, 모델 V)

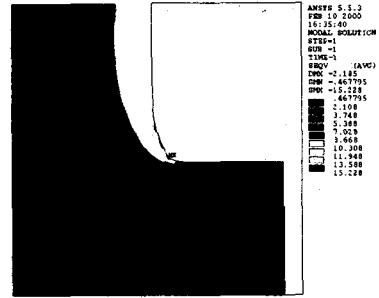


Fig.8 2차원 축대칭 해석 결과 (휨 하중, 모델 XII)

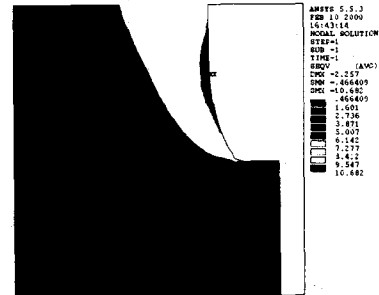


Fig.9 2차원 축대칭 해석 결과 (휨 하중, 모델 XIV)

Table 4. 2차원 축대칭 해석 결과 (휨 하중)

구분	최대 응력
모델 I	21.863
모델 II	18.505
모델 III	17.872
모델 IV	17.244
모델 V	15.777
모델 VI	17.97
모델 VII	17.558
모델 VIII	17.388
모델 IX	17.046
모델 X	22.473
모델 XI	19.795
모델 XII	15.228
모델 XIII	10.846
모델 XIV	10.682

### 3. 단이 있는 환봉의 3차원 응력해석

#### 3.1 전체 모델의 해석 결과

본 절에서는 비틀 하중과 휨 하중을 동시에 받는 단이 있는 환봉의 3차원 응력해석을 수행하였다. 단이 있는 부분의 형상은 2차원 축대칭 해석에서 사용했던 것과 동일한 모델들을 사용하였으며, 응력집중 완화율을 파악하기 위하여 모델 II와 모델 XII, 그리고 모델 V와 모델 XIV의 해석결과를 비교하였다.

단이 있는 환봉의 3차원 응력해석을 하기 위한 유한요소 모델을 생성할 때 전체 길이에 비하여 단이 있는 부분의 치수가 작기 때문에 요소 수가 너무 많아서 전체 모델을 한번에 해석을 수행하기가 곤란하다. 따라서 Fig.10과 같이 거친 메시(coarse mesh)를 가지는 전체 모델에 대해서 해석을 수행한 후, 2차원 축대칭 모델의 요소와 같은 정도의 조밀 메시(fine mesh)를 가지는 상세 모델 해석을 수행하였다. 이 때, 상세 모델 해석은 잘린 경계(cut boundary)조건을 사용하여 전체 모델의 해석 결과를 이용한다. 경계조건으로는 2차원 축대칭 해석에서와 동일하며, 비틀 하중과 휨 하중을 동시에 주었다.

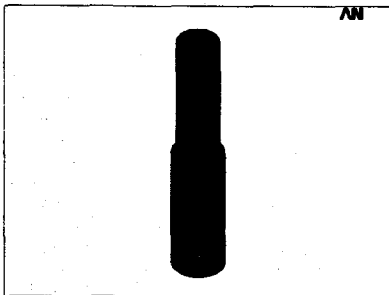


Fig.10 전체 모델의 3차원 유한요소 모델

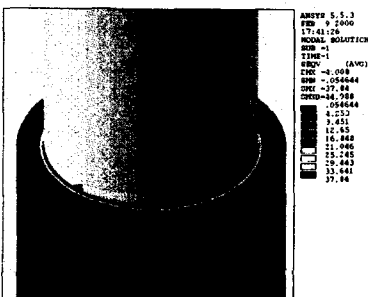


Fig.11 전체 모델의 해석 결과

전체 모델의 3차원 유한요소 해석 결과를 Fig.11에 나타내었으며, 최대 응력이 작용하는 부분은 예상했던 바와 같이 단이 있는 곳의 모서리 부분이며, 그 값은  $37.84 \text{ kg/mm}^2$ 이다. 그러나 이 결과는 거친 메시의 유한요소 모델을 사용한 결과이므로 믿을 만한 결과라 볼 수 없다. 따라서 최대 응력이 작용하는 부분만 잘라서 조밀 메시지를 가지는 상세 모델 해석을 수행하여야 한다. 이 때 상세 모델 메시의 정도는 2차원 축대칭 해석에서 사용되었던 모델과 동일한 메시 크기를 가지도록 상세 모델을 생성하였다.

#### 3.2 상세 모델의 해석 결과

모델 II에 대한 상세 모델의 해석 결과를 Fig.12에 나타내었고, 모델 V에 대한 상세 모델의 해석 결과를 Fig.13에 나타내었다. 단이 있는 부분의 모서리에 작용하는 최대 응력 값은 모델 II의 경우  $45.356 \text{ kg/mm}^2$ 이고, 모델 V의 경우  $41.126 \text{ kg/mm}^2$ 이다.

