

탄성다공성 재질에서 유한진폭 입사음파의 흡음 특성

이수일* · 김진섭** · 강연준***

Sound Absorption Characteristics of Finite-Amplitude Acoustic Waves in Poroelastic Materials

Soo Il Lee, Jin-Seop Kim and Yeon June Kang

Key Words : Poroelastic Materials (탄성 다공성 재질), Finite-Amplitude Nonlinear Acoustic Waves (유한진폭 비선형 음파), Sound Absorption (흡음), Noise Control (소음 제어).

Abstract

Sound absorbing characteristics of poroelastic materials is known to be greatly affected by high intensity acoustic waves. However, this effect has not been considered yet. In this study, the extended semilinear model based on Biot's theory for the porous materials and the characteristics of nonlinear waves in poroelastic sound absorbing materials were introduced [1]. The expressions for the finite-amplitude acoustic plane waves were presented. By combining each nonlinear wave with appropriate matching conditions, we could investigate the effects of finite-amplitude acoustic waves on absorption characteristics of poroelastic materials. In the most ideal case considered in this paper, the absorption coefficient was found to become larger than that of linear incident waves. It was shown that the absorption coefficient became greater especially as frequency goes higher and as distance from the source goes larger. These phenomena may be inferred to result from 'dissipation effects due to nonlinearity'. This finding may have important implications for high intensity noise control.

1. 서론

최근 승용차, 항공기, 가전제품 등의 수동 소음 제어에 폴리우레탄(polyurethane) 또는 폴리이미드(polyimide) 같은 탄성다공성(poroelastic) 재질이 널리 쓰이고 있으며, 이러한 다공성 흡음재에 대한 연구의 요구도 꾸준히 증가하고 있다. 그러나 대부분의 이론적, 실험적 연구 결과들은 탄성다공성 재질의 선형범위에 대해서만 국한되어 있으며, 단지 토양, 암석 등 자연적 다공성 재질의 음향 비선형 특성에 대한 다양한 실험적 연구가 발표되었다[1,2,3]. 그러나 이러한 자연적 다공성 재질의 비선형 음향 특성에 대한 실험적 연구와는 달리, 실

제 공학적인 소음제어에 널리 쓰이는 폴리우레탄 같은 인공적 다공성 재질의 비선형 음향 특성에 대한 연구는 이론적인 접근이 어려워 아직 활발하지 못한 실정이다.

본 연구에서는 다공성 재질 내부의 비선형 음파의 특성에 대한 저자의 연구[4]로부터, 유한(finite) 진폭의 음파가 외부로부터 반무한(semi-infinite) 다공성 재질로 입사할 때의 1 차원 모델에 대한 비선형 흡음 특성을 고찰하였다. 일반적으로 미소 진폭으로 생각할 수 있는 대부분의 음파의 진행 과정은 선형 해석으로도 충분하나, 음파의 진폭이 어느 정도 이상 커지면 선형에서와 다른 특성, 즉 비선형 특성이 나타나게 된다. 특히, 음압 레벨이 135dB 를 증가하는 경우, 비선형 파가 형성되며[5], 실제로 자동차 머플러 내부에서는 음압 레벨이 170dB 까지 이르는데, 이런 정도의 음압 레벨이 되면 다공성 흡음 재질의 비선형 특성으로 인해 재질 자체의 흡음 특성도 영향을 받게

* 한양대학교 BK21 기계분야사업단

** 삼성전자 생활가전총괄

*** 서울대학교 기계항공공학부

된다 [6].

2. 유한 진폭 음파 이론

유한진폭(finite-amplitude)이란 미소 진폭에 상대되는 개념으로 유한진폭 음파가 매질에서 전파될 때, 공기 중에서의 경우, 일반적으로 비선형 음장이 형성된다고 알려져 있다. 이 경우 유한진폭 음파는 음압에 따른 전파 속도의 차이로 인해 파형이 삼각 톱니파 형상에 가깝게 왜곡된다[7]. 이를 수학적으로는 음파의 진행과정에서 고조파가 생성되는 것으로도 해석할 수 있다.

