

# Explicit/Implicit FEM에 의한 Lower Arm Hydroforming 공정해석

강영호\* · 김정\* · 장유철\* · 강범수\*\*

## FE Analysis of Lower Arm Hydroforming by Implicit and Explicit Method

Youngho Kang, Jeong Kim, Youchul Chang and Beonsoo Kang

**Key Words:** Hydroforming(하이드로포밍), FEM(유한요소법), Explicit(외연적), Implicit(내연적), Lower Arm(로어암), Tube Forming(튜브 성형)

### Abstract

Hydroforming is a method for forming circular tubes. If this technology is to be applied economically, it is essential to have knowledge of the avoidance of failure cases as well as of the behavior of the tube in the tool under the compressive stress and forces that are exerted by the machine. A finite element simulation for manufacturing of lower arm from straight tubes, using the hydroforming method, was performed to investigate the effects of varying process parameters. Explicit method is used to simulate hydroforming in many cases, but that is not included flow rule. And then it needs simulation for implicit method. It was simulated by two methods, implicit and explicit, to compare the result of the hydroforming.

### 1. 서론

하이드로포밍 성형으로 부품을 제작하기 위해서는 소재인 원형 강관을 하부 금형 내부에 장착하고 소재의 양끝을 두 개의 수평 실린더로써 밀봉을 시킨 후, 금형 내부 형상과 동일한 성형이 되도록 소재 내부에 작동 유체에 의한 압력을 작용시킨다. 성형 공정 수 및 부품 개수를 줄일 수 있고 무게 대비 강성을 높일 수 있는 장점으로 인하여 최근 들어서 자동차 구조용 부품을 생산하는 데 있어 새로운 공법으로 자리잡고 있다. 자동차 산업에 있어서 여러 가지 다양한 부품의

제작을 가능하게 하므로 원형 강관을 사용한 하이드로포밍 공법이 점차 적용되고 있으며, 이에 따라 하이드로포밍 공정의 최적화가 무엇보다도 절실히 요구되고 있다. 하이드로포밍 공정을 계획하는데 있어서 가장 중요한 수단 중 하나가 수치해석이다. 본 연구에서는 재료의 강소성 모델(rigid-plastic model)을 근거로 자체 개발한 Implicit HydroFORM-3D와 Explicit LS-Dyna3D를 사용하여 자동차 lower arm 부품에 대한 하이드로포밍 성형해석을 수행하였다. lower arm은 자동차의 앞 하단부에 장착되어 cross member 및 knuckle 등과 조립되어 ball joint에 의해 타이어의 회전 중심 기능을 하고 bush 등이 sub되어 주행 중에 발생하는 진동을 흡수, 완화시키는 물론 wheel alignment에 영향을 주는 부품이다.

본 해석의 궁극적인 목표는 가장 경제적이고 효율적으로 lower arm 부품을 하이드로포밍 성

\* 부산대학교 대학원

\*\* 부산대학교 항공우주공학과

형할 수 있도록 공정을 최적 설계하고 제어하는 데 있다. lower arm 부품을 성형하기 위한 다 단계 공정은 다음과 같다.

- 원소재 강관의 굽힘 성형(pre-bending process of the starting blank tube)
- 굽힘 성형된 소재의 스탬핑에 의한 예비 성형(preforming of the pre-bent tube by stamping process)
- 예비 성형된 소재의 최종 부품화를 위한 하이드로포밍 성형(final sizing by hydroforming of the preformed tube)

