

슬로싱 필터를 이용한 발사체의 최적 자세제어기 설계

김동현*· 최재원**

Design of Optimal Attitude Controller for a Launch Vehicle Using Sloshing Filter

Dong-Hyun Kim, Jae-Weon Choi

Key Words : Liquid Sloshing(액체 슬로싱), Attitude Control(자세제어), Sloshing Filter(슬로싱 필터)

Abstract

When the liquid tanks only partially filled and under translational acceleration, large quantities of liquid move uncontrollably inside the tanks and generate the liquid sloshing effect. Liquid sloshing effect could be a severe problem in launch vehicle stability and control if the liquid modes of motion couple significantly with the launch vehicle's normal modes of motion. Several methods have been employed to reduce the effect of sloshing, such as introducing baffles inside the tanks or dividing a large tank into a number of smaller ones. These techniques, although helpful in some cases, do not succeed in canceling the sloshing effects. In this paper, An attitude controller is designed for a launch vehicle with liquid sloshing effect. Both PD controller and sloshing filter are designed for the objective. PD gains and design parameters are determined by optimal algorithm. The performance of the attitude controller is evaluated via computer simulations.

기호설명

m_t : 발사체의 전체 질량

m_p : 슬로싱 질량

m_0 : 발사체의 감소된 질량

I_y : 발사체의 관성 모멘트(피치축)

l_c : 엔진 회전점과 동체좌표 원점까지의 거리

l_a : 공력중심과 동체좌표 원점까지의 거리

l_p : 진자 힌지점과 동체좌표 원점까지의 거리

T_c : 제어 추력(김발엔진)

U_0 : 발사체의 진행방향 속도

\dot{U}_0 : 추력 가속도

$C_{N\alpha}$: 단위 받음각에 대한 수직력 계수

C_m : 피치운동의 모멘트 계수

C_p : 발사체의 공력중심

C_g : 발사체의 무게중심

L_p : 진자의 길이

L_α : 단위 받음각에 대한 공력

τ_p : 진자의 각

μ_c : 제어 모멘트 계수

μ_α : 공력 모멘트 계수

μ_p : 슬로싱 모멘트 계수

ρ_A : 대기 밀도

1. 서론

오늘날 대부분의 발사체 구조에서 액체 연료가 차지하는 비중은 매우 크다. 액체 슬로싱 효과는 탱크 속에 채워져 있는 액체 연료가 발사체의 비행상태 변화에 따라 내부에서 불규칙한 유동을 일으키는 현상을 말하는데, 발사체의 제어성능과

* 부산대학교 기계공학부 대학원생

** 부산대학교 기계공학부 및 기계기술 연구소 교수

안정성 문제에 심각한 영향을 끼칠 수 있다. 따라서, 이러한 문제점들을 극복하기 위해 많은 연구자들이 액체 슬로싱 효과를 정량적으로 해석하고 이를 억제하는 방법을 연구하여 왔다[1-2].

발사체의 액체 슬로싱 효과를 억제하는 방법은 크게 두 가지로 고려할 수 있다. 첫 번째는 연료 탱크 내에 배플(baffle)을 설치하거나 큰 탱크를 여러 개의 작은 탱크로 분할하는 방법이 있는데, 이것은 액체 슬로싱 효과를 제어하기보다는 액체 슬로싱 효과를 사전에 억제하는 방법으로 볼 수 있다. 그러나 이러한 방법은 발사체의 중량이 증가하여 발사비용이 증가한다는 단점이 있다. 두 번째는 액체 슬로싱 효과가 포함된 자세제어기를 설계하여 액체 슬로싱 효과를 제어할 수 있는데, 본 논문에서는 후자의 방법에 국한하여 발사체에 포함된 액체 슬로싱 효과를 제어하고자 한다.

발사체의 자세제어기 설계에 있어 적응제어기법은 이론적으로 잘 정립되어 있으나, 실제 시스템에 적용할 때 신뢰성의 문제가 발생할 수 있어 매우 세심한 주의가 필요하다. 고전적인 형태의 제어기는 물리적 의미를 바탕으로 하고 설계과정이 단순하다는 이유 때문에 간단한 구조를 가지는 저차 제어기 설계가 쉽고 실제 적용이 용이하다는 장점 때문에 오늘날까지도 많이 적용되고 있다. 다만 제어기 설계 시 내적, 외적 불확실성에 대한 취급이 어렵고 설계요구조건의 만족을 위한 체계적인 설계가 곤란하다는 단점이 있다 [3-4].