일반적인 단순 평면 음파의 2 차 비선형 방정식은 다음과 같다[8].

$$-\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + \nabla^2 p' = -\frac{\epsilon'}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p'^2}{\partial t^2}, \quad (1)$$

여기서 p 는 일반적인 압력, ρ 는 매질 유체의 밀도, 첨자 0 은 평형 상태를 의미한다. 또한 $p - p_0 \equiv p'$ 는 음압을, $\epsilon' = (\gamma + 1)/2$ 는 매질의 비선형 특성을 결정하는 비선형 파라미터를 나타낸다. 여기서 γ 는 비열비이고, 공기의 경우 ϵ' 는 1.2 정도의 값을 갖는다.

식(1)을 풀기 위해 연속근사법[8]을 적용하였다. 즉, 다음과 같이 1 차 근사항 p_1 과 이보다 훨씬 작은 값을 갖는 2 차 근사항 p_2 의 합으로 해를 가정하고,

$$p' = p - p_0 = p_1 + p_2, \quad (2)$$

식(1)에 대입해서 각 근사항 p_1 과 p_2 에 대해 정리하면,

$$-\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} + \nabla^2 p_1 = 0, \quad (3a)$$

$$-\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_2}{\partial t^2} + \nabla^2 p_2 = -\frac{\epsilon'}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p_1^2}{\partial t^2} \quad (3b)$$

와 같다.

조화 가진의 진폭을 P_0 라 하면, 음압의 근사항들은 다음과 같다.

$$p_1 = P_0 e^{i(\alpha x - kx)}, \quad (4a)$$

$$p_2 = -\frac{\epsilon' P_0^2}{4 \rho_0 c_0^2} e^{i2(\alpha x - kx)} (1 + i2kx) \quad (4b)$$

여기서 2 차 조화항의 진폭은 음원으로부터 거리에 비례하여 선형적으로 증가하는 특징이 있다. 따라서 최초 정현파로 표현한 음파가 음원에서 출

발하여 계속 진행함에 따라 점점 더 파형이 왜곡되는 것으로 이해할 수 있다. 이 경우 왜곡이 일정 수준 이상 이르면 충격파로 전이되므로 식(4a,b)은 충격파에 이르기 전 단계까지의 비선형 음파를 근사화 한 것으로 보던 된다. 예를 들어 단일 주파수 20 kHz 의 유한진폭 음파의 음압이 $P_0 = 6.3 \text{ kPa}$ (170dB)인 경우, 식(4a,b)의 유효 범위는 0.05 m 이내가 된다.

3. 경계면 조건

본 연구에서는 이론해석의 타당성을 보이기 위해 우선 Fig. 1 과 같이 공기와 다공성 재질이 반무한 공간을 이루고 경계면에서 일정한 거리에 평면 음파의 음원이 있는 경우에 대하여 이론적 해석을 수행하였다. 해석 모델에서 좌표 및 배치는 기존 연구[4]의 경우와 같다.

공기 중 +x 방향으로 진행하는 유한진폭 음파의 음압은 다음과 같다.

$$p^+ = P_0 e^{i(\alpha x - k(x+L))} - \frac{\epsilon' P_0^2}{4 \rho_0 c_0^2} [1 + i2k(x+L)] e^{i2(\alpha x - k(x+L))} \quad (5a)$$

마찬가지로 -x 방향으로 경계면에서 반사되어 진행하는 음파의 음압은 다음과 같다.

$$p^- = P_{b0} e^{i(\alpha x + kx)} - \frac{\epsilon' P_{b0}^2}{4 \rho_0 c_0^2} [1 - i2kx] e^{i2(\alpha x + kx)} \quad (5b)$$

식(5a,b)에서 P_0 은 음원에서 최초 조화가진 음파의 진폭을, P_{b0} 는 반사파의 진폭을 나타낸다.