하이드로포밍 성형을 하기 전에 소재는 금형 내부에 위치시키기 위하여 최종 부품의 중심축을 따라 굽힘 공정을 거치게 된다. 굽힘 성형된 강관에 대하여 하이드로포밍을 위한 예비 성형을 수행한다. lower arm 과 같이 중심축을 따라 굽힘 성형된 소재를 하이드로포밍 성형할 때, 굽힘 변형이 발생한 부위에 있어서 최대팽창한도(max. expansion limit)는 직관 소재를 사용한 동일 부위에서의 한도보다 낮다. 이것은 그 부위로의 재료 유입(material feeding)이 충분하지 못하기 때문이다. 굽힘 성형된 소재의 외경 치수가 최종 lower arm 부품의 최소 치수보다 크기 때문에 또 한번의 예비 성형을 거쳐야 한다. 이 공정은 예비 성형된 소재를 하부 하이드로포밍 금형에 넣고 상부 금형을 닫으면서 소재에 대하여 압축력을 작용시켜 외경 치수를 줄이는 것이다. 상부 금형이 닫힌 상태에서 소재 내부에 압력을 가하여 최종 부품을 성형한다. 본 연구에는 이와 같은 하이드로포밍 성형 공정에 대한 implicit과 explicit method에 의한 성형 인자를 비교하여 각 방법의 특징을 파악하고자 한다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 Explicit Method

#### 2.1.1 지배방정식

아래의 경계 조건을 만족하는 운동방정식의 해를 찾을 수 있다.

$$\sigma_{ij} + \rho f_i = \rho \dot{x}_i \quad (1)$$

이 운동방정식은 traction 경계조건, 변위 경계조

건, 접촉 경계조건을 만족한다.

$$\sigma_{ij} n_j = t_i(t) \quad \text{on boundary } \partial b_1$$

$$x_i(X_a, t) = D_i(t) \quad \text{on boundary } \partial b_2$$

$$(\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_j = 0 \quad \text{along interior boundary } \partial b_3 \\ \text{when } x_{ij}^+ = x_{ij}^-$$

$\sigma_{ij}$ 는 chausy stress,  $\rho$ 는 현재 밀도,  $f_i$ 는 체적력 밀도,  $\dot{x}$ 는 가속도,  $t_i$ 는 traction,  $D_i$ 는 변위,  $n_j$ 는 단위 법선벡터이다. 질량보존은 항상 다음을 만족한다.

$$\rho V = \rho_0 \quad \text{where, } V : \text{relative volume}$$

$$\rho_0 : \text{reference density}$$

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j}$$

에너지 방정식  $\dot{E} = V s_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} - (p+q) \dot{V}$ 는 시간에 대해서 적분되고, 상태 평가 방정식과 global 에너지 평형에 사용된다. 위 식에서  $s_{ij}$ 와  $\rho$ 는

$$s_{ij} = \sigma_{ij} + (p+q) \delta_{ij}$$

$$p = -\frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij} - q = -\frac{1}{3} \sigma_{kk} - q$$

그러므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_v (\rho \dot{x}_i - \sigma_{ij,j} - \rho f) \delta x_i dv + \int_{\partial b_1} (\sigma_{ij} n_j - t_i) \delta x_i ds \quad (2) \\ + \int_{\partial b_3} (\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_j \delta x_i ds = 0$$

$\delta x_i$ 는  $\partial b_2$ 의 모든 경계조건을 만족한다. 현재 형상에 대해 적분된다. Divergence theorem에 의해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_v (\sigma_{ij} \delta x_{i,j}) dv = \int_{\partial b_1} \sigma_{ij} n_j \delta x_i ds + \int_{\partial b_3} (\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_j \delta x_i ds \quad (3)$$

$$(\sigma_{ij} \delta x_{i,j}) - \sigma_{ij,j} \delta x_i = \sigma_{ij} \delta x_{i,j}$$

평형방정식의 weak form은 다음과 같다.

$$\delta \pi = \int_v \rho \dot{x}_i \delta x_i dv + \int_v \sigma_{ij} \delta x_{i,j} dv - \int_v \rho f_i \delta x_i dv \quad (4) \\ - \int_{\partial b_1} t_i \delta x_i ds = 0$$

가상일의 원리이다.

reference 형상의 절점에 서로 연결된 유한요소를 포개고, 시간에 따라 입자를 추적하면

$$x_i(X_a, t) = x_i(X_a(\xi, \eta, \zeta), t) = \sum_{j=0}^k \phi_j(\xi, \eta, \zeta) x_i^j(t)$$

