

상반일 등고선 적분법(RWCIM)을 이용한 이방성 이중재료 내의 V-노치 균열에 대한 고유벡터 해석

노 흥 래* · 김 진 광* · 조 상 봉**

A study on the eigenvector analyses for V-notched cracks in Anisotropic Dissimilar Materials by the Reciprocal Work Contour Integral Method

Hong-Rae Roh, Jin-Kwang Kim and Sang-Bong Cho

Key Words: Reciprocal Work Contour Integral Method(상반일 등고선 적분법), Anisotropic Dissimilar Material(이방성 이중재료), V-notched Crack(V-노치 균열), Complex Stress Function(복소응력함수), Eigenvalue and Eigenvector(고유치와 고유벡터), Eigenvector Coefficient(고유벡터 계수).

Abstract

This paper examines that it is possible to apply RWCIM for determining eigenvector coefficients associated with eigenvalues for V-notched cracks in anisotropic dissimilar materials using the complex stress function. To verify the RWCIM algorithm, two tests will be shown. First, it is performed to ascertain whether predicted coefficients associated with eigenvectors is obtained exactly. Second, it makes an examination of the state of stress for FEM and RWCIM according to a number of eigenvectors at a location far away from the V-notched crack tip.

1. 서 론

등방성 단일재료 V-노치 균열문제에 대한 고유치를 결정하기 위하여 Williams⁽¹⁾, England⁽²⁾ 그리고, Karp와 Karal⁽³⁾은 고유치문제(고유벡터 접근법)를 시도하였고, Gross-Mendelson⁽⁴⁾은 경계선점법(Boundary Collocation Method), Lin과 Tong⁽⁵⁾은 특정 혼합요소(special hybrid elements), Carpenter⁽⁶⁾는 overdetermined collocation technique를 이용하여 응력강도계수를 연구하였고, Stern⁽⁷⁾은 상반일 등고선 적분법(RWCIM: Reciprocal Work Contour Integral Method)을 이용하여 응력강도계수를 연구하였다.

등방성 이중재료 내의 V-노치 균열문제의 응력특이성에 관한 연구는 Bogy⁽⁸⁾를 시작으로 Hein과 Erdogan⁽⁹⁾등이 Mellin변환법을 이용하여 연구하였고, Carpenter와 Byers⁽¹⁰⁾는 RWCIM을 이용하여 응력강도계수를 연구한 바 있다.

복소응력함수를 이용한 이방성 이중재료 내의 V-노치 균열 근방에서의 응력특이성⁽¹¹⁾과 이방성과 유사등방성재료 내의 V-노치 균열에 대한 응력특이성⁽¹²⁾등의 고유치에 관한 연구들은 있으나, 고유벡터에 관한 연구는 아직 미흡한 상태이다.

본 논문에서는 이미 발표된 바 있는 이방성 이중재료 내의 V-노치 균열문제에서 고유치 λ 에 대한 연구에 이어 고유벡터의 계수를 구하기 위하여 상반일 등고선 적분법의 적용 가능성을 검토하고자 한다.

* 회원, 경남대학교 대학원 기계설계학과

** 회원, 경남대학교 공과대학 기계자동화공부

2. 상반일 등고선 적분법(Reciprocal Work Contour Integral Method)⁽¹⁰⁾

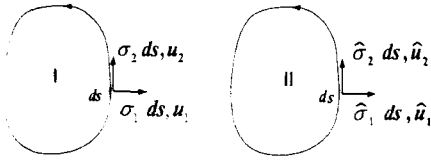


Fig. 1 System I and System II

Fig. 1에서와 같이 평형상태에 놓여 있는 두계 I의 선형 탄성체에 서로 다른 두 하중계가 작용하고 있는 경우를 생각 해 보자. 여기서 계 II의 하중, \hat{F} 과 계 I의 하중, F ,은 같은 방향으로 작용하고 있다. 그러나, 계 II의 변위, \hat{u}_i 와 계 I의 변위, u_i ,은 같은 방향으로 일어나지만 변형량은 서로 다르다. 따라서, 베티(Betti)의 상반일의 원리는 식 (1)과 같다.