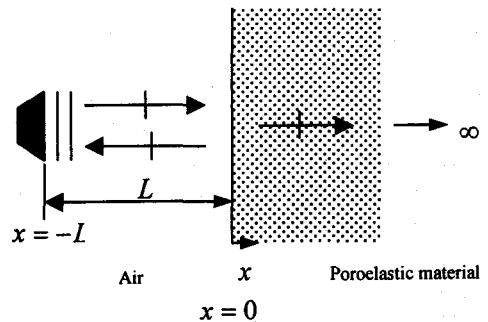


Fig. 1 Configuration of 1-D incident wave process

다음으로 입자속도(**particle velocity**) 식을 구하기 위해 공기 중 음압에 대한 일반적인 등엔트로피(isentropic) 관계식은

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma, \quad (6)$$

와 같다. 또한 $c^2 = \gamma p / \rho$ 의 관계를 이용하면(c 는 phase speed 를 나타냄) 식(6)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{c}{c_0} \right)^{2\gamma/(\gamma-1)} \quad (7)$$

입사파에서 $c = c_0 + (\gamma-1)v/2$ 의 관계가 성립하고, 여기서 v 가 입자속도가 된다. 이 관계식으로부터 식(7)은 다음과 같이 된다.

$$p = p_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{v}{c_0} \right)^{2\gamma/(\gamma-1)} \quad (8)$$

또한 Taylor 전개로부터 식(8)은 다음과 같은 무한급수로 나타낼 수 있고,

$$p - p_0 = \rho_0 c_0 v \left[1 + \frac{\gamma+1}{4} \left(\frac{v}{c_0} \right) + \frac{\gamma+1}{12} \left(\frac{v}{c_0} \right)^2 + O \left(\left(\frac{v}{c_0} \right)^3 \right) \right] \quad (9)$$

$|v/c_0| \ll 1$ 이라고 하는 약(weak) 비선형 조건을 도입하면, 입자속도와 음압의 관계는 다음과 같이 선형으로 근사가 가능하다는 가정을 할 수 있다.

$$p' = \rho_0 c_0 v. \quad (10a)$$

마찬가지로 내부로 진행하는 음파(반사파)에 대해서는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p' = -\rho_0 c_0 v. \quad (10b)$$

또한 각 음파의 입자 속도를 고려하면 다음과 같다.

$$v^+ = \frac{1}{\rho_0 c_0} \left(p_0 e^{i(\alpha x - k(x+L))} - \frac{\varepsilon' p_0^2}{4\rho_0 c_0^2} [1 + i2k(x+L)] e^{i2[\alpha x - k(x+L)]} \right), \quad (11a)$$

$$v^- = -\frac{1}{\rho_0 c_0} \left(p_{b0} e^{i(\alpha x + kx)} - \frac{\varepsilon' p_{b0}^2}{4\rho_0 c_0^2} [1 - i2kx] e^{i2(\alpha x + kx)} \right). \quad (11b)$$

이로부터 입사파와 반사파에 의한 공기 중 음

장의 전체 음압과 입자 속도를 가정하면, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p' = p^+ + p^-, \quad (12)$$

$$v = v^+ + v^-. \quad (13)$$

다음으로 공기와 다공성 재질 사이의 경계면에서의 적합 조건을 고려하면 다음과 같다.

$$-(1-f)p' = \sigma_{xx}, \quad (14a)$$

$$-fp' = s, \quad (14b)$$

$$v_x = (1-f) \frac{\partial u}{\partial t} + f \frac{\partial U}{\partial t}. \quad (14c)$$

여기에서 식(14a,b)는 음압과 다공성 재질의 고체상 및 유체상 사이의 힘 평형을 나타내며, 식(14c)는 입자속도의 연속조건을 나타낸다.

탄성다공성 재질 내부에 대한 해석 결과[4]로부터, $\mathbf{b}_j(0) \neq 0$, ($j=1, 2$) 일 때, 고체상과 유체상에 대한 변위는 다음과 같다.

$$u(x,t) = a_1 e^{i(\alpha x - k_1 x)} + a_2 e^{i(\alpha x - k_2 x)} + b_1(x) e^{i2(\alpha x - k_1 x)} + b_2(x) e^{i2(\alpha x - k_2 x)}, \quad (15a)$$

$$U(x,t) = a_3 e^{i(\alpha x - k_1 x)} + a_4 e^{i(\alpha x - k_2 x)} + b_4(x) e^{i2(\alpha x - k_1 x)} + b_5(x) e^{i2(\alpha x - k_2 x)}, \quad (15b)$$

