

선 기하학을 이용한 5-SS 멀티 링크 현가장치의 순간 스크류 축 해석

최재성* · 심재경**

Analysis of Instantaneous Screw Axis in 5-SS Multi-link Suspensions Using Line Geometry

Jai-Seong Choi and Jae-Kyung Shim

Key Words : Instantaneous screw axis(순간 스크류 축), 5-SS multi-link suspension(5-SS 멀티 링크 현가장치), line geometry(선 기하학), wrench(렌치), twist(트위스트)

Abstract

This paper presents the analysis method of the instantaneous screw axis using line geometry in bump and rebound motion of 5-SS multi-link suspensions. Instantaneous screw axis is based on screw motion, and screw motion of zero pitch can be expressed as Plücker line coordinates of line geometry instead of screw coordinates. In screw coordinates, twist and wrench are described by components of instantaneous screw axis. For instantaneous motion of wheel assembly, the principle of virtual work with twist and wrench is applied to 5-SS multi-link suspension, and it makes 5 linear equations. Therefore, it is possible to find instantaneous screw axis by solving these equations. This analysis by line geometry demands geometric values only, such as the locations of spherical joints in the case of multi-link suspensions.

기호설명

- W_i : i 번째 링크에 의한 렌치, 6×1 열벡터
- W : W_i 들에 의해 이루어진 5×6 행렬
- T : 트위스트, 6×1 열벡터
- w : 스크류 축의 단위 방향 벡터
- q : 스크류 축상의 임의의 점의 위치 벡터
- h : 스크류 축상에서의 변위 운동량, 피치(pitch)
- ISA: 순간 스크류 축

1. 서론

자동차용 현가장치는 차량의 주행 시 외부로부터 차체에 전달되는 충격과 진동의 흡수와, 동시에 휠과 노면의 이상적인 접촉을 유지하여 차체의 균형을 잡아줌으로써 차량제어의 정확성과 주행시

의 안정성의 확보를 목적으로 한다. 현가장치는 휠 어셈블리와 이를 차체에 연결시켜주는 여러 개의 링크로 구성되어 있고, 차체를 고정하면 휠 어셈블리의 운동은 차체에 대한 상대운동으로 표현되어 정의된 설계 인자에 따라 현가장치의 거동을 해석하게 된다. 차량의 고성능화에 따라 요구되는 현가장치의 성능도 높아지게 되어, 이를 만족시키기 위해 다양한 형태의 멀티 링크 현가장치가 등장하였다. 멀티 링크 현가장치의 경우, 2차원적인 해석법으로는 정확한 해석이 어려운 경우가 많기 때문에, 이를 해결하기 위해 3차원 해석법이 요구되었으며 이러한 해석법으로 순간 스크류 축을 이용한 방법이 제시되었다. 공간상의 강체의 변위는 임의의 한 직선에 대한 회전 운동과 그 축 방향 병진 운동의 합성으로 표현되며, 이 때의 직선을 스크류 축이라고 하고, 미소변위의 경우 순간 스크류 축을 사용하여 나타낼 수 있다. 5-SS 멀티 링크 현가장치의 경우, 차체에 대한 휠의 거동을 순간 스크류 축으로 나타내면 현가장치 인자의 해석 및 차량 동역학 해석에 유리하다.

* 회원, 고려대학교 대학원

** 회원, 고려대학교 기계공학과

2. 연구배경

기존의 순간 스크류 축 해석은 주로 속도 행렬을 이용한 해석법이 주를 이루어 왔다. Suh⁽¹⁾는 속도 행렬을 이용하여 현가장치의 범프 및 리바운드 운동의 순간 스크류 축을 구해냈으며, Lee와 Ahn⁽²⁾은 동일한 방법을 이용하여 5-SS 멀티 링크 현가장치가 조향운동을 할 때, 휠 거동의 순간 스크류 축이 되는 가상 킹핀축에 대한 해석을 수행하였다. Lee⁽³⁾는 휠 어셈블리의 속도 해석 결과를 가지고 휠 어셈블리의 회전축을 구한 후 이를 이용하여 각종 현가장치들에 대한 해석을 하였고, Suh⁽⁴⁾는 휠이 차체에 대해 갖는 순간 스크류 축을 3차원 케네디 이론을 적용하여 차량 동역학적 개념을 정의하였다. 이⁽⁵⁾는 순간 스크류 축 자체를 현가장치의 설치위치에 대한 함수의 형태로 구현하고 그것을 이용하여 현가장치 인자들의 계산 및 민감도 해석을 수행하였다.