$$\int_C \sum_{i=1}^2 (\sigma_i \hat{u}_i - \hat{\sigma}_i u_i) ds = \int_C T ds = 0 \quad (1)$$

여기서, $T = \sum_{i=1}^2 (\sigma_i \hat{u}_i - \hat{\sigma}_i u_i) ds$ 이다. 첨자 1과 2는 각각 응력과 변위의 등고선에 대한 법선과 접선 방향 성분을 표시한다.

Fig. 2의 V-노치 문제에 식 (1)을 적용하면 폐곡선 C 는 식 (2)과 같다.

$$C = C_\epsilon + C'' + C' + C''' \quad (2)$$

식 (2)에서 곡선 C' 와 C'' 는 표면력이 영(zero)이므로 식 (2)로부터 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\int_C T ds = - \int_{C_\epsilon} T ds \quad (3)$$

외부 등고선 C' 는 반 시계 방향의 적분경로이고, 내부 등고선 C_ϵ 는 시계 방향의 적분 경로이다. 내부 등고선에서 $-C_\epsilon$ 의 적분 방향은 반 시계 방향을 뜻한다. 또한, 식 (3)은 적분이 적분 경로에 독립임을 의미하고 있다.

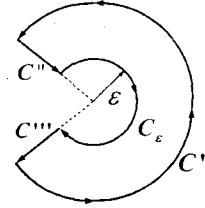


Fig. 2 V-notched configuration to which Betti's law is applied

상반일 등고선 적분법으로 계 I에서의 등고선 C_ϵ 을 따르는 응력과 변위 σ_i, u_i 는 고유치 λ_1 에서 λ_n 까지에 대한 고유치와 고유벡터 곱의 합으로 얻어지며, 등고선 C' 을 따르는 응력과 변위는 유한요소 해석으로부터 얻어진다. 또한 계 II에서의 등고선 C_ϵ 와 C' 을 따르는 응력과 변위 $\hat{\sigma}_i, \hat{u}_i$ 는 $-\lambda_1$ 에서 $-\lambda_n$ 까지에 대한 고유치와 고유벡터 곱의 합으로 얻어진다. 음의 고유치 즉, $-\lambda_1$ 에서 $-\lambda_n$ 의 응력과 변위는 단지 미분방정식을 만족하는 해이고 실제의 응력과 변위로는 사용될 수 없다.

이와 같이 하여 고유치 λ_1 에서 λ_n 까지에 대응하는 고유벡터를 구할 수 있다.

3. 이방성 이종재료 내의 V-노치 균열문제에 대한 계수벡터

3.1.1 복소수 고유치에 대한 응력장과 변위장

이방성 이종재료에 대한 응력함수는 다음과 같은 형태로 표현할 수 있다.⁽¹¹⁾

$$U(z) = 2Re[A_1 z_1^{\lambda+1} + B_1 z_1^{\bar{\lambda}+1} + A_2 z_2^{\lambda+1} + B_2 z_2^{\bar{\lambda}+1}] \quad (4)$$

여기서, $z_i = x + \mu_i y$, $\mu_i = \alpha_i + i\beta_i$ 이고, 계수 μ_i 와 A, B는 복소수이다.

