대한기계학회 2000년도 춘계학술대회논문집 A pp. 212~217 KSME 00S037

볼트 체결부 균열의 혼합모드 응력확대계수 해석에 대한 가중함수법의 적용

허성필* · 양원호** · 정기현*** · 조명래**** · 현철승*****

Application of Weight Function Method to the Mixed-Mode Stress Intensity Factor Analysis of Cracks in Bolted Joints

Sung-Pil Heo, Won-Ho Yang, Ki-Hyun Chung, Myoung-Rae Cho, Cheol-Seung Hyun

Key Words: Weight Function Method(가중함수법), Bolted Joint(볼트 체결부), Contact(접촉), Clearance(간극), Finite Element Method(유한요소법)

Abstract

The reliable determination of the stress intensity factors for cracks in bolted joints is needed to evaluate the safety and fatigue life of them widely used in mechanical components. The weight function method is an efficient technique to calculate the stress intensity factors for various loading conditions using the stresses of an uncracked model. In this paper the mixed-mode stress intensity factors for cracks in bolted joints are obtained by weight function method, in which the coefficients of weight function are determined by finite element analyses for reference loadings. The effects of the magnitude of clearance and frictional coefficient on the stress intensity factors are investigated.

1. 서 론

항공기를 비롯한 많은 기계 구조물에 접합의 방법으로 볼트 체결 및 리벳 체결과 같은 기계적 체결이 널리 이용되고 있다. 볼트 체결부(bolted joint)는 균열이 발생할 가능성이 상대적으로 높으며 따라서 이러한 기계적 체결부의 파괴역학적 안전성 및 피로수명 등을 평가하기 위해서는 볼트 체결부에 존재하는 균열에 대한 정확한 응력확대계수(stress intensity factor; SIF)의 평가가 필요하다.

임의의 균열에 대한 응력확대계수는 주로 유한요소해석을 통해 정확하게 구할 수 있으나 여러 하중 조건에 대한 해를 얻고자 하는 경우에는 모델 구성 및 해석에 많은 시간을 요하게 된다. 가중함수법(weight function method)은 균열 및 균열체(cracked body)의 형상에 대한 가중함수와 동일 형상의 구조물에 균열이 포함되지 않은 경우에 대한 응력을 이용하여 효율적으로 응력확대계수를 구할 수 있는 방법이다.

주로 모드 I 균열 문제에 대하여 가중함수의 개발 및 그 적용에 관한 많은 연구들이 진행되어 왔다.[1,2] 모드 II 문제에 관해서는 Fett 등이 혼합모드 문제에 적용할 수 있는 가중함수를 제안하고 계면 근방의 균열에 대한 응력확대계수를 해석하였다.[3]

기계적 체결부의 안전성 평가는 주로 응력해석을 통한 강도 및 파손 평가가 수행되어 왔다. 볼트 체결부에 존재하는 균열에 대한 파괴역학적 평가도 수행되었으나 접촉부와 균열이 동시에 고려되어야 하는 복잡성으로 인해 상대적으로 제한적인 연구들이 수행되어 왔다.[4-6]

* 회원, 성균관대 대학원 기계공학과
** 회원, 성균관대학교 기계공학부
*** 회원, 성균관대 대학원 기계설계학과
**** 회원, 인덕대학 기계설계과
***** 성균관대 대학원 기계설계학과

본 연구에서는 볼트 체결부에 존재하는 균열에 대해 가중함수법을 적용하여 혼합모드 응력확대계수 해석을 수행하고, 간극(clearance)의 크기 및 마찰계수에 따른 영향을 조사하고자 한다. 또한 균열 경사각에 따른 모드 I 및 모드 II 응력확대계수의 변화를 고찰하고자 한다.