그러나 이것들은 휠 어셈블리의 각속도와 휠 중심점의 선속도를 이용하여 조인트들의 위치를 해석한 후 속도행렬을 이용하여 순간 스크류 축을 해석하는 방식이기 때문에, 단순히 기구의 기하학적 형태에 따른 위치 해석만을 가지고서는 순간 스크류 축을 구할 수는 없었다. 이에 본 논문에서는 선 기하학과 트위스트와 렌치를 이용함으로써, 단순히 기구의 기하적인 특성으로부터 직접적으로 순간 스크류 축을 구하는 방법을 제시하고자 한다.

선 기하학이나 트위스트와 렌치를 이용하여 기구에 대해 연구한 것으로는 다음과 같은 선행 연구들이 있다. Merlet⁽⁶⁾은 그라스만 기하학(Grassman geometry)을 이용하여 6-6 병렬 매니플레이터의 특이형상을 분류하였으며, Murray 등⁽⁷⁾은 스크류 시스템을 이용하여 직렬 매니플레이터의 자코비안 행렬(jacobian matrix)이 트위스트와 렌치에 의해 매

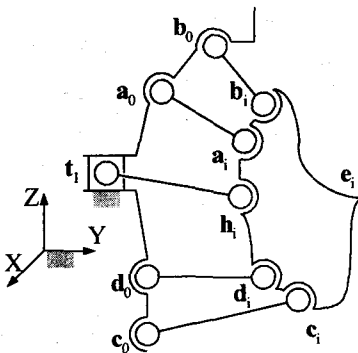


Fig. 1. Kinematic model of a 5-SS multi link suspension

개변수화 되며 이로부터 특이형상을 구하는 것이 가능함을 보였고, Collins 등⁽⁸⁾은 스크류 시스템을 이용하여 평형사변형 다리 구조를 가진 병렬 매니플레이터의 특이형상을 선 기하학을 이용하여 분류하였다. 노⁽⁹⁾는 스크류 이론을 이용하여 전개한 자코비안 행렬의 각 열이 선 기하학으로 표현됨을 이용하여 병렬 매니플레이터의 특이형상을 구했다.

본 연구에서는 선 기하학과 트위스트, 렌치의 개념을 통해 순간 스크류 축을 구하는 원리를 살피고, 이것을 적용해 5-SS 멀티 링크 현가장치의 범프 및 리바운드 운동에 대한 순간 스크류 축 해석을 하였다. 또한 수치예제를 통해 기존의 속도행렬법에서 구한 결과와 비교해 봄으로써 새로운 해석법의 타당성을 검증하였다.

3. 5-SS 멀티 링크 현가장치의 기구학적

3.1 5-SS 멀티 링크 현가장치의 기구학적 모델

5-SS 멀티 링크 현가장치의 기구학적 등가 기구는 Fig. 1과 같다. 여기서 e_1, e_i 는 각각 휠 센터의 초기 위치 벡터, 거동 후의 위치 벡터다.

