

# 육면형 병렬기구에서의 유니버설 조인트 오차의 영향

임승룡\* · 최우천\*\*

## Effect of U-Joint Errors Analysis for a Cubic Parallel Device

Seung Reung Lim and Woo Chun Choi

**Key Words :** Cubic Parallel Device (육면형 병렬기구), Link (링크), Error Sources (오차요소), Position Error (위치 오차), Orientation Error (방위 오차), Universal Joint(유니버설 조인트)

### Abstract

This study proposes an error analysis for a cubic parallel device. There are many sources of errors in the device. An error analysis is presented based on an error model formed from the relation between the universal joint error of the cubic parallel manipulator and the end effector accuracy. The analysis shows that the method can be used in evaluating the accuracy of a parallel device.

### 1. 서 론

일반적으로 산업 현장에서 사용되는 공작기계는 주로 직렬형 구조로 되어 있다. 직렬형 구조는 말단부까지 운동을 전달하는 동안 오차가 누적되어 고정밀을 구현하기 어렵다. 이러한 직렬형 구조의 단점을 극복하기 위해 병렬형 구조가 연구되고 있다. 병렬형 구조는 플랫폼과 베이스가 2 개 이상의 직렬형 부속 관절에 의해 연결되어 폐회로를 형성하며, 서로의 운동을 구속하는 형태로 이루어진다. 개회로 형태의 직렬 기구는 작업 영역이 크고 동작의 유연성이 요구되는 일에 사용되나, 관성력, 원심력, 중력의 영향이 크며, 관절마다 구동 오차가 누적되어 말단부의 위치 오차가 비교적 크게 발생한다. 이에 비해 폐회로 기구인 병렬 기구는 동작의 유연성이나 작업 영역은 작으나, 구조적으로 여러 개의 링크로 연결되어 있어서 말단부의 운동이 여러 개의 관절들의 구속방정식을 만족해야 하므로 각 조인트에서의 오차가 한 방향으

로 누적되지 않아 말단부의 오차가 작다. 그리고 병렬형 구조는 여러 링크가 하중을 분산 지지하여 강성이 매우 크므로 고하중이 요구되는 작업에도 적합하다. 이러한 병렬기구의 구조적인 장점에 때문에 최근에 공작 기계에 사용하는 것을 목적으로 한 연구가 활발히 진행되고 있다. 일반적인 형태의 병렬형 기구에 대해서는 Masory 등<sup>(1)</sup>이 가공 오차, 설치 오차, 링크의 유격 등을 고려하여 공칭 오차 모델을 제시하였고, 이후 Ehmann 등<sup>(2)</sup>은 기구학식의 미분값에 의해 오차를 분석하였다. Wang 등<sup>(3)</sup>은 1 자유도를 갖는 링크 요소에 대한 모델링을 실시하였고, 볼 조인트의 오차를 D-H 변환을 이용해 수학적으로 유도하였다. Satori 등<sup>(4)</sup>은 기구학적 오차 측정 방법과 오차에 대한 정보의 일반화에 대해 연구하였다. Arai 등<sup>(5)</sup>은 스튜어트 플랫폼에서의 조인트 변위 오차와 말단부의 정밀도에 관한 모델을 제시하고 순기구학과 역기구학을 적용하여 말단부의 타원체 형상의 오차 분포를 유도하였다. 본 연구는 육면형 병렬기구의 오차를 기구학적으로 모델링하고, 타 연구에서 그다지 고려되지 않았던 조인트에서의 오차와 기구 형상이 병렬기구의 말단부의 오차에 미치는 영향을 다루며, 플랫폼의 위치 오차와 방위 오차를 예측할 수 있게 하였다.

\* 고려대학교 대학원 기계공학과

\*\* 고려대학교 기계공학과

## 2. 구조와 오차 모델

### 2.1 구조

본 연구에 사용된 병렬기구는 Fig. 1 에서처럼 3 개의 링크가 z 축 방향으로 플랫폼을 지지하고 있고, 2 개의 링크가 x 축 방향으로, 1 개의 링크가 y 축 방향으로 연결되어 있다. 링크는 볼스크루와 너트로 이루어져 있고, 양끝에 유니버설 조인트가 연결되어 있다. 링크의 길이는 모터로 볼스크루를 회전시켜 너트를 직선 운동시킴으로써 변화된다.

