

# 회전식 수문의 중량 최소화에 대한 지지점 위치의 최적설계

권영두\* · 권순범\* · 구남서\* · 진승보\*\*

## Optimal Location of Support Point for Weight Minimization in Radial Gate of Dam Structures

Young Doo Kwon\* · Soon Bum Kwon\* · Nam Seo Goo\* · Seung Bo Jin\*\*

Key Words: radial gate(회전식 수문), 2-arm type(2지지점식), 3-arm type(3지지점식)  
weight minimization(중량 최소화), DFP method(Davidon-Fletcher-Powell Method)

### Abstract

This paper focuses on the weight minimization of radial gate, as an extension of the previous work. Radial gates are commonly used to regulate the flow-rate of general purpose dams, due to its simplicity in manufacture and control. The present study identifies the optimum position of support point for 2 and 3 arm type radial gate, which guarantees the minimum weight satisfying strength constraint condition. These optimum designs are then compared with previously constructed radial gates. The results indicate that the weights of the optimized radial gates reduce by about 20%, compared to those of the conventionally designed radial gates.

### 1. 서 론

최근들어 수자원 환경이 급변하고 있어 해마다 대규모 홍수피해가 전국적으로 빈발하고 있다. 따라서 홍수피해를 경감하고 가뭄에 대비한 원활한 용수공급을 위해 다목적 댐이 건설되고 있다.

방수량 조절을 위해 다목적댐에 주로 설치되는 회전식 수문(radial gate, tainter gate라고도 함)에

대한 연구가 그동안 이루어 졌으나[1~3], 지지점(support point)의 위치에 대하여 최적화된 설계는 아직 이루어지지 않고 있는 실정이다. 회전식 수문의 설계시 지지점의 위치 선정이 중요함에도 불구하고 주로 경험에 의존하여 중량 감소에 따른 경제성을 고려하지 않고 설계하고 있다. 따라서 지지점의 위치를 고려한 최적화를 수행하여 이 결과를 기존의 경험에 의해 설계된 결과와 비교하였다.[4] 이 연구는 수직거더만을 고려하여 지지점의 모멘트 분포의 최적화에 주안점을 둔 것이다. 본 연구는 이미 발표한 연구를 확장한 것으로 회전식 수문의 중량을 최소화하는 것을 목적함수로 하여 지지점 위치에 대한 최적설계를 수행하였다.

\* 정회원, 경북대학교 기계공학부

\*\* 경북대학교 대학원 기계공학부

## 2. 회전식 수문의 구조와 지배방정식[4]

### 2.1 회전식 수문의 구조

Fig.1에는 2-지지점식(2-arm type)회전식 수문을 나타낸다.[5] 여기에서 ELH, ELS 및  $P_{ice}$ 는 각각 수면과 주판(skin plate) 최하부의 고도 및 동절기 수면의 결빙에 관련된 동압이다. 주판을 지지하고 있는 각 지지점의 힘을 계산하기 위해서는 Fig.1에 나타낸 바와 같이  $P_{ice}$ , 정수압 외에 주판의 자중도 고려하여야 한다. 수심  $h$ 는 그림에서 ELH-ELS이다. 수심과 비례 관계가 있는 정수압에 의하여 주판에 작용하는 수평방향 혹은 수직방향 성분의 힘을 계산하는 경우에는 수평 혹은 수직방향의 투사면적(projected area)을 사용해야 한다.

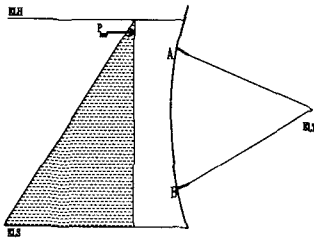


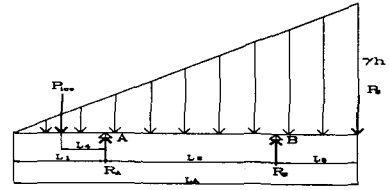
Fig.1 2-arm type radial gate

회전식 수문에서는 수직거더(vertical girder, H-type)가 하중을 일차적으로 지지한다. 수직거더는 수평거더(horizontal girder, H-type)와 암(arm)에 연결되어 주판을 열고 닫을 수 있도록 설계된다. 회전식 수문은 지지점의 개수에 따라 2-지지점식과 3-지지점식으로 구분한다. 2-지지점식은 정적 평형식으로 풀 수 있으나 3-지지점식은 부정정 문제가 된다.