본 논문에서는 액체 슬로싱을 고려한 발사체의 운동을 모델링하고, 불안정한 슬로싱 모드의 영향을 제어하기 위해 PD 제어기에 슬로싱 필터를 추가한 자세제어기를 설계하고 시뮬레이션을 통하여 그 효과를 검증한다.

2. 액체 추진 발사체 모델링

2.1 강제 운동방정식

원점이 발사체의 무게중심인 동체좌표계에서의 강제 운동을 고려한다. 모델의 단순화를 위해서 피치와 요축 방향 모드 사이의 연성(coupling)은 무시할 수 있다고 가정하고 피치 평면상의 운동만을 고려하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum F_x = m \dot{u}$$

$$\sum F_z = m(\dot{w} - U_0 \dot{\theta}) = mU_0(\dot{\alpha} - \dot{\theta}) \quad (1)$$

$$\sum M_y = I_y \ddot{\theta}$$

식 (1)을 극소시간에 대해 근사화하면 $\sum F_x$ 항은 x 축의 힘이 매우 작으므로 무시할 수 있다. 따라서, 피치 평면상의 운동에 대한 강제 운동방정식은 다음과 같다.

$$mU_0(\dot{\alpha} - \dot{\theta}) = -mg\theta \cos \Theta_0 + T_c \delta + F_{Az} \alpha \quad (2)$$

$$I_y \ddot{\theta} = T_c l_c \delta + M_{Ay} \alpha$$

여기서, F_{Az} , M_{Ay} 는 공력에 의한 외부 힘과 모멘트이고 각각 다음과 같다.

$$F_{Az} = \frac{1}{2} \rho_A U_0^2 A C_{Na} \quad (3)$$

$$M_{Ay} = \frac{1}{2} \rho_A U_0^2 A l_c C_m = F_{Az}(C_p - C_g)$$

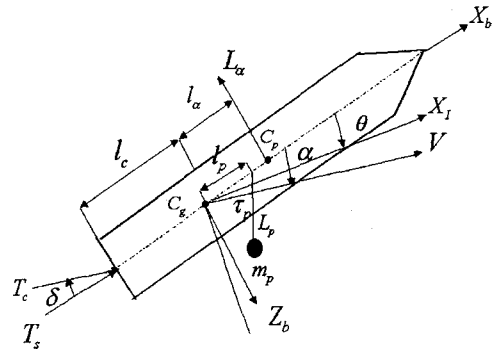


Fig 1. Coordinate system of launch vehicle with liquid sloshing

2.2 슬로싱 운동방정식

본 논문에서는 액체 슬로싱 운동을 단순 진자 운동으로 고려하였다. 그림 1과 같이 굽힘을 고려하지 않은 진자의 피치 평면상의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{z} = \frac{1}{L_p} \left[-\frac{\sum F_z}{m_0} + \frac{(l_p - L_p)}{I_{yy}} \sum M_y - \dot{U}_0 \tau_p \right] \quad (4)$$

여기서, $\sum F_z$ 는 피치 축에 작용하는 힘의 합, $\sum M_y$ 는 모멘트의 합을 나타낸다. 그리고 액체 슬로싱에 의해 피치 축에 작용하는 힘과 모멘트는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_{zs} &\cong \sum m_p \dot{U}_0 \tau_p \\ M_{ys} &\cong -\sum m_p l_p \dot{U}_0 \tau_p \end{aligned} \quad (5)$$

2.3 선형 운동방정식

액체 슬로싱을 고려한 발사체의 선형 운동방정식은 강체 운동방정식에 액체 슬로싱에 의한 힘과 모멘트를 더해준다. 따라서, 액체 슬로싱을 고려한 발사체의 외부 힘과 모멘트는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum F_x &= -m_0 g \cos \theta + T_c \delta + F_{Ax} \alpha + \sum m_p \dot{U}_0 \tau_p \\ \sum M_y &= T_c l_c \delta + M_{Ay} \alpha - \sum m_p l_p \dot{U}_0 \tau_p \end{aligned} \quad (6)$$