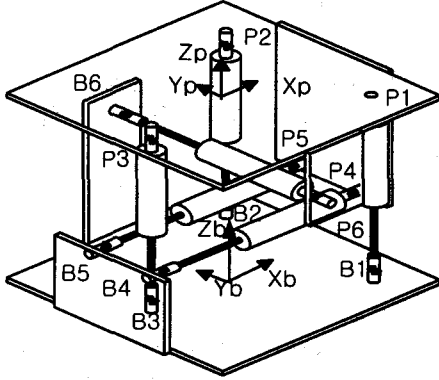


Fig.1 A proposed cubic parallel manipulator.

### 2.2 역기구학을 이용한 오차 모델

육면형 병렬기구의 기하학적 변수를 그림으로 표시하면 Fig. 2 와 같다. 각각의 링크는 플랫폼과 연결된 부분에 유니버설 조인트, 링크부에 선형 구동 조인트, 베이스와 연결된 부분에 유니버설 조인트로 연결되어 있다. 베이스 좌표계(x,y,z)는 베이스의 중심부에 원점이 있고, 플랫폼 좌표계(x<sub>h</sub>,y<sub>h</sub>,z<sub>h</sub>)는 플랫폼의 중심부에 원점이 있다. p<sub>i</sub><sup>h</sup> 는 플랫폼의 원점으로부터 i 번째 링크의 플랫폼 측 유니버설 조인트의 중심까지의 위치 벡터이다. R 을 베이스 좌표계에 기준한 플랫폼의 중심을 표현한 회전 행렬이라 하면, p<sub>i</sub><sup>h</sup> 를 베이스 좌표계로 표현할 수 있다.

$$S_i = R p_i^h \quad (1)$$

또한, 기구의 기하학적 형태로부터 링크의 길이 벡터인 w<sub>i</sub> 는 다음과 같이 표현된다.

$$w_i = p_h + s_i - p_{bi} \quad (2)$$

여기서 p<sub>h</sub> 는 베이스 좌표계에 기준한 플랫폼 중심의 위치 벡터이고, p<sub>bi</sub> 는 베이스 좌표계에 기준한 i 번째 링크 끝 단에 위치한 베이스측 유니버설 조인트의 중심까지의 위치 벡터이다. 링크의 길이 벡터인 w<sub>i</sub> 는 링크 길이 l<sub>i</sub> 와 링크 길이 방향의 단위 벡터인 z<sub>i</sub> 로 이루어진다.

$$w_i = l_i z_i \quad (3)$$

여기서 식(1)과 식(2)를 식(3)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$l_i z_i = p_h + R p_i^h - p_{bi} \quad (4)$$

여기서 p<sub>h</sub> 는 베이스 좌표계에 기준한 플랫폼 중심의 위치 벡터이고, p<sub>bi</sub> 는 베이스 좌표계에 기준한 i 번째 링크 끝 단에 위치한 베이스측 유니버설 조인트의 중심까지의 위치 벡터이다. 링크의 길이 벡터인 w<sub>i</sub> 는 링크 길이 l<sub>i</sub> 와 링크 길이 방향의 단위 벡터인 z<sub>i</sub> 로 이루어진다.