2. 볼트 체결부 균열의 개요 및 가중함수법의 적용

2.1 가중함수법에 의한 혼합모드 응력확대계수

가중함수법은 Bueckner와 Rice 등에 의해 제안된 방법으로[7] Fig. 1과 같이 구조물에 작용하는 외력 T에 대해 균열이 발생할 위치에서의 응력장 $\sigma(x)$를 구하고, 식 (1)과 같이 이 응력장과 가중함수의 곱을 전체 균열길이에 대해 적분하여 응력확대계수를 구하는 방법이다.

$$K=\int_0^a h(x,a)\sigma(x)dx \qquad (1)$$

여기서 가중함수 $h(x,a)$는 기하학적 형상에는 의존하지만 작용하중에는 독립인 특성을 가지고 있기 때문에, 특정의 균열 및 균열체 형상에 대해 신뢰성 있는 가중함수가 결정되면 임의의 하중조건에 대해서도 식 (1)의 적분을 통해 간단하게 응력확대계수를 구할 수 있다.

기하학적 대칭성이 존재하지 않는 일반적인 혼합모드 문제에서는 균열면상에 작용하는 수직응력 σ 에 대해서도 모드 I뿐 아니라 모드 II 응력확대계수가 모두 나타나며 전단응력 τ 에 대해서도 마찬가지이다. 균열이 존재하는 구조물에 일반적인 하중이 작용하면 균열면상에는 수직응력과 전단응력이 모두 나타나며 이 때에는 두 가지 경우를 중첩하여 식 (2), (3)과 같이 응력확대계수를 구할 수 있다.[3]

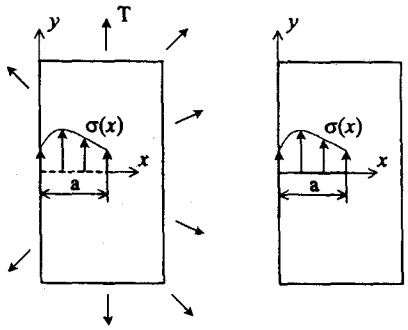


Fig. 1 Weight function method for two-dimensional crack

$$K_{\mathrm{I}}=\int_0^a\{h_{\mathrm{I}}^{(\sigma)}(x,a)\sigma(x)+h_{\mathrm{I}}^{(\tau)}(x,a)\tau(x)\}dx \qquad (2)$$

$$K_{\mathrm{II}}=\int_0^a\{h_{\mathrm{II}}^{(\sigma)}(x,a)\sigma(x)+h_{\mathrm{II}}^{(\tau)}(x,a)\tau(x)\}dx \qquad (3)$$

위 식에서 $\sigma(x)$와 $\tau(x)$는 균열면이 될 위치에서의 수직응력과 전단응력 분포를 나타내며 균열이 없는 모델에 대한 응력해석을 수행하여 얻게 된다. 식 (2), (3)에 포함된 4개의 가중함수는 일반적으로 무한급수 형태로 설정하며, Fett 등의 연구[3]에서와 같이 이러한 무한급수는 식 (4)~(7)로 간략히 하여 실제 문제에 적용할 수 있다.

$$h_{\mathrm{I}}^{(\sigma)}=\sqrt{\frac{2}{\pi a}}\left\{\frac{1}{\sqrt{1-x/a}}+D_{\mathrm{I},1}^{(\sigma)}\sqrt{1-\frac{x}{a}}+D_{\mathrm{I},2}^{(\sigma)}\left(1-\frac{x}{a}\right)^{3/2}\right\} \qquad (4)$$

$$h_{\mathrm{II}}^{(\sigma)}=\sqrt{\frac{2}{\pi a}}\left\{D_{\mathrm{II},1}^{(\sigma)}\sqrt{1-\frac{x}{a}}+D_{\mathrm{II},2}^{(\sigma)}\left(1-\frac{x}{a}\right)^{3/2}\right\} \qquad (5)$$

$$h_{\mathrm{I}}^{(\tau)}=\sqrt{\frac{2}{\pi a}}\left\{D_{\mathrm{I},1}^{(\tau)}\sqrt{1-\frac{x}{a}}+D_{\mathrm{I},2}^{(\tau)}\left(1-\frac{x}{a}\right)^{3/2}\right\} \qquad (6)$$

$$h_{\mathrm{II}}^{(\tau)}=\sqrt{\frac{2}{\pi a}}\left\{\frac{1}{\sqrt{1-x/a}}+D_{\mathrm{II},1}^{(\tau)}\sqrt{1-\frac{x}{a}}+D_{\mathrm{II},2}^{(\tau)}\left(1-\frac{x}{a}\right)^{3/2}\right\} \qquad (7)$$

식 (4)~(7)에 포함된 8개의 미정계수가 결정되면 식 (2)와 (3)으로부터 각각 모드 I, 모드 II 응력확대계수를 구할 수 있게 된다.