여기에서,

$$b_1(x) = c'_{11} + c'_{12} e^{\kappa x} + \frac{b_{22} f_1 - b_{12} f_4}{\kappa} x, \quad (16a)$$

$$b_2(x) = c'_{21} + c'_{22} e^{\kappa x} + \frac{b_{22} f_1 - b_{12} f_4}{\kappa} x, \quad (16b)$$

$$b_4(x) = d'_{11} + d'_{12} e^{\kappa x} + \frac{b_{22} f_2 - b_{12} f_5}{\kappa} x, \quad (16c)$$

$$b_5(x) = d'_{21} + d'_{22} e^{\kappa x} + \frac{b_{22} f_2 - b_{12} f_5}{\kappa} x. \quad (16d)$$

이 식들(10~16)에서 다음의 7개 변수, 즉 P_{b0} , a_1 , a_2 , $c'_{11} - c'_{22}$ 에 대해 식을 풀면 비선형 흡음 특성을 예측할 수 있다.

4. 탄성다공성 재질의 비선형 흡음계수

한편, 선형 음향학에서 음향 인텐시티는 다음과 같이 정의된다.

$$I = \frac{1}{2} \text{Re}[p'v^*], \quad (17)$$

여디서 p' 는 음압을, v 는 입자속도를, 첨자 *는 공액 복소함을 뜻한다. 이 식(17)으로부터 다음 식(18)과 같이 선형 평면 음파의 흡음계수를 정의할

수 있다.

$$\alpha_L = \frac{I_L}{I_i} = \frac{I_i - I_r}{I_i} = 1 - |R|^2, \quad (18)$$

여기서 I_i 는 입사 음파의 인텐시티를, I_r 는 투과 음파의 인텐시티를, I_r 은 반사 음파의 인텐시티를 나타낸다. 또 R 은 반사율이다.

그러나 유한진폭 음파의 경우에는 1 차 조화 성분에 고차 성분이 발생되어 포함되므로 선형의 경우와 같이 표현할 경우 큰 오차를 포함하게 된다. 따라서 본 연구에서는 2 차 조화파까지 근사화 한 결과를 토대로 다음과 같이 “2 차 비선형 인텐시티”를 가정하였다.

$$I_N = \frac{1}{2}(\text{Re}[p_1 v_1^*] + \text{Re}[p_2 v_2^*]), \quad (19)$$

여기서 첨자 1, 2는 각각 1차, 2차 조화 항을 나타낸다. 위 가정으로부터 식(18)과 같이 비선형이 나타나는 유한진폭 평면 음파의 반무한 다공성 재질에 대한 흡음계수를 정의하면 다음과 같다.

$$\alpha_N = \frac{\text{def } I_{Ni}}{I_{Ni}} = \frac{I_{Ni} - I_{Nr}}{I_{Ni}} = 1 - \frac{I_{Nr}}{I_{Ni}}. \quad (20)$$

5. 결과 및 토의

Fig.2는 Fig. 1에 도시한 1차원 모델에 대하여 위 해석 과정을 통하여 일반적인 폴리우레탄 폼(공극률 ≈ 0.9)에서의 음압에 따른 흡음계수의 변화를 나타낸 것이다. Fig.2에서 점은 선형 파만을 고려했을 때의 결과이고 나머지는 각각의 음압레벨 값에서의 흡음계수를 나타낸다. 그림에서와 같이 음원의 음압레벨이 100 dB (ref. 2×10^{-5} Pa)일 때는 선형의 경우와 차이를 보이지 않지만, 135 dB (ref. 2×10^{-5} Pa) 이상의 경우에는 고주파로 갈수록 차이가 커짐을 알 수 있다. 즉, 해석 결과에 의하면 주파수가 높을수록, 음압레벨이 높을수록 유한진폭 음파의 탄성다공성 재질에 대한 흡음계수는 선형의 경우와 큰 차이를 보이게 된다. 이러한 현상은 “비선형성에 의한 감소효과”로 유추할 수 있다.