3.2 S-S 다이어드의 기구학적

Fig. 2에 나타난 것처럼 휠 어셈블리에 고정된 조인트의 초기 위치 벡터 a_1 과 i 번째 위치 벡터 a_i 에 대해서 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$a_i = e_i + a_1^* \quad (3.1)$$

$$a_i = e_i + a_1^* = e_i + R_i a_1^* = e_i + R_i (a_1 - e_1), \quad i = 2, \dots, n \quad (3.2)$$

여기서 a_1^* 과 a_i^* 는 각각 휠 센터에서 본 조인트 a_1, a_i 의 위치 벡터이다. R_i 은 휠 센터의 초기 운동 위치 e_1 과 i 번째 운동 위치 e_i 사이의 휠 어셈블리의 회전을 나타내는 회전 행렬로 롤-피치-요 각(roll-pitch-yaw angle)이 사용되며 다음과 같다.

$$R_i = \begin{bmatrix} C\alpha \cdot C\beta & -S\alpha \cdot C\gamma + C\alpha \cdot S\beta \cdot S\gamma & C\alpha \cdot C\gamma \cdot S\beta + S\alpha \cdot S\gamma \\ C\beta \cdot S\alpha & C\alpha \cdot C\gamma + S\alpha \cdot S\beta \cdot S\gamma & S\alpha \cdot S\beta \cdot C\gamma - C\alpha \cdot S\gamma \\ -S\beta & C\beta \cdot S\gamma & C\beta \cdot C\gamma \end{bmatrix}$$

이 때, $S\alpha, C\alpha$ 는 각각 $\sin\alpha, \cos\alpha$ 를 표현하며 나머지 다른 각들도 같은 방법으로 표기한다. 또한 두 조인트간의 거리가 일정하므로 다음과 같은 변위 구속조건식을 유도할 수 있다.

$$(a_i - a_0)^T (a_i - a_0) - (a_1 - a_0)^T (a_1 - a_0) = 0, \quad i = 2, \dots, n \quad (3.3)$$

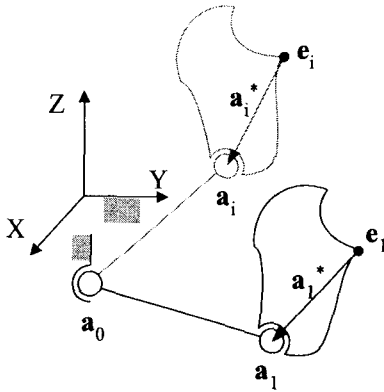


Fig. 2. Displacements between 1st and i-th position

여기서 a_0 는 차체쪽에 고정된 조인트의 위치벡터다.

3.3 선 기하학을 이용한 공간 상의 직선 표현

3.3.1 XY 평면에서의 직선의 좌표계

선 기하학에서 직선을 나타낼 때, 직선 위를 움직이는 선 구속 벡터(line bound vector) S 와, 고정 좌표계의 원점에 대해 S 가 갖는 모멘트로서 Z축 방향으로의 평행이동에 대해 독립적인 자유 벡터(free vector) R 를 이용하면, Fig 3에 나타난 XY 평면에서의 직선 l 은 다음과 같이 표현된다.⁽⁹⁾

$$Ly - Mx + R = 0 \quad (3.4)$$

여기서

$$L = x_2 - x_1 = |S| \cos \theta \quad (3.5)$$

$$M = y_2 - y_1 = |S| \sin \theta \quad (3.6)$$

$$S = r_2 - r_1 = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} \quad (3.7)$$

$$|S| = \sqrt{L^2 + M^2} \quad (3.8)$$

$$R = r \times S = r_1 \times S = r_2 \times S = R\mathbf{k} \quad (3.9)$$

$$R = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} \quad (3.10)$$

이며 $|S|$ 는 벡터 S 의 크기를 나타내고, R 은 모멘트를 나타내는 R 의 크기다. $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 는 각각 X, Y, Z축의 단위 방향 벡터다. 이 때, L, M, R 에 의해 직선을 정의하는 다음의 좌표계를 플뤼커 선 좌표계(Plücker line coordinates)라 정의하며 다음과 같이 나타낸다.

$$\{L, M; R\} \quad (3.11)$$

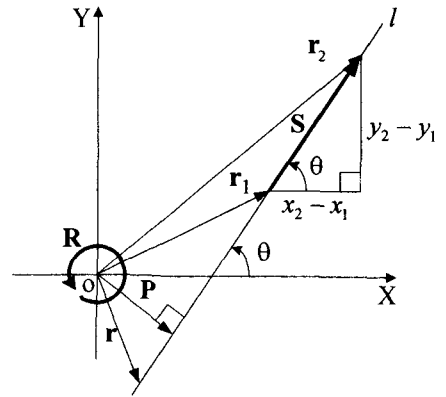


Fig. 3. A line in the XY plane

이 좌표계는 0이 아닌 상수 λ 에 의해 L, M, R 을 $\lambda L, \lambda M, \lambda R$ 로 바꿔도 동일한 직선을 나타내므로 동차 좌표계(homogeneous coordinates)다.