2.2 볼트 체결부 균열의 개요 및 유한요소해석

Fig. 2와 같이 볼트 체결부에 반지름 방향으로 균열이 존재하고 있으며, 외부에 균일 인장하중을 받고 있는 평판에 대하여 해석을 수행하였다. 구멍의 크기는 지름 12.5mm로 고정되어 있고, 볼트의 크기를 바꾸어 구멍과 볼트 사이에 간극이 존재하도록 하였다. 사용된 재료는 알루미늄이며 볼트부는 변형이 없는 강체로 가정하였다. 유한요소해석은 상용 프로그램인 ABAQUS를 이용하였다.

유한요소해석의 타당성을 검증하기 위하여 수평 균열이 대칭으로 존재하는 모델에 대해 Fig. 3과 같은 유한요소망을 구성하여 응력확대계수 해석을 수행하고 Ju의 결과[6]와 비교하였다. 유한요소해석 모델에서 접촉부는 볼트와 구멍사이의 접

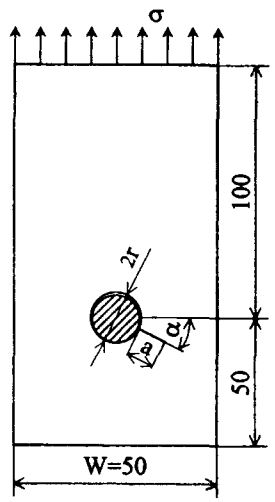


Fig. 2 Configuration of cracks in bolted joints

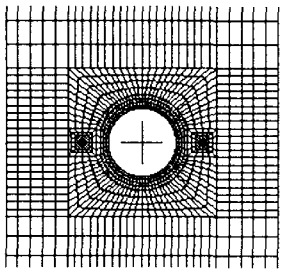


Fig. 3 Finite element mesh for double crack model

촉 조건이 만족되도록 상세하게 요소망을 구성하였고, 볼트는 강체 요소(rigid element)를 사용하여 표현하였다. 또한 균열 선단에는 응력의 특이성을 표현할 수 있는 1/4절점 요소(quarter point element)를 사용하였다.

Table 1은 무차원 균열길이에 따른 수평 대칭 균열의 응력확대계수를 무차원화하여 나타낸 것으로 함께 나타낸 Ju의 해석 결과[6]와 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 접촉부 및 균열을 포함하는 본 연구의 유한요소해석이 타당함을 입증할 수 있다.

2.3 볼트 체결부 균열에 대한 가중함수법의 적용

볼트 체결부에 존재하는 균열은 하중 조건 및 균열의 경사각에 따라 일반적으로 혼합모드 상태에 놓이게 되며 적합한 가중함수를 사용하여 식 (2), (3)에 의해 모드 I 및 모드 II 응력확대계수를

Table 1 Stress intensity factors for double symmetric cracks in bolted joints

$2(a+r)/W$	$K_1/\sigma\sqrt{\pi(a+r)}$	
	FEM	Ju's results
0.331	1.46	1.43
0.442	1.43	1.41
0.525	1.43	1.41

구할 수 있다. 4개의 가중함수 중에서 예를 들어 식 (4)에 나타낸 $h_1^{(\sigma)}$를 결정하기 위해서는 2개의 미정계수를 구하여야 한다. 이를 위해 기준하중(reference loading)으로 균열면상에 작용하는 균일 응력과 일차 응력을 고려하여 각각 식 (8), (9)에서와 같이 이들 하중에 대해 가중함수법을 적용한다.