식 (4)의 복소응력함수 형태로부터 다음과 같은 복소수 고유치에 대한 응력장과 변위장을 얻을 수 있다.⁽¹¹⁾

$$\sigma_{jyy} = 2\text{Re}[U_{j1}'' + U_{j2}''] \quad (5)$$

$$\sigma_{jxx} = 2\text{Re}[\mu_{j1}^2 U_{j1}'' + \mu_{j2}^2 U_{j2}''] \quad (6)$$

$$\tau_{jxy} = -2\text{Re}[\mu_{j1} U_{j1}'' + \mu_{j2} U_{j2}''] \quad (7)$$

$$u_{jx} = 2\text{Re}[p_{j1} U_{j1}' + p_{j2} U_{j2}'] \quad (8)$$

$$u_{jy} = 2\text{Re}[q_{j1} U_{j1}' + q_{j2} U_{j2}'] \quad (9)$$

여기서,

$$\begin{aligned} U_{j1} &= A_{j1} z_{j1}^{\lambda+1} + B_{j1} z_{j1}^{\bar{\lambda}+1} \\ U_{j2} &= A_{j2} z_{j2}^{\lambda+1} + B_{j2} z_{j2}^{\bar{\lambda}+1} \\ p_{j1} &= a_{j11} \mu_{j1}^2 + a_{j12} - a_{j16} \mu_{j1} \\ p_{j2} &= a_{j11} \mu_{j2}^2 + a_{j12} - a_{j16} \mu_{j2} \\ q_{j1} &= a_{j12} \mu_{j1} + \frac{a_{j22}}{\mu_{j1}} - a_{j26} \\ q_{j2} &= a_{j12} \mu_{j2} + \frac{a_{j22}}{\mu_{j2}} - a_{j26} \end{aligned} \quad (10)$$

아래첨자 $j=1,2$ 는 재료 1, 2를 의미하며, 위첨자 '는 1차 미분을 ''는 2차 미분을 의미한다. a_{ijn} 는 일반적인 이방성재료의 공학적 재료상수를 나타낸다.

3.1.2 복소수 고유치에 대한 계수벡터⁽¹¹⁾

Fig. 3과 같은 이방성 이종재료 내의 V-노치 균열문제에 대한 경계조건과 연속조건은 다음과 같다.

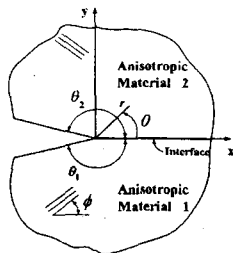


Fig. 3 V-notched crack in anisotropic dissimilar materials

$$\theta = -\theta_1 \text{ 에서 } \sigma_{1\theta\theta} = 0, \sigma_{1r\theta} = 0 \quad (11)$$

$$\theta = 0 \text{ 에서 } \sigma_{1\theta\theta} = \sigma_{2\theta\theta}, \sigma_{1r\theta} = \sigma_{2r\theta} \quad (12)$$

$$u_{1r} = u_{2r}, u_{1\theta} = u_{2\theta} \quad (13)$$

$$\theta = \theta_2 \text{ 에서 } \sigma_{2\theta\theta} = 0, \sigma_{2r\theta} = 0 \quad (14)$$

경계조건과 연속조건으로부터 얻어지는 8개의 식을 정리하여 다음의 4개의 식을 얻는다.

$$[D(\lambda)]\{A\} = 0 \quad (15)$$

여기서,

$$\{A\} = [A_{11} \ A_{12} \ A_{21} \ A_{22}]^T \quad (16)$$

$$\{0\} = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (17)$$

$$[D(\lambda)] = \begin{bmatrix} p_{11} - H_{11} \bar{p}_{11} - L_{11} \bar{p}_{12} & p_{12} - H_{12} \bar{p}_{11} - L_{12} \bar{p}_{12} \\ q_{11} - H_{11} \bar{q}_{11} - L_{11} \bar{q}_{12} & q_{12} - H_{12} \bar{q}_{11} - L_{12} \bar{q}_{12} \\ 1 - H_{11} - L_{11} & 1 - H_{12} - L_{12} \\ \mu_{11} - H_{11} \mu_{11} - L_{11} \mu_{12} & \mu_{12} - H_{12} \mu_{11} - L_{12} \mu_{12} \\ -p_{12} + H_{21} \bar{p}_{21} + L_{21} \bar{p}_{22} & -p_{22} + H_{22} \bar{p}_{21} + L_{22} \bar{p}_{22} \\ -q_{12} + H_{21} \bar{q}_{21} + L_{21} \bar{q}_{22} & -q_{22} + H_{22} \bar{q}_{21} + L_{22} \bar{q}_{22} \\ -1 + H_{21} + L_{21} & -1 + H_{22} + L_{22} \\ -\mu_{21} + H_{21} \mu_{21} + L_{21} \mu_{22} & -\mu_{22} + H_{22} \mu_{21} + L_{22} \mu_{22} \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서,