3.3.2 Z축에 평행한 직선의 좌표계

Fig. 4에서 Z축에 평행한 임의의 방향 선분 S 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁽⁹⁾

$$S = N\mathbf{k} \quad (3.12)$$

여기서 $|S| = N$ 이고 이 벡터는 Z축에 평행한 자유 벡터다. 이 선분이 점 U 를 지난다고 할 때, 원점에 대해 다음과 같은 모멘트를 갖는다.

$$r_0 \times S = (x_0\mathbf{i} + y_0\mathbf{j}) \times N\mathbf{k} = (y_0N)\mathbf{i} + (-x_0N)\mathbf{j} = P\mathbf{i} + Q\mathbf{j} \quad (3.13)$$

이 식에서 $P = y_0N, Q = -x_0N$ 는 각각 X, Y축에 대한 모멘트 성분이다. 3.3.1 절에서와 마찬가지로 N, P, Q 로써 Z축에 평행한 직선 m 을 나타내는 플뤼커 선 좌표계로 나타낼 수 있으며 다음과 같다.

$$\{N; P, Q\} \quad (3.14)$$

이 좌표계도 0이 아닌 상수 λ 에 의해 N, P, Q 를 $\lambda N, \lambda P, \lambda Q$ 로 대체해도 동일한 직선을 나타내기 때문에 동차 좌표계다.

3.3.3 3차원 좌표계에서의 직선의 좌표계

3.3.1 절과 3.3.2 절의 내용을 바탕으로 3차원 좌표계에서의 좌표계를 유도해 보면 다음과 같다.

$$\{L, M, 0; 0, 0, R\} \quad (3.15)$$

$$\{0, 0, N; P, Q, 0\} \quad (3.16)$$

이 두 좌표계는 모두 동차 좌표계이므로 다음의 형태로 쓸 수 있으며, 이것이 3차원 좌표계에서의 직선을 나타내는 플뤼커 선 좌표계다.^(9,10)

$$\{L, M, N; P, Q, R\} \quad (3.17)$$

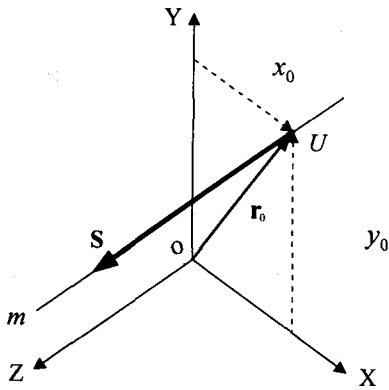


Fig. 4. A line parallel to the Z axis

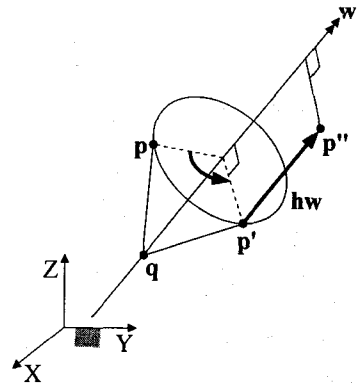


Fig. 5. Generalized screw motion

이 때, 식 (3.17)의 처음 세 성분 L, M, N 은 직선의 방향 벡터를, 다음 세 성분 P, Q, R 은 원점에 대한 직선 벡터의 모멘트를 나타냄을 알 수 있다.