$$\int_0^a h_1^{(\sigma)}(x,a)\,\sigma_0\,dx=\sigma_0\sqrt{\pi a}F_{1,1}^{(\sigma)} \tag{8}$$

$$\int_0^a h_1^{(\sigma)}(x,a)\,\sigma_0\left(1-\frac{x}{a}\right)dx=\sigma_0\sqrt{\pi a}F_{1,2}^{(\sigma)} \tag{9}$$

여기서 $F_{1,1}^{(\sigma)}$와 $F_{1,2}^{(\sigma)}$는 두 기준하중에 대한 무차원 응력확대계수로 유한요소해석을 수행하여 얻을 수 있다. 이 값들을 대입하여 식 (8), (9)를 연립하여 풀면 식 (4)에서의 두 미정계수를 결정할 수 있으며, 그 결과는 식 (10), (11)과 같다.

$$D_{1,1}^{(\sigma)}=\frac{15\pi}{8\sqrt{2}}(5F_{1,1}^{(\sigma)}-7F_{1,2}^{(\sigma)})-10 \tag{10}$$

$$D_{1,2}^{(\sigma)}=\frac{35\pi}{8\sqrt{2}}(5F_{1,2}^{(\sigma)}-3F_{1,1}^{(\sigma)})+\frac{35}{3} \tag{11}$$

Table 2는 가중함수법과 유한요소법으로 구한 모드 I, 모드 II 응력확대계수를 $\sigma\sqrt{\pi a}$로 무차

Table 2 Stress intensity factors for cracks in bolted joints by weight function method and finite element method

$2(a+r)/W$	Mode I				Mode II	
	c=0		c=1%		c=1%	
	WFM	FEM	WFM	FEM	WFM	FEM
0.33	2.973	2.883	3.242	3.244	0.3348	0.3269
0.41	2.132	2.073	2.318	2.307	0.3677	0.3571
0.49	1.740	1.699	1.857	1.849	0.3366	0.3285
0.57	1.510	1.509	1.618	1.609	0.3028	0.2950
0.65	1.434	1.426	1.503	1.492	0.2727	0.2675

원화하여 균열 길이에 따라 나타낸 것으로, 간극이 없는 경우와 간극이 구멍 지름의 1%인 경우에 대한 결과를 함께 나타내었다. 표에서 WFM은 가중함수법에 의해 응력확대계수를 구한 경우로, 균열이 없는 모델에 대한 응력해석을 통해서 얻은 균열면상의 수직응력과 전단응력을 적절한 x의 다항식으로 곡선 적합(curve fitting)하여 식 (2), (3)으로부터 응력확대계수를 구하였다. 표에서 보는 바와 같이 간극 및 균열길이에 상관없이 모드 I, 모드 II 모두에서 대략 3% 이내로 가중함수법과 유한요소법에 의한 결과가 잘 일치하였다. 따라서 균열이 없는 모델에 대한 응력해석만으로 응력확대계수를 평가할 수 있는 가중함수법의 볼트 체결부 균열에 대한 적용 타당성을 입증할 수 있다.

3. 혼합모드 응력확대계수

3.1 간극의 크기에 따른 응력확대계수

가중함수법에 의해 볼트 체결부에 존재하는 수평 균열에 대하여 균열길이에 따른 응력확대계수 해석을 수행하고 그 결과를 Fig. 4에 나타내었다. 간극의 영향을 조사하기 위하여 간극이 없는 경우와 간극의 크기가 구멍 지름의 1%, 5%, 10%인 경우에 대해 응력확대계수를 구하였다. 간극이 없는 경우에 비해 간극이 1% 존재하는 경우는 모드 I 응력확대계수가 상대적으로 크게 증가하나, 간극이 존재하는 경우들끼리 비교해 보면 간극의 크기는 응력확대계수에 큰 영향을 미치지 못함을 알 수 있다. 이는 실제로 간극이 있는 볼트 체결부에 존재하는 균열에 대해 간극이 없는 모델로 이상화하여 파괴역학적 평가를 수행한다면 응력확대계수를 과소 평가하는 오류를 범하게 됨을 의미한다.