Fig. 3은 일정한 음원의 음압레벨에서 음원과 다공성 재질 경계면 사이의 거리 변화에 따른 특성을 나타낸다. 여기서는 음원으로부터의 거리가 클수록 흡음계수는 커진지는 것으로 나타났다. 비선형 성을 갖는 높은 음압레벨에서는 저주파일수록, 또 음원에 가까울수록 흡음계수가 약간 낮아지는 경향이 있다. 이러한 현상으로부터 유한진폭 음파는 선형파와는 달리 흡음재료의 입사 및 투과가 어렵다고도 생각할 수 있다. 그러나 일단 탄성다공성 재질 내부로 입사된 유한진폭 음파는 선형파보다 더 빨리 감소되는 것으로 추측할 수 있다.

Fig. 4역시 음원의 거리에 따른 흡음계수의 변화를 나타낸 것으로, 음원으로부터의 거리가 증가할수록 흡음계수가 증가하는 것을 확인할 수 있다.

이상의 2차 비선형 근사를 통한 해석에 의하면, 유한진폭 평면음파가 반무한 탄성다공성 재질로 입사할 때는 그 비선형 특성에 의하여 선형 음파의 입사의 경우보다 흡음계수가 더 크게 예측되었다. 그러나 이상의 결과는 반무한 영역에 대하여 흡음만을 고려한 것으로 공학적 효용성을 높이기 위해서는 유한두께의 다공성 재질에 대하여 투과 손실을 예측할 수 있는 해석으로까지 확장되어야 할 것이다.

6. 결론

유한진폭 음파가 탄성다공성 재질로 입사될 때, 그 흡음 특성은 선형의 경우와는 다른 특성을 보인다. 이것은 입사 음파의 음압이 135 dB을 넘는 경우와 같이 비선형과 특성을 가지고 있고, 이에 대한 흡음 특성을 해석 하기 위해서는 탄성 다공성 재질 자체도 비선형 모델링이 필요하다. 따라서 본 연구에서는 공기 중 고음압 비선형 입사 음파와 탄성다공성 재질 내부의 비선형 음파 해석을 바탕으로 경계면에서의 적합조건을 통해 비선형 흡음 특성을 예측하였다. 해석결과 음압이 높을수록, 입사 음파의 주파수가 높을수록, 경계면이 음원으로부터 멀수록 비선형 흡음 특성이 크게 나타나 흡음계수가 증가함을 추측할 수 있었다.

후 기

이 연구는 교육부 지원 BK21 사업 연구비 지원으로 수행되었습니다.

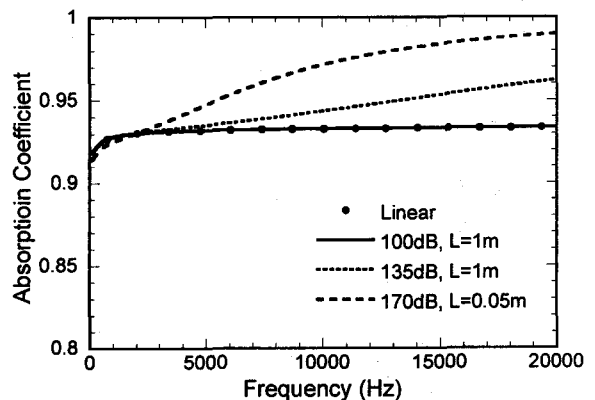


Fig. 2 Absorption coefficient for the variation of SPL.