3.4 스크류 운동과 렌치, 트위스트

일반적으로 강체의 운동을 서술하는 방법 중 일정 좌표계 설정에 제약을 받지 않는 것으로 Euler에 의해 제안된 스크류 운동에 의한 표기법이 있다. Fig. 5처럼 강체의 3차원 운동은 임의의 스크류 축을 중심으로 한 회전 운동과 스크류축 방향의 병진운동의 중첩으로 나타낼 수 있다. 이것을 표현하기 위한 스크류 좌표계 \hat{S} 는 스크류축의 방향을 나타내는 단위 방향 벡터 $w = (w_x, w_y, w_z)$ 의 3개 성분과, 회전 및 병진 성분인 $q \times w + hw$ 의 3개의 성분으로 표현되며 다음과 같다.⁽¹¹⁾

$$\hat{S} = \{w; q \times w + hw\} \quad (3.18)$$

여기서 q 는 스크류 축에 해당하는 직선 위의 임의의 한 점을 나타내는 위치 벡터이고, h 는 스크류 축에 대해 회전하는 동안의 강체의 병진 운동량을 나타내는 피치(pitch)이다. 특히 스크류 좌표계에서의 피치가 0인 경우, 선 기하학의 플뤼커 좌표계를 사용하여 스크류 운동을 표현할 수 있다.

스크류 좌표계를 이용하여 강체의 운동과 작용하는 힘을 표현한 것이 바로 트위스트 T 와 렌치 W 로써, 이 때 트위스트는 강체의 3차원 운동에 대한 순간 스크류 축의 단위 방향 벡터 w_0 을 포함하며 다음과 같은 벡터들로 나타낼 수 있다.

$$T = \begin{bmatrix} q_0 \times w_0 + h_0 w_0 \\ w_0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$W = \begin{bmatrix} w_i \\ q_i \times w_i + h_i w_i \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

여기서 식 (3.19), (3.20)의 트위스트 T 와 렌치 W 는 6×1 의 열벡터다. w_0, q_0, h_0 는 각각 트위스트의 회전축, 그 회전축을 나타내는 직선상의 한 점의 위치 벡터와 피치이다. 마찬가지로 w_i, q_i, h_i 는 각각 렌치의 회전축과 그에 해당되는 직선상의 한 점의 위치 벡터와 피치이다. 이후의 절에서 행해 질 가상일의 원리에 의한 둘 사이의 연산을 고려하여, 식 (3.19), (3.20)에서 회전축 w 와 강체에 가해지는 힘을 나타내는 $q \times w + hw$ 의 순서를 서로 바꾸어 나타내었다.

4. 순간 스크류 축 해석

4.1 범프 및 리바운드 운동시 5-SS 멀티 링크 현가장치의 순간 스크류 축 해석

5-SS 멀티 링크 현가장치에서 차체쪽 구면 조인트와 휠 어셈블리 쪽 구면 조인트를 잇는 직선, 즉 Fig. 6에 나타낸 것처럼 차체와 휠 어셈블리를 잇는 i 번째 연결 링크를 나타내는 각각의 직선들이 휠 어셈블리에 작용하는 렌치 W_i 이며 다음과 같이 표현된다.

$$W_i = \begin{bmatrix} w_i \\ q_i \times w_i \end{bmatrix} = [w_{i1} \ w_{i2} \ w_{i3} \ w_{i4} \ w_{i5} \ w_{i6}]^T, \quad i = 1, \dots, 5 \quad (4.1)$$

모두 5개의 렌치가 존재하므로 식 (4.1)로 다음과 같이 5×6 행렬 W 을 구성할 수 있다.

$$W = \begin{bmatrix} W_1^T \\ W_2^T \\ W_3^T \\ W_4^T \\ W_5^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & w_{14} & w_{15} & w_{16} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & w_{24} & w_{25} & w_{26} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} & w_{34} & w_{35} & w_{36} \\ w_{41} & w_{42} & w_{43} & w_{44} & w_{45} & w_{46} \\ w_{51} & w_{52} & w_{53} & w_{54} & w_{55} & w_{56} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

이 렌치들에 의해 결정되는 휠 어셈블리의 트위스트

5. 수치예제

본 논문에서는 Fig. 1에 나와 있는 5-SS 멀티 링크 현가장치에 대해 범프 및 리바운드 운동시 순간 스크류 축 해석을 수행하였다. 선행된 연구와의 용이한 비교를 위해 현가장치의 조인트의 초기 설치 위치 값들은 Lee 등⁽²⁾의 연구를 참조하였으며 그 값들을 Table 1에 정리하였다.