식(4)의 양변을 미분하면 다음과 같다.

$$\delta l_i z_i + l_i \delta z_i = \delta p_h + \delta R p_i^h + R \delta p_i^h - \delta p_{bi} \quad (5)$$

한편 δR 은 다음과 같이 표현된다.

$$\delta R = R_{\omega} R = \begin{bmatrix} 0 & -\delta\omega_z & \delta\omega_y \\ \delta\omega_z & 0 & -\delta\omega_x \\ -\delta\omega_y & \delta\omega_x & 0 \end{bmatrix} R \quad (6)$$

여기서, δω<sub>x</sub>, δω<sub>y</sub>, δω<sub>z</sub> 는 각각 x 축, y 축, z 축 방향의 공간 순간 각속도이다. 식(6)을 식(5)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \delta l_i z_i + l_i \delta l_i z_i + l_i \delta z_i \\ & = \delta p_h + \delta \Omega \times s_i + R \delta p_i^h - \delta p_{bi} \end{aligned} \quad (7)$$

식(7)을 δl<sub>i</sub> 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta l & = z_i^T \delta p_h + (s_i \times z_i)^T \delta \Omega + z_i^T R \delta p_i^h - z_i^T \delta p_{bi} \\ \delta l & = \begin{bmatrix} z_i^T & (s_i \times z_i)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p_h \\ \delta \Omega \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$+ \begin{bmatrix} z_i^T R & -z_i^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p_i^h \\ \delta p_{bi} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\text{또한, } J_p = \begin{bmatrix} z_i^T & (s_i \times z_i)^T \end{bmatrix}, \quad \delta x = \begin{bmatrix} \delta p_h \\ \delta \Omega \end{bmatrix},$$

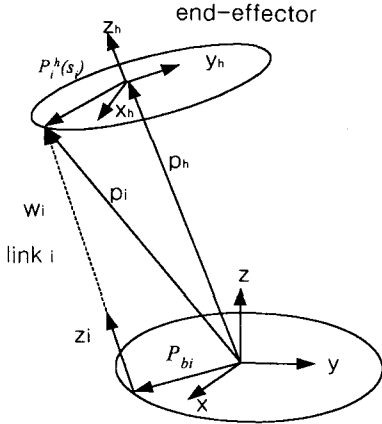


Fig. 2 Kinematic parameters of one link of a parallel manipulator.

$$J_s = \begin{bmatrix} z_i^T R & -z_i^T \end{bmatrix}, \quad \delta p = \begin{bmatrix} \delta p_i^h \\ \delta p_{bi} \end{bmatrix} \text{라 하면}$$

식(8)은 다음과 같이 정리된다.

$$\delta l_i = J_p \delta x + J_s \delta p \quad (9)$$

식(9)를  $\delta x$ 에 대해 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\delta x = J_p^{-1} \delta l_i - J_p^{-1} J_s \delta p \quad (10)$$

### 3. 오차 모델

유니버설 조인트가 베이스와 플랫폼에 설치되면 식 (1)에서  $\delta p_{bi}$ 와  $\delta p_i^h$ 를 제외한 다른 오차들은 고정되고 측정 가능하다. 본 연구에서는 링크의 백래시 오차와 설치 오차는 무시하고, 유니버설 조인트에서의 간극 크기에 의한 오차를 고려하여, 이들이 플랫폼의 위치 오차와 방위 오차에 미치는 영향을 다룬다. 유니버설 조인트에는 두개의 축이 있고, 이 축은 홀에 조립되어 있다. 축과 홀이 상대운동을 하므로, 이들 사이에는 간극이

존재한다. 이 간극으로 인해 유니버설 조인트 중심은 이상적인 위치에서 벗어나게 되고, 이 오차가 플랫폼의 오차에 영향을 준다. 유니버설 조인트를 Fig. 3과 같이 모델링할 수 있다. Fig. 3은 유니버설 조인트 내부의 축의 운동을 제한하는 간극 때문에 유니버설 조인트의 두 축의 운동은 일정한 반경의 원으로 제한된다. 따라서 유니버설 조인트의 중심의 운동은 일정 반경의 구로 제한된다. 즉, 조인트 중심은 구의 내부의 임의의 위치에 놓이게 된다. 베이스에 연결된 유니버설 조인트에서의 구의 반경을  $C_b$ 라 둔다.