3.2 마찰계수에 따른 응력확대계수

Fig. 5는 균열이 없는 모델에 대해 볼트부와 구멍 사이의 마찰계수가 0, 0.1, 0.3일 때의 접촉응력 분포를 함께 나타낸 것으로 간극이 구멍 지름의 1%인 경우에 대한 해석 결과이다. 그림에서 β는 볼트 체결부 가장 아래 부분으로부터 시계방향으로 구멍의 경계를 따라 측정되는 각도를 의미한다. 마찰계수의 변화에 따라 접촉면적은 동일하나 최대 접촉응력을 비롯한 접촉응력의 크기에는 약간의 차이가 있음을 알 수 있다.

Fig. 6은 수평균열에 대하여 마찰계수의 변화에

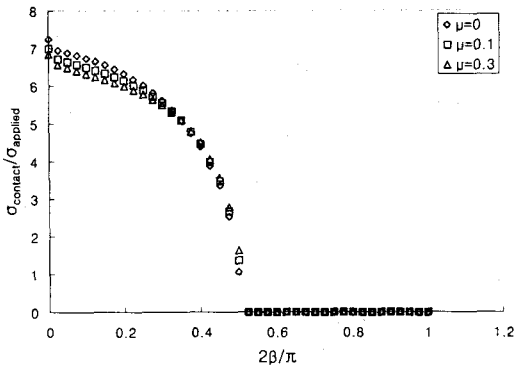


Fig. 5 Contact stress distribution due to frictional coefficient

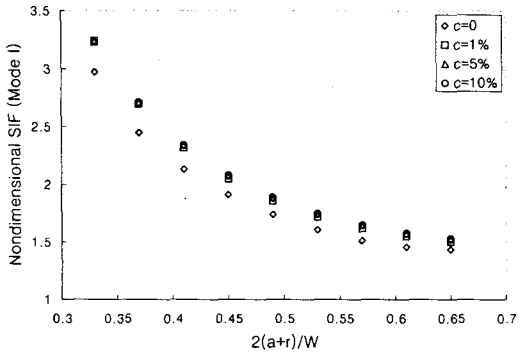


Fig. 4 Stress intensity factors due to the magnitude of clearance

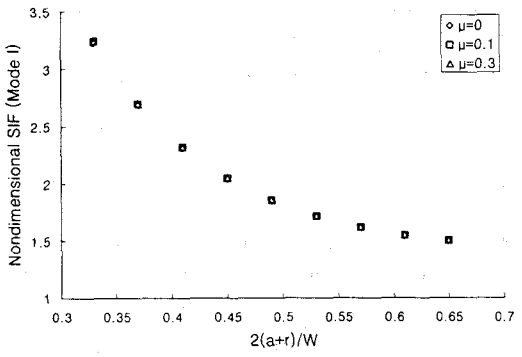


Fig. 6 Stress intensity factors due to frictional coefficient

따른 응력확대계수를 나타낸다. 마찰계수는 접촉 응력 크기의 변화는 가져오지만, 응력확대계수에는 거의 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

3.3 균열경사각에 따른 응력확대계수

경사진 균열에 대해 가중함수법을 적용하기 위해서는 서로 다른 경사각을 가지는 균열에 대해 각각 기준하중에 대한 해를 구해야 하나, 이것은 모델 구성 및 해석에 많은 시간을 요하게 된다. Table 3은 수평균열과 경사각 27°인 경사진 균열에 대해 가중함수의 계수에 포함되는 기준하중에 대한 무차원 응력확대계수를 비교한 것으로, 각각에 대한 유한요소해석을 통해 얻어진 값들이다. 본 연구에서 고려하고 있는 기준하중인 균열면상에 작용하는 균일 응력과 일차 응력에 대해서는 표의 결과에서와 같이 수평한 균열에서 구한 값과 경사진 균열에서 구한 값이 적은 오차범위내에서 잘 일치하는 값임을 알 수 있다. 따라서 경사진 균열에 대한 가중함수법의 적용에서는 균열이 없는 모델에서 얻은 응력 데이터를 응력요소의 회전을 통해 경사진 균열면상의 수직응력과 전단응력으로 변환시키고, 가중함수는 수평균열에서의 계수를 그대로 사용할 수 있을 것이다.