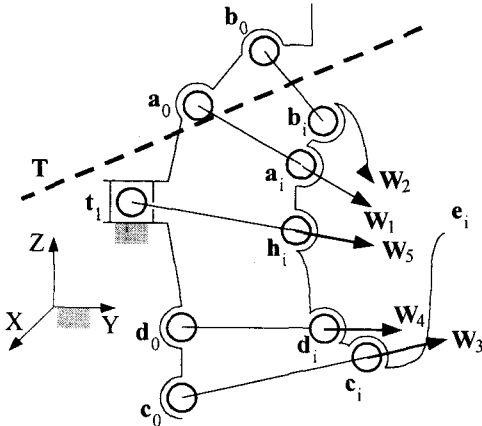


Fig. 6. Wrenches and twist of 5-SS multi link suspension in bump and rebound motion

트 T 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_0 \times \mathbf{w}_0 + h_0 \mathbf{w}_0 \\ \mathbf{w}_0 \end{bmatrix} = [t_1 \ t_2 \ t_3 \ t_4 \ t_5 \ t_6]^T \quad (4.3)$$

$$t_4^2 + t_5^2 + t_6^2 = 1 \quad (4.4)$$

식 (4.4)는 트위스트에 들어 있는 순간 스크류 축의 방향 벡터 \mathbf{w}_0 가 단위 벡터임을 만족시키기 위한 것이다. 이 때, T 는 회전축 \mathbf{w}_0 가 단위 벡터라는 구속조건에 의해 두 개의 미지수를 갖게 되고, 임의의 위치 벡터 \mathbf{q}_0 의 성분 중 하나의 성분을 임의로 지정하게 됨으로써 나머지 다른 두 개가 미지수가 되므로, 피치 h_0 와 함께 모두 5개의 미지수를 가진다.

순간 스크류 축을 구하기 위해, 가상일의 원리를 적용하면 다음의 식 (4.5)가 성립하고, 5-SS 멀티 링크 현가장치는 트위스트 T 를 가지게 된다.⁽⁸⁾

$$\delta W = W^T \cdot T = 0 \quad (4.5)$$

식 (4.5)에 식 (4.2), (4.3)을 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$W^T \cdot T = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & w_{14} & w_{15} & w_{16} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & w_{24} & w_{25} & w_{26} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} & w_{34} & w_{35} & w_{36} \\ w_{41} & w_{42} & w_{43} & w_{44} & w_{45} & w_{46} \\ w_{51} & w_{52} & w_{53} & w_{54} & w_{55} & w_{56} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \end{Bmatrix} = 0 \quad (4.6)$$

미지수의 개수와 여기서 얻어지는 선형 방정식의 개수가 5개로 일치하므로 이 선형 연립 방정식들을 직접 풀면 \mathbf{w}_0 의 세 성분 t_4, t_5, t_6 을 구할 수 있다. 이 때, 트위스트의 단위 방향 벡터를 구하기 위해 식 (4.4)를 고려한다. 이 결과를 식 (4.3)에 대입하면 벡터 \mathbf{q}_0 와 피치 h_0 를 구할 수 있다.