$$\begin{aligned} H_{j1} &= \frac{(\mu_{j1} - \bar{\mu}_{j1}) \{ \cos \theta_j + \mu_{j1} \sin \theta_j \}^\lambda}{(\mu_{j1} - \bar{\mu}_{j1}) \{ \cos \theta_j + \mu_{j1} \sin \theta_j \}^\lambda} \\ H_{j2} &= \frac{(\mu_{j2} - \bar{\mu}_{j2}) \{ \cos \theta_j + \mu_{j2} \sin \theta_j \}^\lambda}{(\mu_{j1} - \bar{\mu}_{j1}) \{ \cos \theta_j + \mu_{j1} \sin \theta_j \}^\lambda} \\ L_{j1} &= \frac{(\mu_{j1} - \bar{\mu}_{j1}) \{ \cos \theta_j + \mu_{j1} \sin \theta_j \}^\lambda}{(\mu_{j2} - \bar{\mu}_{j2}) \{ \cos \theta_j + \mu_{j2} \sin \theta_j \}^\lambda} \\ L_{j2} &= \frac{(\mu_{j2} - \bar{\mu}_{j2}) \{ \cos \theta_j + \mu_{j2} \sin \theta_j \}^\lambda}{(\mu_{j2} - \bar{\mu}_{j2}) \{ \cos \theta_j + \mu_{j2} \sin \theta_j \}^\lambda} \end{aligned} \quad (19)$$

여기서, $j=1, 2$ 는 재료의 1, 2를 의미한다.

식 (15)에 대해 유용한 해를 얻는 조건은

$$|D(\lambda)| = 0 \quad (20)$$

이고, 여기서 $|D(\lambda)|$ 는 행렬 $[D]$ 의 행렬식이다. 식 (20)은 특성방정식이라 불리어지고 고유치 λ 에 대한 근을 가진다.

극좌표계의 변위와 응력은 복소수 고유치에 대응하는 고유벡터의 계수로 개념적으로 표현하면 다음의 관계가 있다.

$$\begin{Bmatrix} u_{jr} \\ u_{j\theta} \\ \sigma_{jrr} \\ \sigma_{jr\theta} \\ \sigma_{j\theta\theta} \end{Bmatrix} = [C_j(\lambda_m)] \begin{Bmatrix} RA_{11m} \\ LA_{11m} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

여기서, $j=1, 2$ 는 재료 1, 2을 의미하며, m 은 고유치 λ_1 에서 λ_m 번째의 복소수 고유치를 의미한다. 행렬 $[C_j(\lambda_m)]$ 는 8개의 고유벡터 계수 $A_{11m}, \overline{B_{11m}}, A_{12m}, \overline{B_{12m}}, A_{21m}, \overline{B_{21m}}, A_{22m}, \overline{B_{22m}}$ 로 표현되는 응력과 변위식들을 한 개의 고유벡터 A_{11m} 의 비로 표현할 수 있는 행렬이다. 따라서, 식 (21)은 m 번째의 복소수 고유치 λ_m 에 대한 고유벡터, 응력과 변위들은 실수부 계수 RA_{11m} 와 허수부 계수 LA_{11m} 을 갖는 고유벡터 A_{11m} 의 비로 표현될 수 있다.