### 2.2 2-지지점식 회전식 수문의 지배방정식

Fig.2는 회전식 수문의 주판부를 2개의 지지점으로 지지하는 경우에 작용하는 수압[6]을 나타낸 그림이다. 주판을 지지하는 수직거더는 곡선보이나, 두께에 대한 곡률직경의 비가 20이 넘을 때는 직선보로 가정할 수 있음이 알려져 있고[7~9], 이 경우 80정도이므로 직선보로 취급한다.

평형방정식으로부터 식 (1), (2)를 얻을 수 있다.



$\gamma h$  : hydrostatic pressure

$P_{ice}$  : ice load

$P_s$  : horizontal component of the reaction at bottom of the skin plate

Fig.2 Free body diagram of 2-arm type radial gate

$$\sum F = 0; R_A + R_B - P_{ice} - \frac{1}{2} \gamma L_A H_3 - P_s = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_A = 0; P_{ice} L_A + \frac{1}{6} \gamma L_A^2 H_1 - \frac{1}{3} \gamma (L_2 + L_3)^2 (H_3 - H_1) - \frac{1}{2} \gamma (L_2 + L_3)^2 H_1 + R_B L_2 - P_s (L_2 + L_3) = 0 \quad (2)$$

A, B 각 지점에서의 반력은 식 (3), 식 (4) 그리고 모멘트는 식 (5), 식 (6)이 된다.

$$R_B = \frac{1}{3L_2} \left[ \gamma (L_2 + L_3)^2 (H_3 - H_1) + \frac{1}{2} \gamma (L_2 + L_3)^2 H_1 - P_{ice} L_A - \frac{1}{6} \gamma L_A^2 H_1 + P_s (L_2 + L_3) \right] \quad (3)$$

$$R_A = P_{ice} + \frac{1}{2} \gamma L_A H_3 + P_s - R_B \quad (4)$$

$$M_A = -P_{ice} L_A - \frac{1}{6} \gamma L_A^2 H_1 \quad (5)$$

$$M_B = -P_{ice} (L_A + L_2) - \frac{1}{6} \gamma (L_1 + L_2)^2 H_2 + R_A L_2 \quad (6)$$

X를 Fig.2의 A점으로부터의 거리라고 할 때 X 지점에서의 모멘트는 식 (7)과 같다.

$$M_{AB} = -\frac{1}{2} \gamma L_1 H_1 \left( \frac{L_1}{3} + X \right) - P_{ice} (L_A + X) + R_A X - \frac{1}{2} \gamma X^2 H_1 - \frac{1}{6} \gamma \frac{(H_2 - H_1)}{L_2} X^3 \quad (7)$$

최대 모멘트가 발생하는 지점  $X_{max}$ 는 식 (7)을 X에 대하여 미분함으로써 계산되며 식 (8)과 같이 된다

$$X_{max} = \frac{L_2 \left\{ -H_1 + \sqrt{H_1^2 + \frac{2(H_2 - H_1)}{\gamma} \left( R_A - \frac{1}{2} \gamma L_1 H_1 - P_{ice} \right)} \right\}}{H_2 - H_1} \quad (8)$$

식 (8)의  $X_{max}$ 를 식 (7)에 대입하여 지지점 A, B 구간내에서의 최대 모멘트를 구할 수 있다.

### 2.3 3-지지점식 회전식 수문의 지배방정식

Fig.3은 3-지지점식(3-arm type) 회전식 수문에서의 하중과 반력의 관계를 나타내는 그림이다. 지지점이 3개이므로 부정정문제가 되며 이를 풀기 위해 Fig.3을 Fig.(4a)과 Fig.(4b)로 나누어 생각한다. 부정정 문제의 해는 특이함수법을 이용하여 구한다. 먼저, Fig.(4a)의 양단 지지보에 하중이 작용할 때 그 처짐을 구한다.

$$V_{B2} = \delta = \frac{R_{B2}L_3L_2}{6EK(L_2L_3)} \{ (L_2+L_3)^2 - L_2^2 - L_3^2 \} \quad (9)$$