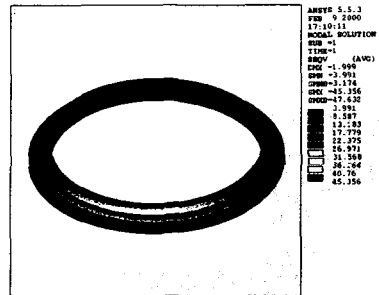


Fig.12 상세 모델의 해석 결과 (모델 II)

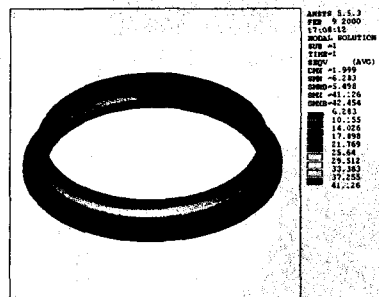


Fig.13 상세 모델의 해석 결과 (모델 V)

모델 XII에 대한 상세 모델의 해석 결과를 Fig.14에 나타내었고, 모델 XIV에 대한 상세 모델의 해석 결과를 Fig.15에 나타내었다. 단이 있는 부분의 모서리에 작용하는 최대 응력 값은 모델 XII의 경우  $43.305 \text{ kg/mm}^2$ 이고, 모델 XIV의 경우  $36.722 \text{ kg/mm}^2$

이다.

모델 II와 모델 V의 상세 모델보다 모델 XII와 모델 XIV의 상세 모델이 축 방향으로 더 긴 것을 알 수 있는데, 이것은 축 방향으로의 형상이 더 길기 때문이다. 상세 모델 생성시 잘린 경계조건을 잡을 때, 전체 모델의 해석 결과를 잘 이용할 수 있도록 충분히 여유 있게 잡아야 한다. 만약에 상세 모델의 잘린 경계조건을 형상의 축 방향 길이보다 짧거나 같게 잡았다면, 상세 모델 해석은 전체 모델의 해석 결과를 제대로 이용할 수가 없기 때문에 잘못된 해석 결과를 얻게 된다.

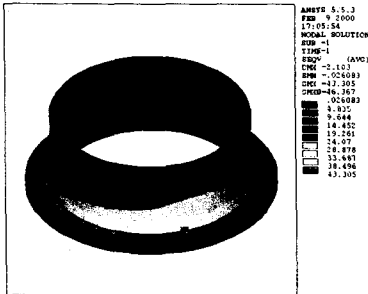


Fig.14 상세 모델의 해석 결과 (모델 XII)

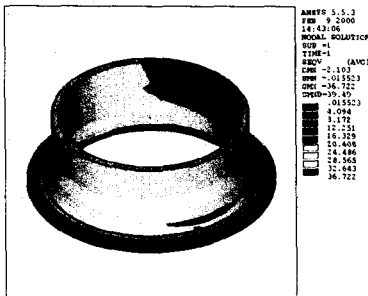


Fig.15 상세 모델의 해석 결과 (모델 XIV)

단이 있는 환봉의 3차원 응력 해석의 결과에서도 2차원 축대칭 해석의 결과와 유사하게 형상에 따른 응력집중 완화의 양상을 나타내고 있다. 정량적으로 살펴 보면, 모델 II에 대한 모델 XII의 응력집중 감소율은 약 4.5 %이고, 모델 V에 대한 모델 XIV의 응력집중 감소율은 약 10.7 %이다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 단이 있는 환봉이 비틀 하중과 휨 하중을 받는 경우에 대해서 2차원 축대칭 해석을

수행하여 단이 있는 모서리 부분의 형상에 따른 응력집중 감소율을 비교하였다. 본 연구에서 제시한 모델 XIV의 형상을 가지는 경우의 응력집중 감소율은 비틀 하중을 받을 때 24 %이고, 휨 하중을 받을 때 32 %이다.

또한, 단이 있는 환봉이 비틀 하중과 휨 하중을 동시에 받는 경우에 대해서 상세 모델 기법을 이용한 3차원 응력해석을 수행하여 2차원 축대칭 해석과 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 3차원 응력해석에 있어서는 모델 XIV의 형상을 가지는 경우의 응력집중 감소율은 10.7 %이다.

그러므로 환봉의 단이 있는 부분의 형상이 다른 부품과의 체결에 문제를 일으키지 않는 범위 내에서 다반경을 가지도록 설계하는 것이 응력집중 완화의 측면에서 볼 때 유리하다는 결론을 얻을 수 있다.

#### 참고문헌

- (1) Symposium of Engine Dynamics, "Design of Propulsion-Shafting with use of Multi-Radii Fillets", MAN B&W Diesel A/S, 1998.
- (2) Warren C. Young, "Roark's Formulas for Stress and Strain", Sixth Edition, McGraw-Hill, Inc., 1989.
- (3) S. P. Timoshenko, J. N. Goodier, "Theory of Elasticity", Third Edition, McGraw-Hill, Inc., 1970.
- (4) ANSYS User's Manual, Version 5.4, 1997.