$\phi_j$ 는 매개변수 좌표의 형상함수,  $k$ 는 절점수,  $x_i^j$ 는  $i$ 번째 방향의  $j$ 번째 절점의 절점좌표,  $n$  요소들의 합으로  $\delta\pi$ 를 근사하면

$$\delta\pi = \sum_{m=1}^n \delta\pi_m = 0$$

$$\sum_{m=1}^n \left[ \int_{v_m} \rho \ddot{x}_i \Phi_i^m dv + \int_{v_m} \sigma_{ij}^m \Phi_{i,j}^m dv - \int_{v_m} \rho f_i \Phi_i^m dv - \int_{\partial b_i} t \Phi_i^m ds \right] = 0 \quad (5)$$

여기서  $\Phi_i^m = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_k)^m$ , 위 식은 다음과 같이 행렬식으로 표시하면

$$\sum_{m=1}^n \left[ \int_{v_m} \rho N^t Nadv + \int_{v_m} B^t \sigma dv - \int_{v_m} \rho N^t b dv - \int_{\partial b_i} N^t t ds \right]^m = 0 \quad (6)$$

$N$ 은 interpolation 행렬,  $\sigma$ 는 stress 벡터,

$$\sigma^t = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx})$$

$B$ 는 변형 변형률 행렬,  $a$ 는 절점가속도벡터이다

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} = N \begin{bmatrix} a_{x_1} \\ a_{y_1} \\ \vdots \\ a_{y_k} \\ a_{z_k} \end{bmatrix} = Na$$

$b$ 는 체적력 벡터,  $t$ 는 traction 하중벡터이다.

$$b = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix}, \quad t = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

### 2.1.2 Central difference method

식(6)의 첫 번째 항의 질량으로부터 유한요소 방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$Ma = F^{ext} - F^{int}$$

$F^{ext}$ 는 표면력과 체적력에 의한 절점하중벡터,  $F^{int}$ 는 stress divergence에 의한 절점하중벡터,  $M$ 은 절점질량행렬이다. 운동방정식의 적분을 위해 Central difference method가 쓰였다.

$$a_n = M_n^{-1} (F_n^{ext} - F_n^{int})$$

$$v_{n+1/2} = v_{n-1/2} + a_n \Delta t_n$$

$$u_{n+1} = u_n + v_{n+1/2} \Delta t_{n+1/2}$$

$$\Delta t_{n+1/2} = \frac{(\Delta t_n + \Delta t_{n+1})}{2}$$

여기서  $v$ 와  $u$ 는 각각 global 절점 속도, 변위, 벡터들이다. 형상은 초기 형상에 변위 증가를 더하여 구해진다.

## 2.2 Implicit Method

### 2.2.1 지배방정식

본 연구에서 유한요소법에 의한 해석 방법은 유동방정식(flow formulation)에 근거하며 체적이  $V$ 인 탄성체의 체적력(body force)을 무시한다고 할 때, 변형의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\sigma_{ij,i} = 0 \quad (7)$$

경계면(boundary surface)  $S$ 는 3가지 영역 즉,  $S = S_u + S_F + S_C$  로 구성되어 있다고 가정한다. 여기서  $S_u$ 는 속도가 정의된 면,  $S_F$ 는 표면력(surface traction)  $F_j$ 가 정의된 표면, 그리고  $S_C$ 는 표면에 대한 접선방향으로는 표면력이 정의되고 법선 방향으로는 속도가 정의된 면을 말한다. 따라서 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \sigma_{ij} n_i = F_j & \text{on } S_F \\ u_i = \bar{u}_i & \text{on } S_u \end{cases} \quad (8)$$

여기서,  $n_i$ 는 표면력이 정의된 경계면에 대한  $i$ 번째 법선벡터 성분이고,  $F_j$ 는 정의된 체적력의  $j$ 번째 성분이다. 그리고  $\bar{u}_i$ 는 정의된 속도의  $i$ 번째 성분이다. 따라서 주어진 유한요소 영역에 대한 지배방정식은 다음과 같은 범함수(functional)로 나타낼 수 있다.

$$\pi = \int_v \bar{\sigma} \bar{\epsilon} dV - \int_{S_F} F_i u_i dS \quad (9)$$