Table 4는 경사진 균열에 대하여 위의 절차에 따른 가중함수법과 유한요소법에 의해 구한 모드 I, 모드 II 응력확대계수를 비교한 것으로, 최종결과인 응력확대계수에서도 위 절차의 타당성을 확인할 수 있다. 가중함수법의 적용은 이와 같이 경사진 균열 문제에서 여러 경사각에 대한 응력확대계수를 평가할 때에도 매우 효과적인 방법이라고 할 수 있겠다.

Fig. 7은 볼트 체결부의 간극이 구멍 지름의 1%인 경우에 대하여 가중함수법에 의해 구한 모드 I, 모드 II 응력확대계수를 무차원 균열 경사각에 따라 나타낸 것이다. 경사각이 0°인 수평균열의 경우 간극이 없을 때는 모드 II 응력확대계수가 거의 0에 가까운 값이어서 순수한 모드 I 상태로 볼 수 있으나 그림에서와 같이 간극이 존재할 때는 작용하중에 수직인 균열일 지라도 혼합모드 상태에 놓이게 됨을 알 수 있다. 경사각이 증가함에 따라 모드 I 응력확대계수는 증가하다가 감소하는 경향을 나타내며 모드 II 응력확대계수는 0으로 감소하다가 부호가 바뀌어 증가해 가는 경향을 가진다. 이는 특정의 경사각에서 모드 II 응력확대계수는 0이 되면서 모드 I 응력확대계수가 최대가 되는 상태에 놓이게 됨을 의미하며 결국 가장 위험한 상황인 순수 모드 I 상태가 되는 임계 경사각이 존재함을 나타낸다.

Fig. 8(a), (b)는 무차원 균열 길이가 0.41인 경우에 대하여 각각 간극의 크기 및 마찰계수를 변화시켜가며 균열 경사각에 따른 모드 I 응력확대계수를 나타낸 것이다. 앞 절에서 언급했던 것처럼 경사각이 0°인 수평 균열의 경우, 간극의 유무는 모드 I 응력확대계수에 큰 영향을 미치지만 간극의 크기는 거의 영향이 없음을 확인할 수 있다. 경사진 균열에서는 간극의 크기가 커짐에 따라 모드 I 응력확대계수가 증가하는데, 그 차이는 경사각에 따라 다르다. 마찰계수가 응력확대계수

Table 3 Reference stress intensity factors for horizontal and inclined crack

	Horizontal	Inclined
$F_{\mathrm{I},1}^{(\sigma)}$	0.9562	0.9679
$F_{\mathrm{I},2}^{(\sigma)}$	0.3108	0.3180
$F_{\mathrm{II},1}^{(\tau)}$	1.0696	1.0611
$F_{\mathrm{II},2}^{(\tau)}$	0.3932	0.3884

Table 4 Nondimensional stress intensity factors for inclined crack by weight function method and finite element method