Fig.(4b)의 분포하중이 작용하는 양단 지지보에 특이함수를 적용하여 B점의 처짐을 구한다. 적용된 특이함수는 식 (10)과 같이 된다.

$$q = -P_{ice} \langle X - (L_1 - L_5) \rangle^{-1} + R_{A1} \langle X - L_1 \rangle^{-1} + R_{C1} \langle X - L_1 - L_2 - L_3 \rangle^{-1} - \gamma \langle X \rangle^1 \quad (10)$$

처짐을 구하기 위해 식 (10)을 하중항으로 하여 보의 방정식을 적분하면 식 (11)이 된다.

$$EI_2 V = C_1 X + C_2 - \frac{P_{ice}}{6} \langle X - (L_1 - L_5) \rangle^3 + \frac{R_{A1}}{6} \langle X - L_1 \rangle^3 + \frac{R_{C1}}{6} \langle X - L_1 - L_2 - L_3 \rangle^3 - \frac{\gamma}{120} \langle X \rangle^5 \quad (11)$$

여기서, E는 탄성계수,  $I_2$ 는 관성모멘트를 나타낸다. 상수  $C_1$ 과  $C_2$ 를 구하기 위해 지지점 A, C에서의 변위는 0이라는 경계조건을 적용하면 식 (12)와 식 (13)이 된다.

**Point A :**

$$C_2 + C_1 L_1 = \frac{P_{ice}}{6} L_5^3 + \frac{\gamma}{120} L_1^5 \quad (12)$$

**Point B :**

$$C_2 + C_1(L_1 + L_2 + L_3) = \frac{P_{ice}}{6} (L_2 + L_3 + L_5)^3 + \frac{R_{A1}}{6} (L_2 + L_3)^3 + \frac{\gamma}{120} (L_1 + L_2 + L_3)^5 \quad (13)$$

식 (11)에서  $X=L_1+L_2$ 를 대입하여 B 지점에서의 변위  $V_B$ 를 구한다.

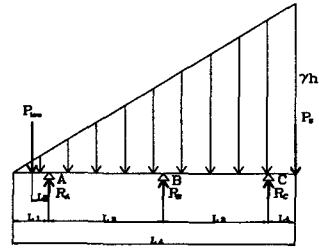


Fig.3 Free body diagram of 3-arm type radial gate

----- Deflection curve

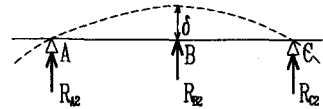


Fig.(4a) Reaction curve diagram

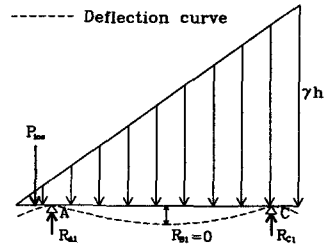


Fig.(4b) Deflection curve diagram

$$EI_2 V_B = C_1(L_1 - L_2) + C_2 - \frac{P_{ice}}{6} \langle L_2 - L_5 \rangle^3 + \frac{R_{A1}}{6} \langle L_2 \rangle^3 - \frac{\gamma}{120} \langle L_1 - L_2 \rangle^5 \quad (14)$$

여기서 구한  $V_B$ 를 식(10)에 대입하여  $R_{B2}$ 를 구할 수 있다. Fig.(4a)에서 힘과 모멘트와의 관계를 이용하여  $R_{A2}$ 와  $R_{C2}$ 를 구하면 각각 식 (15)와 식 (16)이 된다.

$$R_{A2} = -\frac{R_{B2}L_3}{(L_2+L_3)} \quad (15)$$

$$R_{C2} = -R_{B2} - R_{A2} \quad (16)$$

Fig.(4b)에서 힘과 모멘트와의 관계를 이용하여  $R_{A1}$ 와  $R_{C1}$ 을 구하면 각각 식 (17)과 식 (18)이

된다.

$$R_{A1} = \frac{P_{ice}(L_1 + L_2 + L_3) + \frac{1}{2} \gamma L_A^2 \left(\frac{L_A}{3} - L_4\right)}{(L_2 + L_3)} \quad (17)$$

$$R_{C1} = \frac{1}{2} \gamma L_A^2 + P_{ice} - R_{A1} \quad (18)$$

위의 관계들을 이용하여 지지점 A, B, C에서의 반력을 구하면 다음과 같다.