3.2.1 실수 고유치에 대한 응력장과 변위장

고유치 λ 가 실수일 때 식 (4)의 응력함수는 다음과 같이 표현되어야 한다.

$$U(z) = 2Re[A_1 z_1^{\lambda+1} + A_2 z_2^{\lambda+1}] \quad (22)$$

식 (22)의 복소응력함수 형태로부터 다음과 같은 실수 고유치에 대한 응력장과 변위장을 얻을 수 있다.⁽¹¹⁾

$$\sigma_{jvy} = 2Re[U_{j1}'' + U_{j2}'] \quad (23)$$

$$\sigma_{jxx} = 2Re[\mu_{j1}^2 U_{j1}'' + \mu_{j2}^2 U_{j2}'] \quad (24)$$

$$\tau_{jxy} = -2Re[\mu_{j1} U_{j1}'' + \mu_{j2} U_{j2}'] \quad (25)$$

$$u_{jx} = 2Re[p_{j1} U_{j1}' + p_{j2} U_{j2}'] \quad (26)$$

$$u_{jy} = 2Re[q_{j1} U_{j1}' + q_{j2} U_{j2}'] \quad (27)$$

여기서,

$$U_{j1} = A_{j1} z_{j1}^{\lambda+1} \quad (28)$$

$$U_{j2} = A_{j2} z_{j2}^{\lambda+1}$$

3.2.2 실수 고유치에 대한 계수벡터

이방성 이중재료 내의 V-노치 균열문제에 대한 경계조건과 연속조건으로부터 얻어지는 8개의 식을 정리하여 다음의 4개의 식을 얻는다.

$$[D(\lambda)]\{A\} = 0 \quad (29)$$

여기서,

$$\{A\} = [RA_{11} \ RA_{12} \ RA_{21} \ RA_{22}]^T \quad (30)$$

$$\{0\} = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (31)$$

$$[D(\lambda)] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} \end{bmatrix}$$

여기서,

$$\begin{aligned} D_{11} &= (1 + M_{11})p_{11} + (1 - M_{11})\overline{p_{11}} - N_{11}p_{12} + N_{11}\overline{p_{12}} \\ D_{12} &= -M_{12}p_{11} + M_{12}\overline{p_{11}} + (1 + N_{12})p_{12} + (1 - N_{12})\overline{p_{12}} \\ D_{13} &= -(1 + M_{21})p_{21} - (1 - M_{21})\overline{p_{21}} + N_{21}p_{22} - N_{21}\overline{p_{22}} \\ D_{14} &= M_{22}p_{21} - M_{22}\overline{p_{21}} - (1 + N_{22})p_{22} - (1 - N_{22})\overline{p_{22}} \\ D_{21} &= (1 + M_{11})q_{11} + (1 - M_{11})\overline{q_{11}} - N_{11}q_{12} + N_{11}\overline{q_{12}} \\ D_{22} &= -M_{12}q_{11} + M_{12}\overline{q_{11}} + (1 + N_{12})q_{12} + (1 - N_{12})\overline{q_{12}} \\ D_{23} &= -(1 + M_{21})q_{21} - (1 - M_{21})\overline{q_{21}} + N_{21}q_{22} - N_{21}\overline{q_{22}} \\ D_{24} &= M_{22}q_{21} - M_{22}\overline{q_{21}} - (1 + N_{22})q_{22} - (1 - N_{22})\overline{q_{22}} \\ D_{31} &= 2 \\ D_{32} &= 2 \\ D_{33} &= -2 \\ D_{34} &= -2 \\ D_{41} &= (1 + M_{11})\mu_{11} + (1 - M_{11})\overline{\mu_{11}} - N_{11}q_{12} + N_{11}\overline{\mu_{12}} \\ D_{42} &= -M_{12}\mu_{11} + M_{12}\overline{\mu_{11}} + (1 + N_{12})\mu_{12} + (1 - N_{12})\overline{\mu_{12}} \\ D_{43} &= -(1 + M_{21})\mu_{21} - (1 - M_{21})\overline{\mu_{21}} + N_{21}\mu_{22} - N_{21}\overline{\mu_{22}} \\ D_{44} &= M_{22}\mu_{21} - M_{22}\overline{\mu_{21}} - (1 + N_{22})\mu_{22} - (1 - N_{22})\overline{\mu_{22}} \end{aligned} \quad (32)$$