본 논문에서는 지배적인 1차 슬로싱 모드(하나의 탱크)만을 고려하여 하나의 진자운동으로 제한한다. 식 (2)와 (6)에서 받음각 α 와 피치 자세각 θ 를 근사화 시키고($\alpha \approx \theta$), 라플라스 변환을 하면 액체 슬로싱을 고려한 발사체의 운동방정식을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= \mu_c \delta + \mu_a \theta - \mu_p \tau_p \\ \ddot{\tau}_p &= \frac{1}{L_p} \left[(l_p - L_p) \mu_c - \frac{T_c}{m_0} \right] \delta \\ &\quad + \frac{1}{L_p} \left[\frac{L_a}{m_0} + (l_p - L_p) \mu_a \right] \theta \\ &\quad - \frac{1}{L_p} \left[\left(1 + \frac{m_p}{m_0} \right) \dot{U}_0 + (l_p - L_p) \mu_p \right] \tau_p \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, 추력, 공력, 슬로싱 모멘트 계수는 각각 다음과 같다.

$$\mu_c = \frac{T_c l_c}{I_y}, \quad \mu_a = \frac{l_a L_a}{I_y}, \quad \mu_p = \frac{m_p l_p \dot{U}_0}{I_y} \quad (8)$$

3. 액체 슬로싱과 발사체의 안정성

이제 액체 슬로싱 모드를 고려한 발사체의 안정성에 관한 식을 기술하기로 한다. 먼저 식 (7)로부터 다음과 같은 발사체의 개루프 전달함수를 구할 수 있다.

$$G_p(s) = \frac{\theta(s)}{\delta(s)} = \frac{\mu_c (s^2 + \omega_z^2)}{(s^2 - \mu_a)(s^2 + \omega_p^2)} \quad (9)$$

이 때, 개루프 시스템의 슬로싱 모드 극점 ω_p 와 영점 ω_z 는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \omega_p^2 &= \frac{1}{L_p} \left[\left(1 + \frac{m_p}{m_0} \right) \dot{U}_0 + (l_p - L_p) \mu_p \right] \\ \omega_z^2 &= \omega_p^2 - \frac{\mu_p}{L_p} \left[l_p - L_p - \frac{r^2}{l_c} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, $r^2 = I_y / m_0$ 를 나타낸다. 실제 개루프 시스템의 극점, 영점들을 구해보면 모두 허수축상에 쌍으로 나타난다. 따라서, 강체모드만은 임계안정한 상태이다. 개루프 시스템의 근궤적을 살펴보면 전달함수의 극점이 영점보다 위에 있어야 안정함을 알 수 있다. 식 (10)에서 $\omega_p > \omega_z$ 이어야 하므로 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\mu_p}{L_p} \left(l_p - L_p - \frac{r^2}{l_c} \right) > 0 \quad (11)$$

만약 진자의 힌지점이 발사체의 무게중심보다 아래에 있으면($l_p < 0$, $\mu_c < 0$), 식 (11)의 부등식은 항상 만족하게 되고 슬로싱 모드가 안정하므로 시스템은 항상 안정하다. 그러나 진자의 힌지점이 발사체의 무게중심보다 위에 있으면 두가지 경우로 나누어 시스템의 안정성을 확인해야 한다. 먼저, $l_p > 0$ 이고 아래의 식 (12)를 만족하면 식 (11)의 부등식은 만족하여 시스템은 안정해진다.

$$(l_p - L_p) > \frac{r^2}{l_c} \quad (12)$$

그러나 식 (13)의 경우에는 식 (11)의 부등식을 만족하지 않게 되고 시스템은 불안정해진다.

$$(l_p - L_p) < \frac{r^2}{l_c}, \quad l_c > 0 \quad (13)$$

4. 자세제어기 설계

본 논문에서 피치자세각을 되먹임하는 자세제어기를 설계한다. 강체모드는 대표적인 고전제어기인 PD 제어기로 제어가 가능하지만, 불안정한 슬로싱 모드에 대한 영향을 완전히 없애지는 못하므로 슬로싱 필터를 사용하여 안정화 시킨다. PD 제어기와 슬로싱 필터가 결합한 형태의 자세제어기 블록선도는 그림 2와 같다.