$$R_A = R_{A1} + R_{A2} \quad (19)$$

$$R_B = R_{B1} + R_{B2} \quad (20)$$

$$R_C = R_{C1} + R_{C2} \quad (21)$$

그리고 각 지점에 작용하는 모멘트는 다음과 같다.

$$M_A = -P_{ice}L_5 - \frac{\gamma}{6} L_1^3 \quad (22)$$

$$M_B = -P_{ice}(L_2 + L_5) + R_{A1}L_2 - \frac{\gamma}{6} (L_1 + L_2)^3 \quad (23)$$

$$M_C = -P_{ice}(L_2 + L_3 + L_5) + R_{A1}L_2 + R_{B1}L_3 - \frac{\gamma}{6} (L_1 + L_2 + L_3)^3 \quad (24)$$

### 3. 회전식 수문의 중량 최소화

#### 3.1 최적화문제의 정식화

회전식 수문은 지지점의 위치에 따라서 각 부재에 작용하는 응력의 크기가 변하며 이에 따라 작용 응력을 지지하기 위한 부재의 크기가 변하기 때문에 지지점의 위치선택이 매우 중요하다. 부재의 크기로부터 부피를 계산하여 밀도를 곱하면 중량을 구할 수 있다. 그러므로 2-지지점식이나 3-지지점식에서 지지점의 위치를 조절함으로써 중량을 최소화하는 경제적인 설계를 수행할 수 있다.

본 문제에서는 밀도가 일정하므로 부피를 최소화시키면 결국 중량이 최소가 된다. 따라서 부피에 대한 식을 다음과 같이 정리하였다.

#### (CASE I) girder only

$$V_{max} = \frac{T_1 * N_1 * M_{max} * f_1 * L_g}{S_g} \quad (25)$$

#### (CASE II) girder and non-equal arm

• 2-지지점식인 경우

$$V_{max} = \frac{T_1 * N_1 * M_{max} * f_1 * L_g}{S_g} + \frac{T_2 * (R_a + R_b) * L_a * N_2}{S_a} \quad (26)$$

• 3-지지점식인 경우

$$V_{max} = \frac{T_1 * N_1 * M_{max} * f_1 * L_g}{S_g} + \frac{T_2 * (R_a + R_b + R_c) * L_a * N_2}{S_a} \quad (27)$$

#### (CASE III) girder and equal arm

• 2-지지점식인 경우

$$V_{max} = \frac{T_1 * N_1 * M_{max} * f_1 * L_g}{S_g} + \frac{T_2 * (R_{max}) * L_a * N_2 * 2}{S_a} \quad (28)$$

• 3-지지점식인 경우

$$V_{max} = \frac{T_1 * N_1 * M_{max} * f_1 * L_g}{S_g} + \frac{T_2 * R_{max} * L_a * N_2 * 3}{S_a} \quad (29)$$

여기서,  $T_1, T_2$  : 설계 인자

$N_1$  : 수직거더 개수,  $N_2$  : 암의 개수

$L_g$  : 수직거더 길이,  $L_a$  : 암의 길이

$S_g$  : 수직거더의 허용응력

$S_a$  : 암의 허용응력

$R_{max}$  : 지지점의 최대반력

$M_{max}$  : 수직거더의 최대 모멘트

$f_1$  : 단면계수에 대한 단면적의 비

$Z = 0.32Ah, h$  : 단면높이

CASE I은 수직거더만을 고려한 경우이고 CASE II는 수직거더와 암의 형상이 각기 다른 경우, CASE III는 수직거더와 암의 형상이 모두 같은 경우이다. 위와 같은 식으로 부피를 계산하면 강도 구속 조건은 자연스럽게 만족된다. 회전식 수문의 지지점의 위치를 최적화 하려고 할 때 설계변수로는 주판에서 각 지지점 사이의 길이가 차지하는 비(ratio)를 사용한다. 본 연구의 최적화 문제는 다음과 같이 정식화 할 수 있다.