Table 1. Initial joint positions (mm)

Joint	X	Y	Z
a_1	-10.3280	612.2650	89.5560
a_0	32.000	383.2500	95.2000
b_1	-51.4950	606.5270	92.6190
b_0	-127.0000	383.2500	106.2000
c_1	-47.0970	624.9240	-142.0130
c_0	-55.6500	323.2000	-110.6500
d_1	-88.5880	651.0540	-138.8340
d_0	-358.0000	314.7500	-67.6000
h_1	-174.1700	633.5100	-88.3000
t_1	-158.0000	360.5000	-66.6000
e_1	-54.14	713.98	-45

휠 어셈블리 쪽 조인트들의 위치 해석은 식 (3.2)와 (3.3)를 이용하여, 범프 및 리바운드시에 휠 센터가 초기상태에서 Z축 방향으로 -95mm ~ 45mm에 걸쳐 움직이는 경우에 대해 10mm 간격으로 휠 어셈블리에 장착된 조인트들의 위치 해석을 한다. 범프 및 리바운드시의 렌치들은 S-S 다이어드에서 두 조인트간의 위치 벡터들로부터 간단히 구할 수 있다. 즉, Fig. 6의 벡터 $a_0a_1, b_0b_1, c_0c_1, d_0d_1, t_1h_1$ 가 렌치에 해당한다. 범프 리바운드시의 순간 스크류 축은 4.1절의 방법을 이용하여 구한다. 5.2절에서 구한 조인트들의 위치로부터 식 (4.4), (4.6)을 이용하여 순간 스크류 축의 단위 방향 벡터 \mathbf{w}_0 와 순간 스크류 축 위의 한 점 \mathbf{q}_0 를 구한다. 이 때, 임의로 선택한 점 \mathbf{q}_0 의 한 성분의 설정에 따른 순간 스크류 축 해석의 타당성을 살피기 위해, 처음에는 휠 센터 e_1 의 x좌표를 \mathbf{q}_0 의 x좌표인 q_{0x} 로 사용하고, 두 번째의 해석에선 휠 센터 e_1 의 y좌표를 \mathbf{q}_0 의 y좌표인 q_{0y} 로 선택하여 해석을 수행한다. 전자의 결과를 Table 2에, 후자의 결과를 Table 3에서 나타냈다.

두개를 비교해 본 결과, 구해진 순간 스크류 축이 모두 일치하는 걸 확인할 수가 있다. 또한 같은 초기 좌표들과 동일한 범프 및 리바운드의 변화량을 가지고 해석할 경우 선행 연구의 결과⁽⁴⁾와도 일치한다.

6. 결론

참고문헌

본 논문은 선 기하학을 이용하여 5-SS 멀티 링크 현가장치의 범프 및 리바운드 운동시의 순간 스크류 축 해석을 하였다. 기존의 속도 행렬법과는 달리 휠 어셈블리와 차체에 설치된 조인트들의 설치 위치로부터, 범프 및 리바운드 운동을 하는 휠 어셈블리의 순간 스크류 축을 직접 구할 수 있었다. 수치예제를 행한 결과, 선행 연구들과와 동일한 결과를 얻었으며, 이로써 속도 성분을 고려하지 않아도, 범프 및 리바운드 운동을 하는 현가장치의 순간 스크류 축 해석이 기하학적 형상만으로도 직접 행해질 수 있으므로 기존의 방법에 비해 간단하며 직관적이다.

향후 과제로서 전륜 현가장치는 범프 및 리바운드 운동뿐만 아니라 조향 운동도 하므로, 조향 운동시의 선 기하학에 의한 순간 스크류 축의 해석이 필요하고, 이 결과들을 이용한 현가장치의 최적설계도 수행되어야 할 것이다.

Table 2. ISA in bump and rebound motion for $q_{0x} = -54.14$ (mm)