여기서 첫 번째 항은 전체 소성일을, 두 번째 항은 실제 표면력이 경계면에서 한 일을 나타낸다. 그리고  $\bar{\sigma}$ ,  $\bar{\epsilon}$ 은 유효응력과 유효 변형률을 말한다. 경계치 문제의 해는 2개의 변분 문제의 해로부터 얻을 수 있는데, 이 문제는 범함수의 일차 변분은 소거되어 다음과 같이 유도된다.

$$\delta\pi = \int_v \bar{\sigma} \delta\bar{\epsilon} dV - \int_{S_F} F_i \delta u_i dS = 0 \quad (10)$$

(10)식에서 허용 속도장에 대한 비압축성 조건을

만족하기 위해 벌칙함수를 도입하면

$$\delta\pi = \int_V \bar{\sigma} \delta \bar{\epsilon} dV + K \int_V \bar{\epsilon}_i \delta \bar{\epsilon}_i dV - \int_{S_f} F_i \delta u_i dS = 0 \quad (11)$$

여기서 체적  $V$ 는 3차원 육면체 요소로 분할하여 요소내의 속도장은  $u_i = N_{ij} v_j$  로 표현된다. 그리고  $N_{ij}$  는  $3 \times 24$ 의 형상함수에 대한 행렬을,  $v_j$  는 24개의 절점에서의 속도 벡터를 나타낸다. 운동방정식을 이용하여 구성방정식을 선형화된 변분 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$K \Delta v = f \quad (12)$$

여기서  $K$ 는 강성행렬로 (11)식의 2차 미분식과 동일하며  $f$ 는 절점의 하중벡터를 나타낸다.

### 2.2.2 마찰력

금형과 소재간의 경계조건은 상대속도와 마찰력과 복합된 조건으로 그 사이에는 금형과 변형재료간의 상대속도가 0이 되는 중립점이 존재한다. 이 중립점에서의 단위 면적당 마찰력 즉, 마찰응력의 불연속성을 방지하기 위해 본 연구에서 Lei에 의해 제안된 속도의존성 마찰응력  $\bar{f}_r$  을 사용하여 그 식은 다음과 같다.

$$\bar{f}_r = -mp \frac{\bar{u}_r}{\sqrt{u_r^2 + u_{r1}^2 + u_{r0}^2}} \quad (13)$$

(13)식은 일정한 마찰계수의 쿨롱 마찰조건을 뜻하며  $p$ 는 수직력,  $m$ 은 마찰 계수를 각각 나타낸다. 금형과 소재와의 상대속도  $\bar{u}_r$  는 접촉면상의 국부 좌표  $s, t$  축에 대하여  $u_r$  와  $u_{r1}$  성분으로 각각 나타낼 수 있다.  $u_0$ 는  $10^{-2} \sim 10^{-3}$ 정도의 작은 값을 사용한다.

### 2.2.3 내부압력

지배방정식에 의해 절점의 하중에 상응하는 압력은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{\partial \pi_{S_f}}{\partial v_n} = - \int_{S_f} p q_n dS \quad (14)$$

$p$ 는 하이드로포밍 공정에서 압력,  $q_n$  은  $n$ 번째 절점에서의 형상함수를 말한다. 그리고 압력값은 강성행렬에 영향을 미치지 않으며 각각의 단계에서 아주 작은 증분으로 적용된다고 가정한다.

## 3. 유한요소 해석

Table 1. Material Property of Tubular Blank

	STKM-11A
$K$ -value ( $\bar{\sigma} = K \bar{\epsilon}^n$ )(MPa)	468.3
Work hardening exponent, $n$	0.206
Yield stress (MPa)	215.1

### 3.1 초기 굽힘 성형 해석

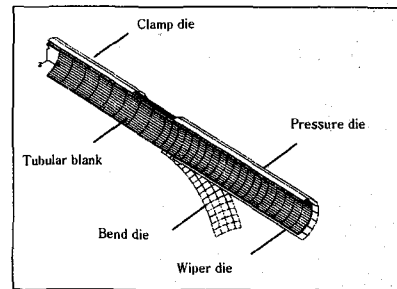


Fig.1 Pre-Bending FE Model

본 연구에서는 일반적인 회전굽힘기(rotary draw bending machine)를 사용하여 초기 굽힘성형이 수행된다고 가정하고 수평축으로부터  $73^\circ$ 의 굽힘성형(Fig.1)을 한다.