#### Two-arm type

Minimize  $f(R) = \text{volume of gate}$

$$R = \{ R_1 \ R_2 \ R_3 \}^T$$

subject to (30)

$$R_1 + R_2 + R_3 = 1$$

$R_i$  : dimensionless lengths

### Three-arm type

Minimize  $f(R)$  = volume of gate

$$R = \{ R_1 \ R_2 \ R_3 \ R_4 \}^T$$

subject to (31)

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 1$$

$R_i$  : dimensionless lengths

여기에 필요한 변수는 2개 이상이 되기 때문에 일차원 최적화 방법으로는 불가능하므로 다차원 최적화 방법을 사용해야 한다. 본 논문에서는 변화 매트릭법(variable metric method)중에서 DFP법(Davidon-Fletcher-Powell method)을 사용하였다. [4,10~12]

### 3.2 최적화 결과 및 고찰

최적화의 초기값은 경험에 의하여 설계된 회전식 수문의 설계자료를 사용하였다.

2-지지점식에 대한 결과를 정리한 Table 2에서 알 수 있듯이 수직거더의 단면계수가 초기값의 74%만으로도 안전하게 지지할 수 있다. 또 중량에 대해 최적화를 수행하면 CASE I 인 경우 초기값의 25.9%, CASE II인 경우 초기값의 20.6%, CASE III인 경우에는 초기값의 15.4% 만큼 감소됨을 알 수 있다.

3-지지점식에 대한 결과를 정리한 Table 3에서 알 수 있듯이 수직거더의 단면계수가 초기값의 78%만으로도 안전하게 지지할 수 있다. 또 중량에 대해 최적화를 수행하면 CASE I 인 경우 초기값의 22.5%, CASE II 경우 초기값의 14.2%, CASE III 인 경우에는 초기값의 3.4% 만큼 감소됨을 알 수 있다.

CASE I 과 CASE II 에서 길이 비, 반력, 모멘트, 단면계수의 최적치가 같게 나오는 것을 볼 수 있다. 이것은 암이 지지점 역할을 하므로 수직거더에서 일차적으로 지지한 힘을 그대로 분배받기 때문이다. 암의 형상을 같이 한 경우는 지지점마다 작용하는 힘이 달라도 암에서는 같은 힘이 작용한다고 생각해서 최적치를 구했기 때문

에 두 경우와는 다른 결과가 나오는 것이다. 한편, 암의 형상이 다른 경우는 각 지지점 마다 작용하는 힘이 다르기 때문에 암의 형상도 달라지는 것이다. 암의 형상이 같은 경우는 하중이 가장 많이 받는 부분을 기준으로 암의 형상을 같게 한 것이므로 중량도 크고, 최적 위치도 변하게 되는 것이다.

## 4. 결 론

본 연구에서는 회전식 수문의 중량 최적화 문제를 고찰하였다. 지지점의 위치를 설계 변수로 하여 최소 중량을 가지는 지지점의 위치를 계산하였다. 본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 회전식 수문에 대해 지지점의 위치를 고려한 최적화를 수행하면 전체 중량이 경험에 의하여 설계된 것에 비해 상당히 감소됨을 알 수 있다.

2) 수직 거더에서 모멘트를 지지하는데 2-지지점식이 3-지지점식 보다 중량이 큰 것은 수직 거더에 작용하는 모멘트가 더 크게되어 수직 거더의 중량이 증가하기 때문이다.

3) CASE I 과 CASE II 의 최적치가 같게 나오는 것을 볼 수 있다. 이것은 암이 지지점 역할을 하므로 수직거더에서 일차적으로 지지한 힘을 그대로 분배받기 때문이다. 암의 형상을 같이 한 경우는 지지점마다 작용하는 힘이 달라도 암에서는 같은 힘이 작용한다고 생각해서 최적치를 구했기 때문에 두 경우와는 다른 결과가 나오는 것이다.

4) CASE III인 경우에는 CASE II보다 암의 중량 증가로 인해 전체 중량이 더 크게되지만, 작업상 또는 동적 거동 등의 이유로 설계자가 선택할 수 있다.