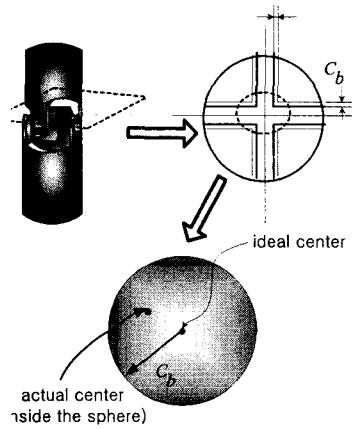


Fig. 3 Clearance of a U-joint and position error of the joint center.

#### 3.1 동역학 해석

작용하는 모든 힘의 결과로 플랫폼의 원점, 즉 엔드 이펙터가 운동을 할 경우 시스템에 작용하는 힘들에 의한 식은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^6 {}^p F_i + {}^p F_G + {}^p F_C = m\ddot{x} \quad (12)$$

여기서  $\sum_{i=1}^6 {}^p F_i$ : 각 링크에 작용하는 선형 힘

${}^p F_G$ : 플랫폼의 자중

${}^p F_C$ : 절삭력

$m\ddot{x}$ : 플랫폼에 작용하는 관성력

한편, 식(12)를 정리하면 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^6 {}^p F_i = -{}^p F_G - {}^p F_C + m\ddot{x} = F_{total} \quad (13)$$

또한 (13)식은 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$F_{total} = J_{total} \quad (14)$$

이때  $F_{total}$  는 플랫폼의 원점인 엔드이펙터에 발생하는 힘이고,  $\tau$  는 각 구동기에 가해지는 선형힘이다.  $F_{total} = [f, m]^T$  으로 플러커 좌표계로 표시되며,  $f$  와  $m$  은 각각 엔드 이펙터에서 발생하는 힘과 모멘트 이다.  $z_i$  를 링크의 길이 방향을 표현하는 단위 벡터라고 하고,  $s_i$  를 플랫폼 좌표계의 원점에서 플랫폼에 부착된 유니버설 조인트의 중심까지의 위치 벡터이다.  $\tau = [\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6]$  로 표시되고, 구동력과 엔드이펙터의 관계를 나타내는 자코비안 행렬은 다음과 같다.

$$J = \begin{bmatrix} z_1 & \dots & z_6 \\ s_1 \times z_1 & \dots & s_6 \times z_6 \end{bmatrix} \quad (15)$$

결국 식(14)은 다음과 같이 된다.

$$F_{total} = \begin{bmatrix} z_1 & \dots & z_6 \\ s_1 \times z_1 & \dots & s_6 \times z_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (16)$$

또한 식(16)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\tau_i = J^{-1} F_{total} \quad (17)$$

### 3.2 조인트의 운동 오차

플랫폼이 운동을 할 경우 각 링크가 받는 힘은 식(16)에서 구할 수 있다. 이 경우  $\tau_i$  의 부호에 의해 링크가 인장력 혹은 압축력을 받게 되고, 이것은 힘 방향에 의해 조인트의 변동 오차를 제한하는 구속 식으로 나타난다.  $c_{bUi}$  를 베이스측 유니버설 조인트의 운동 오차 벡터,  $c_{pUi}$  를 플랫폼측 유니버설 조인트의 운동 오차 벡터라 하면  $\tau_i$  의

부호에 의해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\bullet \tau_i \text{의 부호가 (+)이면 인장 응력이 발생하므로} \\ &c_{bUi} = (+)c_b z_i \\ &c_{pUi} = (-)c_b z_i \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} &\bullet \tau_i \text{의 부호가 (-)이면 압축 응력이 발생하므로} \\ &c_{bUi} = (-)c_b z_i \\ &c_{pUi} = (+)c_b z_i \end{aligned} \quad (19)$$

식(18)와 (19)에서  $c_{bUi}$  는  $\delta p_{bi}$  에 해당하고,  $c_{pUi}$  는  $\delta p_i^h$  에 해당하므로  $\delta p$  가 결정되고,  $\delta l_i$  는 볼스크루 선정 시 제품의 등급에 의해 결정된다. 이로써 식(10)에 의해 플랫폼의 위치 오차와 방위 오차를 구할 수 있다.