### 3.2 스탬핑 성형 해석

초기 굽힘 성형 후에도 외경은 원 소재의 치수와 거의 동일하므로 최종 형상의 최소 치수보다 크다. 따라서 최종 예비체 형상을 얻기 위한 스탬핑공정(Fig.2)이 필요하다.

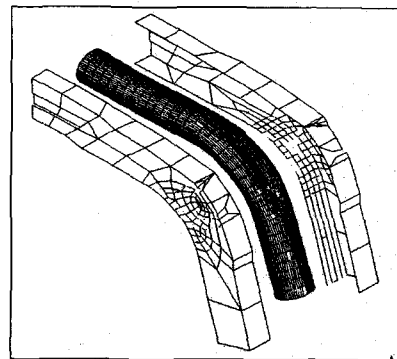


Fig.2 Stamping FE Model

### 3.3 하이드로포밍 성형 해석

예비체 성형이 완료되면 상·하부 하이드로포밍 금형은 완전히 닫힌 상태가 되고 소재의 양끝

단에 압축력을 작용시킬 실린더를 장착하면 하이드로포밍 공정(Fig.3)이 Fig. 4의 하중으로 시작된다.

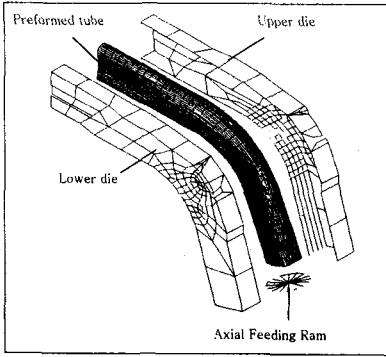


Fig.3 Hydroforming FE Model

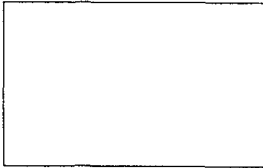


Fig.4 Load Case

#### 4. 결론

하이드로포밍이 끝난 후의 lower arm 부품의 최대 응력, 변형률, 두께변화와 clamping force 및 axial feeding force는 다음의 표와 같다.

Table 2. Stress, Strain and Thickness

	$\bar{\sigma}_{max}$ [MPa]	$\bar{\epsilon}_{max}$	$t_{min}$ [mm]
Explicit	499.0	0.766	2.384
Implicit	475.2	0.738	1.730

Table 3. Max. Clamping & Feeding Force

	Clamping Force [kN]	Axial Feeding Force [kN]
Explicit	3,489	112.9
Implicit	3,403	162.0

최대유효응력이나 변형률은 두 방법에서 별 차이가 없으나 두께 변화에 있어 explicit method가 보다 큰 결과가 나왔다. 또한 clamping force는 비슷하지만 feeding force는 implicit method가

큰 결과가 나왔다.

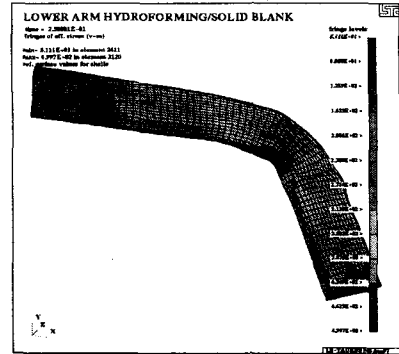


Fig.5 Max. Eff. Stress Distribution (LS-Dyna3D)