## 참고문헌

- (1) Shi-Wo Yan, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, pp. 3261-3273, 1991.
- (2) Jiang, *Journal of Dalian University of Technology*, Vol. 34, No. 1, 1994.
- (3) Golliard, D., *International Journal on hydropower & Dams*, Vol. 5, No. 2, pp. 63-65, 1998.
- (4) 권영두, 권순범, 박창규, 윤영중, Radial Gate의 최적 설계, 전산구조공학회 투고중, 2000

- (5) 현대중공업, 합천, 연천, 충주댐 설계자료.
- (6) Bruce R. Munson and Donald F. Young, Theodore H. Okiishi, *Fundamentals of Fluid Mechanics*, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., 1990.
- (7) Bruce R. Munson and Donald F. Young, Theodore H. Okiishi, *Fundamentals of Fluid Mechanics*, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., 1990.
- (8) Robert C. Juvinall, *Fundamentals of Machine Component Design*, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- (9) Fred B. Seely, M.S., *Advanced Mechanics of Materials, Second Edition*, John Wiley & Sons, Inc., 1952.
- (10) Jasbir S. Arora, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill, Inc., 1989.
- (11) David M. Himmelblau, *Applied Nonlinear Programming*, McGraw-Hill, 1972.
- (12) Singiresu S. Rao, *Engineering Optimization Theory and Practice*, Third Edition, A Wiley-Interscience Publication, 1996.

Table 1 Optimum results in case of a 2-arm type

2-arm		Initial value	Optimum value		
			Girder Only	Girder and Equal Arm	Girder and Non-equal Arm
Ratio of length (ratio)	R <sub>1</sub>	0.24900	0.19396	0.19380	0.19396
	R <sub>2</sub>	0.63240	0.67639	0.67663	0.67639
	R <sub>3</sub>	0.11860	0.12965	0.12964	0.12965
Reaction (kg/mm)	R <sub>A</sub>	0.58881E+2	0.52731E+2	0.52729E+2	0.52731E+2
	R <sub>B</sub>	0.83189E+2	0.89339E+2	0.89341E+2	0.89339E+2
Moment (kg-mm/mm)	M <sub>A</sub>	0.74632E+5	0.55306E+5	0.55253E+5	0.55306E+5
	M <sub>B</sub>	0.48434E+5	0.55306E+5	0.55254E+5	0.55306E+5
Section modulus(mm <sup>3</sup> )	Z <sub>1</sub>	0.37521E+7	0.27805E+7	0.27781E+7	0.27805E+7
	Z <sub>2</sub>	0.31097E+7	0.23044E+7	0.23024E+7	0.23044E+7
Volume (mm <sup>3</sup> )	Girder Only	0.11599E+11	0.85956E+10	-	-
	Girder+Arm	0.14583E+11	-	0.12340E+11	0.11579E+11

Table 2 Optimum results in case of a 3-arm type

3-arm		Initial value	Optimum value		
			Girder Only	Girder and Equal Arm	Girder and Non-equal Arm
Ratio of length (ratio)	R <sub>1</sub>	0.12000E+0	0.94170E-1	0.96218E-1	0.94170E-1
	R <sub>2</sub>	0.44000E+0	0.46312E+0	0.49757E+0	0.46312E+0
	R <sub>3</sub>	0.35670E+0	0.36751E+0	0.32980E+0	0.36751E+0
	R <sub>4</sub>	0.83300E-1	0.75200E-1	0.76412E-1	0.75200E-1
Reaction (kg/mm)	R <sub>A</sub>	0.33134E+2	0.30479E+2	0.32248E+2	0.30479E+2
	R <sub>B</sub>	0.44445E+2	0.49211E+2	0.50179E+2	0.49211E+2
	R <sub>C</sub>	0.64491E+2	0.62380E+2	0.59643E+2	0.62380E+2
Moment (kg-mm/mm)	M <sub>A</sub>	0.32550E+5	0.25231E+5	0.25803E+5	0.25231E+5
	M <sub>B</sub>	0.20082E+5	0.25231E+5	0.25801E+5	0.25231E+5
	M <sub>C</sub>	0.29096E+5	0.25231E+5	0.25796E+5	0.25231E+5
Section modulus(mm <sup>3</sup> )	Z <sub>1</sub>	0.16364E+7	0.12685E+7	0.12972E+7	0.12685E+7
	Z <sub>2</sub>	0.13562E+7	0.10513E+7	0.10751E+7	0.10513E+7
Volume (mm <sup>3</sup> )	Girder Only	0.50589E+10	0.39215E+10	-	-
	Girder+Arm	0.80423E+10	-	0.77677E+10	0.69050E+10