## 4. Case Study

제안된 식을 MATHEMATICA 를 사용하여 Fig. 1 의 형상을 가진 육면형 병렬 기구에 관해 모의 실험을 하였다. 모의 실험에 사용된 기구의 크기, 공차, 작용 힘은 Table 1, 2, 3 과 Fig. 4, 5 에 나타나 있다.

Table 1 Kinematic values of Cubic Parallel Mechanism.

플랫폼의 자중	47.068N
절삭력 (수직 하향)	500N
유니버설 조인트 공차	10 $\mu$ m
볼스크루 백래시 공차	0 $\mu$ m

플랫폼이  $z=410$ mm 인 평면 상에서 회전 운동 없이 반경이 10cm 인 원의 궤적을 구심 가속도 10rad/sec<sup>2</sup> 로 등속 원운동할 때, 링크에 작용하는 힘의 방향을 고려하여 오차를 분석하였다. 원형 궤적은 반 시계 방향으로 각도에 따라 등분하여 매 순간 링크에 작용하는 힘의 크기를 계산한 후, 플랫폼과 베이스에 있는 각각의 유니버설 조인트의 오차 벡터를 계산하였다. 그리고 이렇게 구한 값을 역기구학의 미분식인 식(10)을 이용한 프로그램에 대입하여 원형 궤적을 따라 운동하는 동안 발생하는 위치 오차와 방위 오차를 계산할 수 있다.

Fig. 4 와 Fig. 5 에서는 유니버설 조인트의 기하학

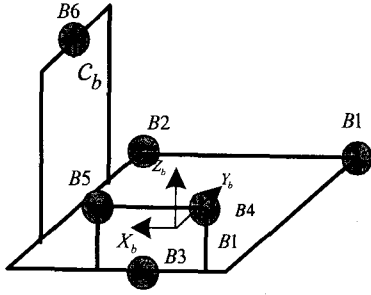


Fig. 4 Error ranges of U-joint centers on the base.

Table 2 Coordinates of the joints centers.

중심점	좌표
B1	(b, -a, 0)
B2	(b, a, 0)
B3	(-b, 0, 0)
B4	(-c, -e, zz1)
B5	(-c, e, zz2)
B6	(0, f, -zz3)

a=0.16m, b=0.14m, c=0.195m, d=0.270m, e=0.055m, f=0.205m,  
g=0.130m, C<sub>b</sub>=0.00001m, zz1=0.130m, zz2=0.130m,  
zz3=0.280m

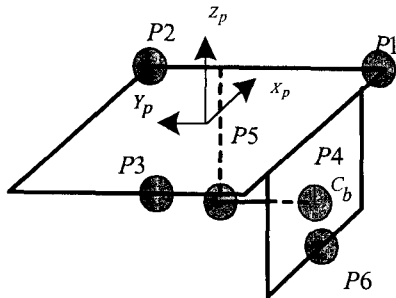
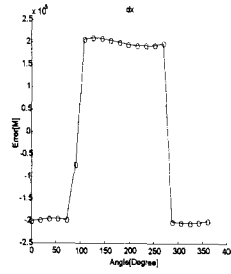


Fig. 5 Error ranges of U-joint centers on the platform.

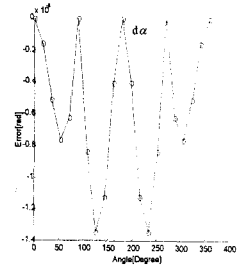
Table 3 Coordinates of the joints centers.

중심점	좌표
P1	(b, -a, 0)
P2	(b, a, 0)
P3	(-b, 0, 0)
P4	(-c, -e, -d)
P5	(-c, e, -d)
P6	(0, f, -g)

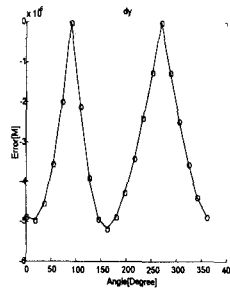
적 위치와 오차 반경을 그림으로 표시하였다.