	WFM	FEM
Mode I	1.6536	1.6968
Mode II	-0.4493	-0.4374

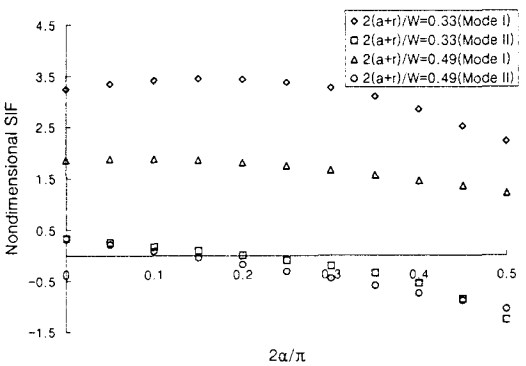
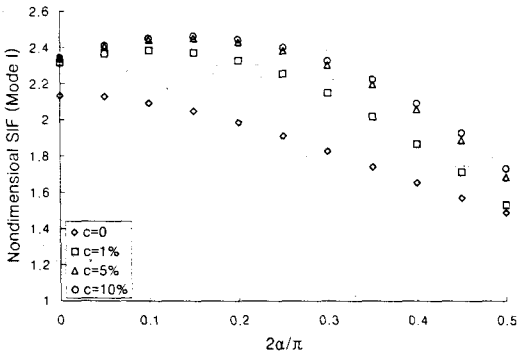
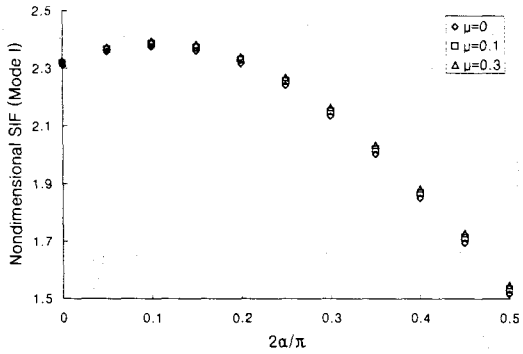


Fig. 7 Stress intensity factors along inclined angle of crack



(a) Effect of the magnitude of clearance



(b) Effect of frictional coefficient

Fig. 8 Mode I stress intensity factors along inclined angle of crack

에 미치는 영향은 앞 절의 수평균열의 경우와 마찬가지로 작지만, 경사각이 증가함에 따라 균열이 접촉면에 가까워지므로 상대적으로 큰 영향을 받게 됨을 알 수 있다.

4. 결론

가중함수법을 적용하여 볼트 체결부에 존재하는 균열에 대한 혼합모드 응력확대계수 해석을 수행하고 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 볼트 체결부에 존재하는 균열에 대한 가중함수법 적용의 타당성을 입증하였다.

(2) 수평 균열의 경우, 간극의 존재는 모드 I 응력확대계수를 증가시키지만, 간극의 크기는 거의 영향을 미치지 않는다.

(3) 볼트 체결부에 존재하는 균열은 일반적으로 혼합모드 상태에 놓이며, 간극이 있는 경우에는 작용하중에 수직인 균열일 지라도 혼합모드 상태가 된다.

(4) 가중함수법을 바탕으로 한 본 연구의 절차에 의해서 순수 모드 I 상태가 되는 임계 경사각을 여러 설계변수에 대하여 간편하게 결정할 수 있다.

(5) 볼트 체결부의 마찰계수는 응력확대계수에 거의 영향을 미치지 않는다.

후기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참고문헌

(1) Glinka, G. and Shen, G., 1991, "Universal Features of Weight Functions for Cracks in Mode I," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 40, No. 6, pp. 1135~1146.

(2) Wu, X. R. and Carlsson, A. J., 1991, "*Weight Functions and Stress Intensity Factor Solutions*," Pergammon Press, New York.

(3) Fett, T., Munz, D. and Tilscher, M., 1997, "Weight Functions for Sub-Interface Cracks," *Int. J. Solids Structures*, Vol. 34, No. 3, pp. 393~400.

(4) Cartwright, D. J. and Parker, A. P., 1982, "Opening Mode Stress Intensity Factor for Cracks in Pin-loads Joints," *Int. J. Fracture*, Vol. 18, No. 1, pp. 65~78.

(5) Narayana, K. B., Dayananda, T. S., Dattaguru, B., Ramamurthy, T. S. and Vijayakumar, K., 1994, "Cracks Emanating from Pin-Loaded Lugs," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 47, No. 1, pp. 29~38.

(6) Ju, S. H., 1997, "Stress Intensity Factors for Cracks in Bolted Joints," *Int J. Fracture*, Vol. 84, pp. 129~141.

(7) Rice, J., 1972, "Some Remarks on Elastic Crack-Tip Stress Field," *Int. J. Solids Structure*, Vol. 8, pp. 751~758.