4.1 PD 제어기

발사체의 자세제어기는 대표적 고전제어기인 PD

제어기로 먼저 제어한다. PD 제어계인은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$K(s) = K_p + K_D s \quad (14)$$

여기서, K_p 는 비례계인이며, K_D 는 미분계인이다.

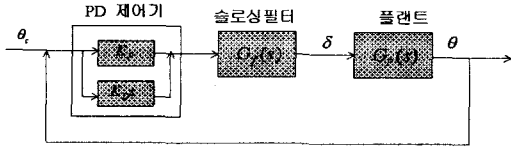


Fig 2. Block diagram of Attitude controller

4.2 슬로싱 필터

PD 제어기로 발사체의 자세를 제어할 때, 슬로싱 모드의 극점에 의한 영향을 완전히 없애주기 못한다 (즉, 불안정한 영역에 극점이 존재한다). 따라서, 불안정한 영역에 위치한 극점을 안정한 영역에 위치시키기 위하여 슬로싱 필터를 자세제어기에 추가한다.

슬로싱 필터의 전달함수를 다음과 같이 고려한다.

$$G_f(s) = \frac{(s^2 + \omega_{sz}^2)}{(s^2 + \omega_{sp}^2)} \quad (15)$$

여기서, ω_{sz}, ω_{sp} 는 슬로싱 필터의 영점과 극점이다. 슬로싱 필터의 영점과 극점은 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$\begin{aligned} \omega_{sp} &= A * \omega_z \\ \omega_{sz} &= B * \omega_p \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, ω_z, ω_p 는 불안정한 슬로싱 모드의 영점과 극점이고 A, B 는 불안정한 슬로싱 모드의 극점과 영점 주위에 슬로싱 필터의 영점과 극점을 위치시키기 위한 설계 파라미터이다.

4.3 최적 제어기

본 논문에서는 응답특성이 아래와 같은 2차 시스템의 기준 응답특성에 최대한 일치하도록 최적 파라미터를 선정하도록 한다.

$$G_{ref}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (17)$$

여기서, $\zeta=0.7$, $T_s=1.5 \text{ sec}$, $\omega_n = \frac{4.6}{\zeta} T_s^{-1}$ 이고 1% 오차를 기준으로 한다.

계산된 응답과 식 (17)의 기준 모델에 의해 계산되는 기준응답과의 RMS 오차의 놈(norm)이 최소가 될 때의 파라미터가 최적 값이라고 할 수 있으며, 알고리즘은 다음과 같다.

파라미터 선정 알고리즘

단계 1 : 파라미터의 탐색범위 결정한다.

단계 2 : 기준응답과의 RMS 오차를 계산한다.

$$J_1 = (Y_{ref}(t) - Y(t)) \quad (18)$$

단계 3 : 오차의 최소 놈(minimum norm) 계산한다.

$$S = \min \|J_1\| = \min \|Y_{ref}(t) - Y(t)\| \quad (19)$$

단계 4 : 오차의 최소 놈일 때의 파라미터 선정

표 1에 최적화 대상 파라미터와 탐색범위 그리고 PD제어기만 적용한 경우와 PD 제어기와 슬로싱 필터를 적용한 경우에 설계된 최적 파라미터를 나타내었다.

Table 1. Optimal parameters

파라미터	K_D	K_P	A	B
탐색범위	0.2~5.0	0.2~10.0	0.8~1.2	0.8~1.2
PD	1.6	0.2	-	-
PD+필터	1.4	5.2	1.1	0.8

5. 제어기 적용 및 결과

표 2와 같은 발사체 모델을 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 제어기 설계를 위한 설계점은 발사 후 72 초가 경과한 때로 설정하였다.