이고, 또한

$$\begin{aligned} M_{j1} &= \frac{\{(-1 + L_{jR})(1 + H_{jR}) - H_{jR}L_{jR}\}}{\{(1 - L_{jR})(-1 + H_{jR}) + H_{jR}L_{jR}\}} \\ M_{j2} &= \frac{2H_{jR}}{\{(1 - L_{jR})(-1 + H_{jR}) + H_{jR}L_{jR}\}} \\ N_{j1} &= \frac{2L_{jR}}{\{(1 - L_{jR})(-1 + H_{jR}) + H_{jR}L_{jR}\}} \\ N_{j2} &= \frac{\{(1 + L_{jR})(-1 + H_{jR}) - H_{jR}L_{jR}\}}{\{(1 - L_{jR})(-1 + H_{jR}) + H_{jR}L_{jR}\}} \end{aligned} \quad (33)$$

식 (30)에 대해 유용한 해를 얻는 조건은

$$|D(\lambda)| = 0 \quad (34)$$

이고, 여기서 $|D(\lambda)|$ 는 행렬 $[D]$ 의 행렬식이다.

식 (34)는 고유치 λ 에 대한 실수 근을 가진다.

실수 고유치에 대응하는 고유벡터의 계수로 응력과 변위를 개념적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} u_{jr} \\ u_{j\theta} \\ \sigma_{jrr} \\ \sigma_{j\theta\theta} \end{Bmatrix} = [C_j(\lambda_n)] RA_{11n} \quad (35)$$

여기서, $j=1, 2$ 는 재료 1, 2를 의미하며, n 은 고유치 λ_1 에서 λ_n 번째의 실수 고유치를 의미한다. 행렬 $[C_j(\lambda_n)]$ 는 4개의 고유벡터 $A_{11n}, \overline{A_{11n}}, A_{12n}, \overline{A_{12n}}$ 로 표현되는 응력과 변위식들을 한 개의 고유벡터 계수 A_{11n} 로 표현할 수 있는 행렬이다. 따라서, 식 (35)은 n 번째의 실수 고유치 λ_n 에 대한 고유벡터, 응력과 변위들은 고유벡터의 실수부 계수 RA_{11n} 의 비로 표현될 수 있다.

이방성 이종재료 내의 V-노치 균열에 대한 변위와 응력들은 식 (21)과 식 (35)로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \{u_{jr} \ u_{j\theta} \ \sigma_{jrr} \ \sigma_{j\theta\theta}\}' &= \sum_{i=1}^n [C_j(\lambda_i)] \{A_{11i}\}' \\ &+ \sum_{i=1}^n [C_j(\lambda_i)] \{RA_{11i} \ IA_{11i}\}' \end{aligned} \quad (36)$$

4. 수치 해석 및 고찰

먼저, 상반일 등고선 적분법 프로그램의 신뢰성을 검토하고자 유한요소 해석결과를 이용하는 응력과 변위에 고유벡터의 계수를 가정하여 계산한 응력과 변위를 사용하여 가정한 고유벡터의 계수를 찾아내는 지를 시험한다.