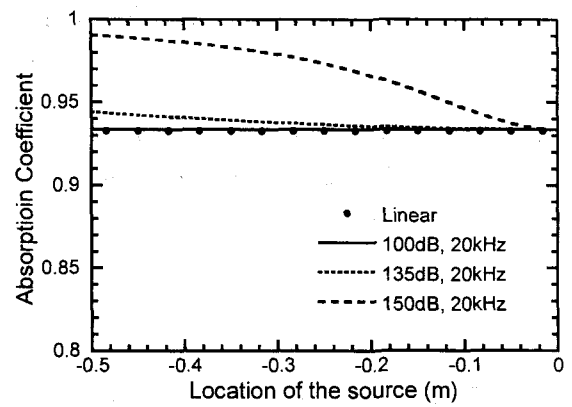
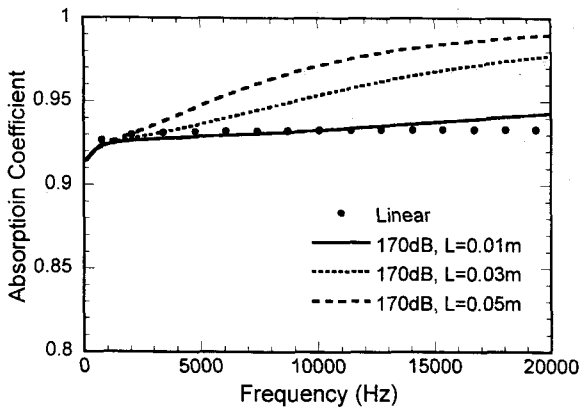
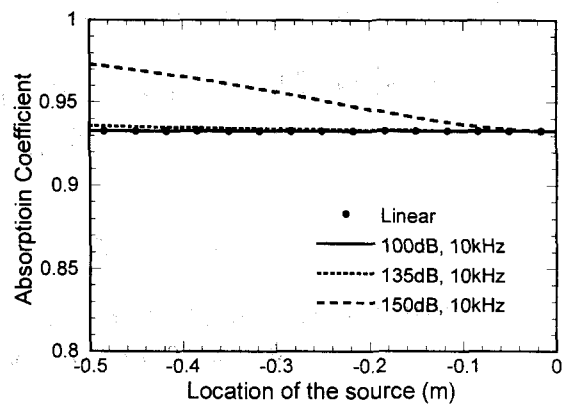
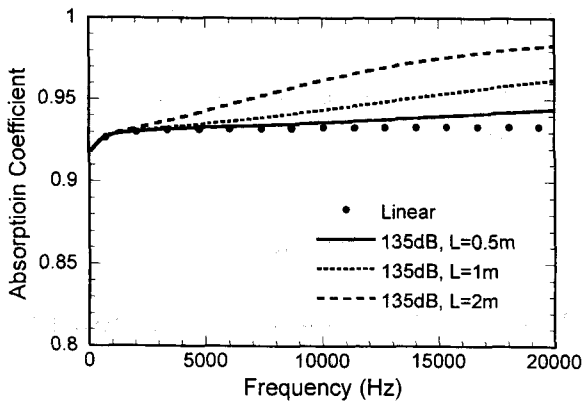


Fig. 3 Absorption coefficient for the variation of distance from the source

Fig. 4 Absorption coefficient with respect to distance from the source

참고문헌

1. G. D. Meegan, P. A. Johnson, R. A. Guyer and K. R. McCall, "Observations of nonlinear elastic wave behavior in sandstone," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 94, p3387-3391, 1993.
2. L. A. Ostrovsky, "Wave processes in media with strong acoustic nonlinearity," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 90, p3332-3337, 1991.
3. D. M. Donskoy, K. Khashanah and T. G. McKee, Jr., "Nonlinear acoustic waves in porous media in the context of Biot's theory," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 102, p2521-2528, 1997.
4. 김진섭, 이수일, 강연준, "비선형성을 고려한 탄성 다공성 재질의 음향학적 모델링", *한국소음진동공학회지*, 제 9 권, 제 6 호, p1218-1226, 1999.
5. F. J. Fahy, *Sound Intensity*, Elsevier, 1989.
6. K. Khirmykh, A. Cummings and B. M. Shield, "A non-linear model for flexible porous materials," *Proceedings of INTER-NOISE 95*, p449-452, 1995.
7. K. Naugolnykh and L. Ostrovsky, *Nonlinear Wave Processes in Acoustics*, Cambridge University Press, 1998.
8. C. Campos-Pozuelo, B. Dubus and J. A. Gallego-Juárez, "Finite-element analysis of the nonlinear propagation of high-intensity acoustic waves," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 106, p91-101, 1999.