Table 2. Flight parameter of a launch vehicle

$m_0(Kg)$	73796.9	$m_p(Kg)$	5660.9
$I_y(Kg \cdot m^2)$	3.28×10^6	$L_p(m)$	0.83
$\dot{U}_0(m/sec^2)$	20.2	$l_p(m)$	1.69
$T_c(N)$	1.52×10^6	$\mu_c(sec^{-2})$	4.56
$L_\alpha(N/rad)$	8.81×10^5	$\mu_\alpha(sec^{-2})$	2.80
$l_c(m)$	9.84	$\mu_p(sec^{-2})$	0.059
$l_\alpha(m)$	10.39		

개루프 시스템에 대한 슬로싱 모드의 근궤적선도와 시간응답을 그림 3과 4에 나타내었다. 그림 3에서 개루프 시스템은 슬로싱 모드의 극점이 영점보다 아래에 있고, 근궤적선도의 출발각이 우반평면으로 향하게 되어 있어 페루프 시스템이 불안정해진다. 그림 4에서 개루프 시스템의 시간응답이 발산하므로 불안정한 시스템을 알 수 있다.

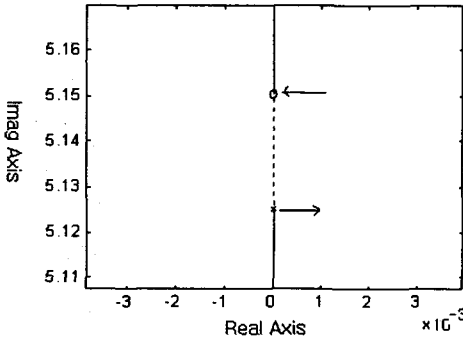


Fig 3. Root locus diagram (open-loop)

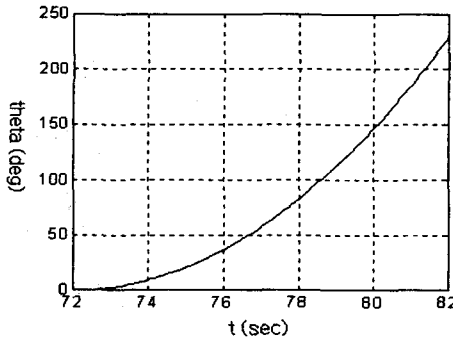


Fig 4. Time response (open-loop)

그림 5와 6은 PD 제어기만 적용한 경우에 대한 근궤적선도와 시간응답이다. 그림 5에서 슬로싱 모드의 근궤적은 좌반평면으로 향하지만 그림 7과 같이 탐색범위 전구간에 걸쳐 불안정한 영역에 극점이 존재하기 때문에 시스템의 안정성에 영향을 끼칠 수 있다. 그림 6의 시간응답은 기준응답에 잘 수렴하는 것처럼 보이지만, 불안정한 영역에 존재하는 극점이 문제로 남는다. 이것은 불안정한 슬로싱 모드의 영향을 완전히 해결하지 못한 것이라 할 수 있다. 따라서, 개루프 시스템에 슬로싱 필터를 추가한 후 PD 제어를 수행하여 불안정한 영역의 극점에 대한 영향을 제거하도록 한다.

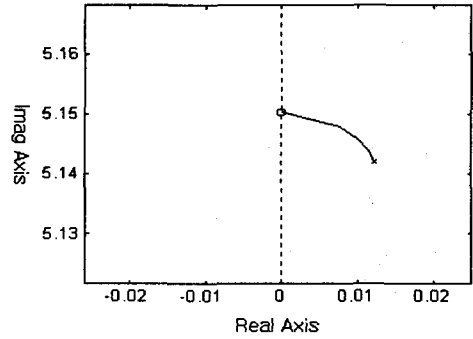


Fig 5. Root locus diagram (PD control)

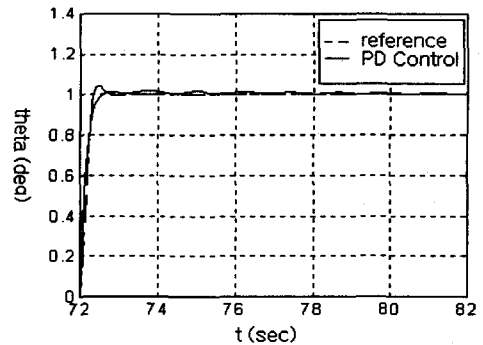


Fig 6. Time response (PD control)