Fig. 4에서 보는 바와 같은 모델에서 재료 1과 2의 물성치는 Table 2와 같으며 노치각도 $\theta_1 = -170^\circ, \theta_2 = 170^\circ$, 1재료의 주축 1과 x축이 이루는 회전각도 $\phi_1 = 45^\circ$, 2재료의 주축 1과 x축이 이루는 회전각도 $\phi_2 = 30^\circ$ 이며 평면 응력(Plane stress)상태로 해석하여 두 개의 고유치를 얻었다. 응력과 변위들은 두 개의 고유치에 대한 고유벡터의 합으로 얻어지므로, 이들 각 고유치에 대한 고유벡터의 계수들을 가정하여 식

(36)에 대입하여 응력과 변위들을 구할 수 있다. 이들 값을 외부 등고선 C 를 따르는 유한요소해석 결과값으로 상반일 등고선 적분법 프로그램에 적용시켜 해석함으로써 가정한 각 고유치에 대한 고유벡터 계수와 찾아낸 결과가 잘 일치함을 Table 1에서 볼 수 있다.

다음 해석모델은 Fig. 4로 재료 1과 2의 물성치는 Table 2와 같으며, 해석조건은 평면응력상태이다. Table 3은 응력특이성을 나타내는 고유치 λ_1 부터 5개의 고유치와 RWCIM으로 해석한 고유벡터의 계수를 나타내고 있다. 실제 해석에서는 고유치 10개와 외부 등고선 $C_3, r/a=0.5$ 를 따르는 위치에서의 응력과 변위는 ANSYS 해석 결과값을 사용하였다.

Table 1. Verification of programing detail for RWCIM

Eienvector	Eigenvalue	Associated coefficient	Assumed value	coefficient value by RWCIM
A_{111}	0.5271+ <i>i</i> 0.0955	RA_{111}	2.0	1.9998
A_{111}	0.5271+ <i>i</i> 0.0955	IA_{111}	2.5	2.4994
A_{112}	1.1074	RA_{112}	-1.5	-1.50081

Table 2. Material properties of configuration

	Material 1	Material 2
E_{11}	6.0 GPa	0.6 GPa
E_{22}	2.5 GPa	0.25 GPa
G_{12}	1.0 GPa	0.1 GPa
ν_{12}	0.29	0.29
θ	-170°	170°
ϕ	45°	30°

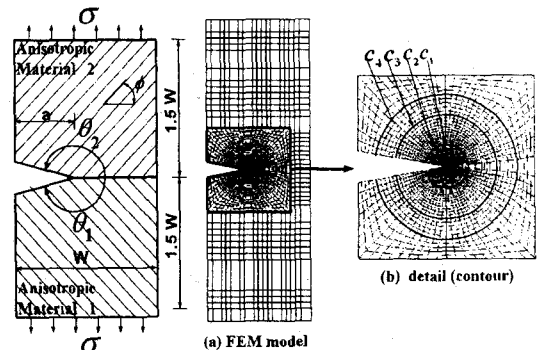


Fig. 4 Plate with V-notched crack in anisotropic dissimilar materials

Table 3의 해석결과에 대한 신뢰성을 검토하고자 한다. 응력과 변위는 식 (36)과 같이 표현되고, 실수 고유치 중에는 반드시 1이 존재한다. 실수 고유치 1은 강제회전을 표현하는 고유치이므로 고려하지 않아도 된다.⁽¹⁰⁾

Fig. 5에 무차원화시킨 반경방향 응력 σ_r/σ 을 유한요소 해석값과 첫 번째 고유치 λ_1 에서 λ_{10} 까지 고유치의 수를 증가시키며 구한 값을 나타내었다. 첫번째 복소수 고유치 λ_1 만으로 구한 응력이 외부 등고선 C_3 , $r/a=0.5$ 에서 유한요소해석 결과와 차이가 많이 나는 것을 볼 수 있다. 그러나, 고유치 수가 증가함에 따라 응력분포는 유한요소 해석 결과값에 점근해 감을 볼 수 있다. 또한, 결과를 나타내지는 않았지만 $r/a=0.1$ 에서는 고유치 3개의 합으로도 유한요소 값에 점근하는 결과를 확인할 수 있었고 r/a 이 커지는 경우는 고유치의 수를 많이 해야 점근하였다. 이상으로 해석결과에 대한 신뢰성을 확인할 수 있었다.