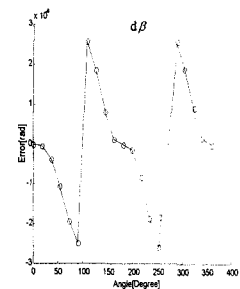
(a) Position error(dx)



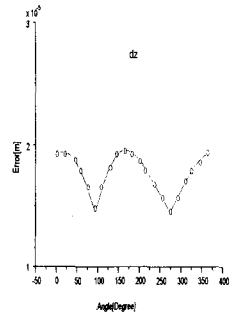
(d) Orientation error(dα)



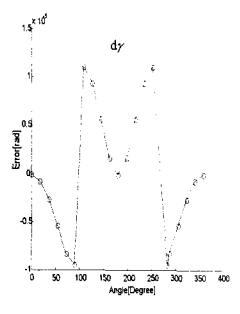
(b) Position error(dy)



(e) Orientation error(dβ)



(c) Position error(dz)



(f) Orientation error(dγ)

Fig.6 Position errors and orientation errors of the end effector.

Fig. 6 은 등속 원운동을 하는 동안 각도를 변화 시켜가면서 각 축 방향의 위치 오차와 방위 오차를 나타낸 그림들이다. 이중에서 Fig. 6(a)는 x 축 방향의 위치 오차를 보여주며, 90°와 270°에서 크게 변화됨을 볼 수 있다. 이것은 x 방향으로 배치된 네 번째 링크와 다섯 번째 링크에 작용하는 힘의 방향이 이 각도에서 변화하기 때문이다. Fig. 6 (b)는 y 축 방향의 위치 오차를 보여주며 180°를 기준으로 대칭의 형상을 나타낸다. 이것은 y 축 방

향으로 배치된 여섯 번째 링크의 특성 때문이다. Fig. 6(e)는 y 축 방향의 방위 오차를 보여주며, 90°와 270°에서 크게 변화됨을 볼 수 있다. 이것은 x 방향으로 배치된 네 번째 링크와 다섯 번째 링크에 작용하는 힘의 방향이 이 각도에서 변화하기 때문이다. 다른 오차 성분들도 마찬가지로 링크의 기하학적 배치와 힘의 작용 방향에 영향을 받음을 그림을 통해 확인할 수 있다.

## 5. 결론

본 연구에서는 일반적인 병렬기구와는 다소 다른 육면형 병렬기구에서 유니버설 조인트에서의 간극 오차와 백래시 오차가 플랫폼의 위치와 방위 오차에 미치는 영향을 알아보았다. 위치 오차는 플랫폼에 설치된 유니버설 조인트의 간극 내에서의 운동 오차와 선형 구동기의 백래시 오차와 작용하는 힘에 의해 결정되며, 링크에 작용하는 힘의 방향은 오차의 크기 변화에 영향을 준다는 것을 알 수 있었다. 또한, 이러한 오차 요소들이 주어졌을 경우, 플랫폼의 궤적에 따라 위치 오차와 방위 오차를 예측하는 것이 가능하므로 육면형 병렬 기구의 성능을 예측할 수 있다.

## 참고문헌

- (1) O. Masory, J. Wang, "On the Accuracy of a Stewart Platform - Part I The Effect of Manufacturing Tolerances," IEEE Conference on Robotics and Automation, Vol. 1, pp. 114-120, 1993.
- (2) K. F. Ehmann, A. J. Patel, "Volumetric Error Analysis of a Stewart Platform-Based Machine Tool," Annals of the CIRP, Vol. 46, pp. 287-290, 1997.
- (3) S. M. Wang, K. F. Ehmann, "Error Model and Accuracy Analysis of A Six-DOF Stewart Platform," Manufacturing Science and Engineering, Vol. 2, pp. 519-530, 1995.
- (4) S. Satori, G. X. Zhang, "Geometric Error Measurement and Compensation of Machines," Annals of the CIRP, Vol. 44, pp.599-609, 1995.
- (5) T. Roooponen and T. Arai, "Accuracy Analysis of a Modified Stewart Platform," IEEE Conference on Robotics and Automation, Vol. 1, pp.521-525, 1995.