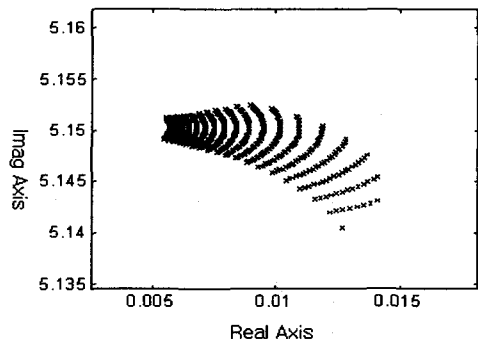


Fig 7. A change of Pole (PD control)

그림 8과 9은 PD 제어기와 슬로싱 필터를 적용한 경우에 대한 근궤적선도와 시간응답이다. 불안정한 영역에 존재하던 극점이 안정한 영역으로 위치하였고 기준응답에 잘 수렴한다. 그러나 PD 제어기만 적용했을 경우보다 정착시간이 느릴 수 있다. 그림 9에서 "o"는 슬로싱 필터만 적용한 경우의 페루프 시간응답으로 슬로싱 모드를 안정화 시키더라도 강제모드의 영향이 남아 있음을 알 수 있다.

후기

이 논문은 2000년도 두뇌한국 21사업 핵심분야에 의하여 지원되었음.

참고문헌

- (1) H. F. Baure, 1963, "Stability Boundaries of Liquid - Propelled Space Vehicles with Sloshing," *AIAA Journal*, vol. 1, no. 5, pp. 1583-1589.
- (2) B. Wie, 1986, "Thrust Vector Control Design for a Liquid Stage Spacecraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 19, no. 5, pp. 1171-1177.
- (3) M. A. James, S. L. Michael, and D. S. John, 1991, "Adaptive Control of Propellant Slosh for Launch Vehicle," *Proceeding of SPIE*, vol. 1480, pp. 11-22.
- (4) 명철호, 송용규, 1998, "슬로싱을 고려한 액체 추진제 로켓의 모델링 및 자동조종장치 설계에 관한 연구," *한국항공우주학회 추계 학술대회 논문집*, pp. 469-472.

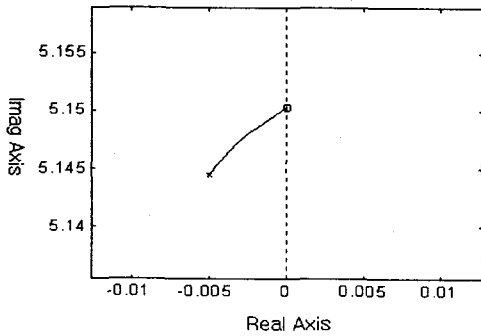


Fig 8. Root locus diagram
(PD+sloshing filter control)

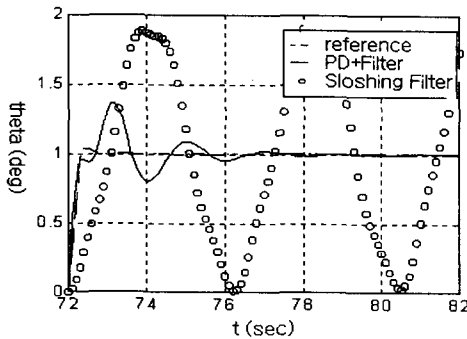


Fig 9. Time response
(PD+sloshing filter control)

5. 결론

본 논문에서는 액체 슬로싱을 고려한 발사체를 모델링하고 PD 제어기와 슬로싱 필터를 이용한 제어를 설계하였다. PD 제어기만을 사용한 경우는 불안정한 영역에 극점이 존재하여 시스템의 안정성에 영향을 끼친다. 따라서 불안정한 영역의 극점에 의한 영향을 없애기 위해 자세제어기에 슬로싱 필터를 추가하였다. PD 게인과 슬로싱 파라미터는 기준응답에 대한 오차를 최소화 하는 최적 알고리즘을 통해 최적의 값을 선정하였다.

그러나 제안된 PD 제어기와 슬로싱 필터에 의한 자세제어기 설계방법은 시스템 파라미터의 불확실성에 대한 강인성이 부족하다. 따라서, 시스템의 불확실성에 대한 자세제어기 설계가 계속 연구되어야 한다.