5. 결론

본 연구에서는 상반일 등고선 적분법을 이용하여 이방성 이종재료 내의 V-노치 균열에 대한 실수 및 복소수 고유치에 대한 고유벡터 해석의 유용성을 검토하고자 하였다.

1. 상반일 등고선 적분법은 응력특이성을 포함하는 영역에 대한 유한요소해석 결과를 이용하여 특성방정식의 근인 고유치에 대한 고유벡터를 구할 수 있었다.
2. 상반일 등고선 적분법은 응력특이성을 가지는 고유치에 대한 고유벡터를 얻기 위하여 특정요소를 사용할 필요가 없으며, 고유치의 수에 민감하지 않고 안정되게 구할 수 있었다.

Table 3. Coefficients associated with each eigenvector

Eigenvector	Eigenvalue(λ)	Associated coefficient	Coefficient value
A_{111}	0.5271+i0.0955	RA_{111}	0.6376E-02
A_{111}	0.5271+i0.0955	IA_{111}	-0.2358E-01
A_{112}	1.1074	RA_{112}	-0.8249E-02
A_{113}	1.5818+i0.0749	RA_{113}	0.9477E-01
A_{113}	1.5818+i0.0749	IA_{113}	0.2677E-01
A_{114}	1.9964	RA_{114}	0.5478E-01
A_{115}	2.2204	RA_{115}	-0.11128

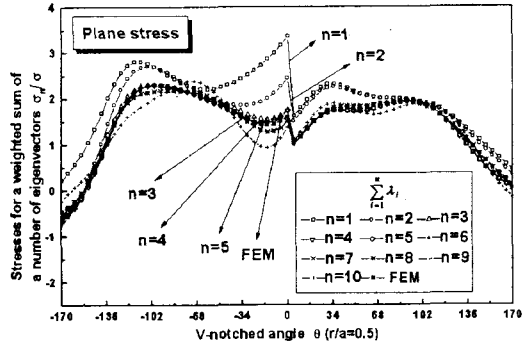


Fig 5 Comparison of the state of stress for RWCIM and FEM

참고문헌

- (1) Williams, M. L., 1952, J. Appl. Mech., Vol. 19, pp.526~528.
- (2) Englund, A. H., 1957, Int. J. Engng. Sci., Vol.9, pp.571~585.
- (3) Karp, S. and Karal, F., 1962, in Communications on Pure and Applied Mathematics XV., pp. 413~421.
- (4) Gross, B. and Mendelson, M., 1972, Int. J. Frac., Vol. 8, pp. 267~276.
- (5) Lin, K. Y. and Tong, P., 1980, International Journal for Numerical Methods in Engineering., Vol. 15, pp.1343~1354.
- (6) Carpenter, W. C., 1985, Int. J. Frac., Vol. 27, pp. 63~74.
- (7) Stern, M., 1979, J. of Elas., Vol. 9, pp. 91~95.
- (8) Bogy, D. B., 1979, Int. J. Solids Structure., Vol. 6, pp. 128~1313.
- (9) Erdogan, F., 1965, J. Appl. Mech, Vol. 32, pp. 403~410.
- (10) Carpenter, W. C., 1985, Int. J. Frac., Vol. 26, pp. 201~214.
- (11) 조상봉, 양장홍, 1998, 이방성 이종재료 내의 V-노치균열에 대한 응력특이성에 관한 연구, 대한기계학회논문집 A권, 제 22권 제 7호, pp.1307~1315.
- (12) 조상봉, 김진광, 1999, 유사등방성과 이방성 이종재료 내의 V-노치 균열에 대한 응력특이성에 관한 연구, 한국정밀학회. 제 16권 제 10호, pp.152~163.