e_z	u_x	u_y	u_z	q_x	q_z	h
-95	0.2207	-0.9361	0.2738	-22834.3	7270.81	220.41
-85	0.3954	-0.8946	0.2083	-10143.8	2831.1	186.666
-75	0.5029	-0.8507	0.1527	-6523.83	1559.05	160.548
-65	0.5744	-0.8117	0.1056	-4790.65	952.13	141.679
-55	0.6256	-0.7775	0.6473	-3762.3	595.674	127.26
-45	0.6644	-0.7468	0.0286	-3073.71	361.028	117.768
-35	0.6953	-0.7187	-0.0038	-2574.92	195.234	110.024
-25	0.7209	-0.6922	-0.0331	-2193.	72.51	104.019
-15	0.7428	-0.6668	-0.0599	-1888.23	-21.1972	99.2812
-5	0.7621	-0.6419	-0.0844	-1637.16	-94.2037	95.4823
5	0.7795	-0.6173	-0.1068	-1425.03	-151.75	92.3877
15	0.7953	-0.5927	-0.1272	-1242.13	-197.306	89.8231
25	0.8101	-0.5679	-0.1456	-1081.81	-233.269	87.6539
35	0.8239	-0.5430	-0.1622	-939.365	-261.35	85.7722
45	0.8371	-0.5177	-0.1768	-811.4	-282.81	84.0882

Table 3. ISA in bump and rebound motion for $q_{0y} = 713.8$ (mm)

e_z	u_x	u_y	u_z	q_x	q_z	h
-95	0.2207	-0.9361	0.2738	-5605.44	382.932	220.41
-85	0.3954	-0.8946	0.2083	-4853.49	302.322	186.666
-75	0.5029	-0.8507	0.1527	-4332.71	259.88	160.548
-65	0.5744	-0.8117	0.1056	-3949.6	236.315	141.679
-55	0.6256	-0.7775	0.6473	-3655.77	223.005	127.26
-45	0.6644	-0.7468	0.0286	-3423.49	215.771	117.768
-35	0.6953	-0.7187	-0.0038	-3235.72	212.398	110.024
-25	0.7209	-0.6922	-0.0331	-3081.38	211.616	104.019
-15	0.7428	-0.6668	-0.0599	-2953.01	212.648	99.2812
-5	0.7621	-0.6419	-0.0844	-2845.42	214.998	95.4823
5	0.7795	-0.6173	-0.1068	-2754.92	218.336	92.3877
15	0.7953	-0.5927	-0.1272	-2678.84	222.439	89.8231
25	0.8101	-0.5679	-0.1456	-2615.25	227.153	87.6539
35	0.8239	-0.5430	-0.1622	-2562.76	232.372	85.7722
45	0.8371	-0.5177	-0.1768	-2520.39	238.029	84.0882

- (1) Suh, C. H., 1991, "Suspension Analysis with Instant Screw Axis theory," SAE Paper 910017.
- (2) Lee, U. K., and Ahn, B. E., 1993, "A Method to Analyze" the Imaginary Kingpin Axis" in Multi-Link Type Suspension Systems," SAE Paper 930262.
- (3) Lee, D. M. A., Pascoe, D. M., and ElMaraghy, W. H., 1993, "An analysis of the multi-link independent suspension system," *International Journal of Vehicle Design*, Vol. 14.1 pp. 44-58.
- (4) 이준모, 1996, "멀티 링크 현가장치의 순간 스크류 축 해석 및 민감도 해석에의 적용," 고려대학교 기계공학과 석사 학위 논문.
- (5) Merlet, J. P., 1989, "Singularity Analysis of Serial Robot-Manipulators," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 118, pp. 520-525.
- (6) R. M. Murray, Zexiang Li, S.S. Sstry, 1994, "A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation," CRC Press, pp. 45-72.
- (7) Collins, C. L., Long, G. L., 1994, "Line Geometry and Singularity Analysis of an In-parallel Hand Controller for Force-Reflected Teleoperations," *ASME Robotics : Kinematics, Dynamics and Controls*, pp. 361-369.
- (8) 노창연, 심재경, 1999, "스크류 시스템을 이용한 병렬 매니플레이터의 병진작업영역에서의 특이형상에 대한 연구," 한국정밀공학회 '99년도 추계학술대회논문집. pp. 852-855.
- (9) Joseph Duffy, 1996, "Statics and kinematics with applications to robotics," Cambridge University Press, pp 40-115.
- (10) K. H. Hunt, 1978, "Kinematic geometry of mechanism," Oxford University Press, pp 304-330.
- (11) J. Michael McCarthy, 1990, "An introduction to theoretical kinematics," The MIT Press, pp 37-52.