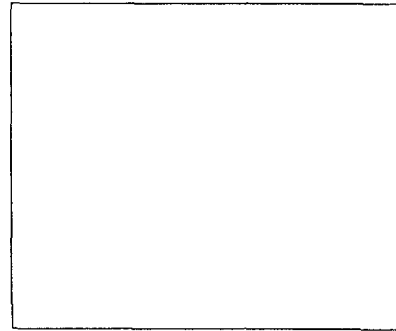


Fig. 6 Hydroformed Lower Arm

두 방법은 계산 방법의 차이로 인해 서로 다른 결과를 가져온다. 일반적으로 정확성은 implicit method가 우수하다고 알려져 있다. 정적 해석에 있어서는 implicit method의 해석 시간이 적고 우수하지만, 동적해석에 있어서는 explicit method가 우수하다. explicit method는 part 간의 간섭에 민감하지 않으므로 implicit method에 비해 해가 잘 구해진다. explicit의 경우 커브안쪽에 재료가 채워지지 않고 주름이 나타났다. explicit의 특징상 심한 주름이나 좌굴이 일어나도 계산이 진행된다. 실제로 하이드로포밍 공정에서 빈번히 일어나는 현상이기도 하다. 이는 실제 실험치와 비교하여 두 방법의 정확성을 확인해야 하는 과제가 남는다.

## 참고문헌

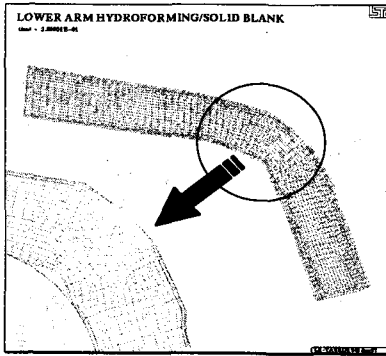


Fig. 7 Wrinkling of Lower Arm at Corner(Explicit Method)

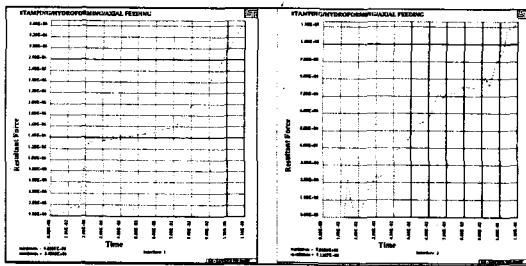


Fig. 8. Max. Clamping & Feeding Force (Explicit Method)

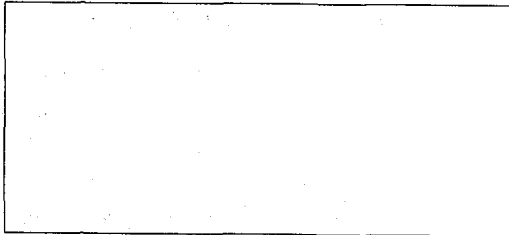


Fig. 9. Max. Clamping & Feeding Force (Implicit Method)

## 후기

이 논문은 1999년도 두뇌한국21사업 핵심분야에서 지원받아 수행된 연구임.

- (1) L. P. Lei, 2000, "Analysis and Design of Hydroforming Processes by the Rigid-Plastic Finite Element Method", Ph.D. Thesis, Pusan National University, Korea.
- (2) J. L. Chenot, 1987, "Finite Element Calculation of Unilateral Contact with Friction in Non-steady state Process", Press NUMETA Conference, Swansea.
- (3) Y. C. Shiau, 1989, "Three-Dimensional Finite Element Analysis of Open-Die Forging and Plate Rolling", Ph.D. Thesis, University of California, Berkeley, USA.
- (4) J. H. Yoon, D. Y. Yang, 1990, "A Three-Dimensional Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Bevel Gear Forging by using a Remeshing Technique", Int. J. Mech. Sci., Vol. 32, 277-299.
- (5) H. Takuda, K. Mori, N. Hatta, 1999, "The application of some criteria for ductile fracture to the prediction of the forming limit of sheet metals", J. of Material Processing Technology 95(1999) 116-121.
- (6) S. Kobayashi, S. I. Oh, T. Altan, 1989, "Metal Forming and the Finite Element Method", Oxford University Press, New York.
- (7) J. B. Yang, B. H. Jeong, S. I. Oh, 199, "Tube bending technology of hydroforming process for an automobile part", Proc. of AFDM'99, Sep. 7-9, Korea
- (8) LS-DYNA3D Theoretical Manual
- (9) LS-DYNA3D Users' Manual
- (10) B. J. Mac Donald, M. S. J. Hashimi, 2000, "Finite element simulation of bulge forming of a cross joint form a tubular blank", J. of Materials Processing Technology 103 333-342