

# 비대칭 적층판의 곡률형상에 대한 미끄러짐 효과

노 희 열\* · 조 맹 효\*\*

## Slippage Effects on the Curvature Shape of Unsymmetric Laminates

Heeyuel Roh and Maenghyo Cho

**Key Words:** Curvature Shape(곡률형상), Slippage(미끄러짐), Snap-through(스냅스투),  
Unsymmetric Laminates(비대칭 적층판)

### Abstract

The room-temperature shapes of cured unsymmetric composite laminates have out-of-plane warping after autoclave processing. In addition, they exhibit two stable room-temperature configurations due to snap-through phenomena when the side length of laminates exceeds a critical value. The cured shapes of unsymmetric laminates are influenced by many environmental factors. Experiments show that the effect of too-plate cannot be ignored and has significant influence on the cured shape of unsymmetric laminates.

In this present study, approximations to the strain fields are used in the expression for the total potential energy and the Rayleigh-Ritz method is applied. The slippage effects resulting from the interaction between the laminates and the tool-plate are considered. By introducing a dimensionless slippage coefficient and correlating the corresponding value with experimental results, the influence of processing parameters is investigated. Modeling is extended to predict curvatures of plate configurations with various aspect ratio.

### 1. 서 론

항공기용 첨단 복합재 구조물은 일반적으로 오토클레이브에서 성형된다. 이와 같은 성형공정 도중 비대칭 적층판의 곡률을 정확히 예측하는 것은 매우 어려운 일이다. 특히 섬유 방향과 그 수직인 방향으로의 열팽창 계수가 서로 다르기 때문에 성형 후 상온으로 냉각될 때 잔류 응력이 발생하게 된다. 만약 적층의 형태가 중립면을 기준으로 대칭을 이루지 못하는 비대칭 적층판의 경우에는 성형 후에 상온에서 인장-굽힘의 연계

로 인해 휨 또는 비틀림 현상이 나타난다. 이러한 잔류응력에 의해서 평평하던 적층판에 곡률이 나타나고 적층판의 초기 파괴 강도를 감소하게 된다. 따라서 이러한 복합재료 성형 후의 변형된 형상 및 잔류 응력의 정확한 예측을 위한 해석은 매우 중요한 문제이다.

지금까지 비대칭 적층판의 경화형상을 예측하기 위한 많은 연구가 진행되었다. Hyer[1]는 von Karman 평판 이론을 기초로 하는 비선형 모델을 제안하였다. 이 방법은 snap-through 현상과 분기점을 포함한 곡률 형상을 정량적으로 예측하였다. Jun과 Hong[2]은 자유단 효과를 표현하기 위해서 면내 전단변형 효과를 고려한 모델링을 하였고, Peeters[3]는 비대칭 적층판의 경화형상에 대한 이론을 고찰하였으며, 최근에는 Dano와 Hyer[4]에 의해서 면내 변형률은 완전 3차식으로, 곡률은 일정한 상수로 가정하여 곡률 형상을 예

\* 서울대학교

\*\* 서울대학교

측하는 이론이 제시되었다. 하지만 이들의 연구는 경화사이클 중 복합재에 가해지는 여러 가지 영향을 무시하였다. Hyer의 이론에 의한 해석결과와 실험값의 차이는 다양한 환경적인 요인에 기인한다. 한편 이론적 예측값과 실험값의 차이를 일으키는 요인을 조사하기 위해 Cho[5]는 공정조건의 영향 등을 고려한 von Karman 비선형 고차 평판 이론을 제시하였다. Cho의 연구에서는 성형과정을 통해 여러 요인들의 시간에 따른 변화를 고려해서 모델링을 하기보다는 공정조건등의 전반적인 영향을 포함하는 미끄러짐(Slippage) 계수를 도입하였다. 하지만 제안된 이론적 모델이 정확한 해석을 하기에는 매우 단순하였다. 따라서 얻어진 미끄러짐 효과는 경화 공정후 곡률 형상을 예측하기에는 부족하였다.

본 연구에서는 상온에서의 곡률 형상 예측을 위하여 Cho[5]가 제안한 미끄러짐 효과를 고려하였다. 게다가 Rayleigh-Ritz 근사법에 의해 구해진 해의 정밀도를 높이기 위해 변위 가정을 사용하는 대신에 면내 변형률을 가정하였다. 즉 면내 수직변형률을 5차 고차식까지 확장하여 곡률 형상에 대한 수렴해를 계산하였다. 또한 여러 가지 가로세로비를 갖는 일반적인 사각 복합재 적층판으로 확장하였다.

## 2. 정식화

### 2.1 변위와 변형률

본 연구에서는 미끄러짐 영향을 표현하도록 하기 위해 다음과 같이 단순화된 고차 이론을 갖는 변위장을 가정하였다.

$$\begin{aligned} u_1(x, y, z) &= u_1^0(x, y) + \psi_1 z + \xi_1 z^2 \\ u_2(x, y, z) &= u_2^0(x, y) + \psi_2 z + \xi_2 z^2 \\ u_3(x, y, z) &= w(x, y) \end{aligned} \quad (1)$$

복합재료 시편과 치공구(Tool)사이의 미끄러짐 영향을 나타내는 횡전단응력의 경계조건을 그림 1에서와 같이 윗면과 아랫면에 대해서 적용함으로써 변수  $\psi_1, \psi_2, \xi_1, \xi_2$ 등을 결정할 수 있다.

$$\begin{aligned} z = h/2 : \sigma_{32} = \sigma_{31} = 0 \\ z = h/2 : \sigma_{32} = \beta_2 T_2, \sigma_{31} = \beta_1 T_1 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $T_1$  과  $T_2$  는 복합재료 시편과 치공구

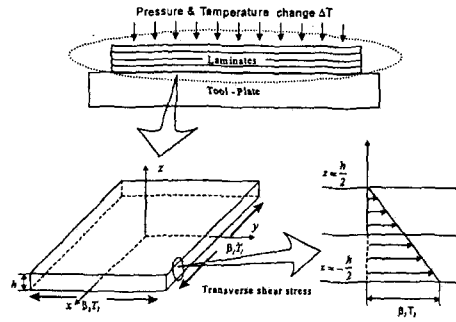


Fig.1 Schematic configuration of transverse shear stress distribution

사이에 발생하는 미끄러짐에 의한 횡전단응력이 고, 무차원 계수인  $\beta_1$  과  $\beta_2$  는 미끄러짐 영향의 정도를 나타낸다. 위에서 얻은 결과를 식(1)의 변위장에 대입하면 다음과 같이 횡전단응력의 경계조건을 만족하는 새로운 변위장을 구성할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_1 &= u_1^0 - \frac{\partial w}{\partial x} z + \frac{z}{2} \frac{Q_{44}\beta_1 T_1 - Q_{45}\beta_2 T_2}{Q_{44}Q_{55} - Q_{45}^2} \\ &\quad - \frac{z^2}{2h} \frac{Q_{44}\beta_1 T_1 - Q_{45}\beta_2 T_2}{Q_{44}Q_{55} - Q_{45}^2} \\ u_2 &= u_2^0 - \frac{\partial w}{\partial y} z + \frac{z}{2} \frac{Q_{55}\beta_2 T_2 - Q_{45}\beta_1 T_1}{Q_{44}Q_{55} - Q_{45}^2} \\ &\quad - \frac{z^2}{2h} \frac{Q_{55}\beta_2 T_2 - Q_{45}\beta_1 T_1}{Q_{44}Q_{55} - Q_{45}^2} \\ u_3 &= w^0 \end{aligned} \quad (3)$$

본 연구에서는 그림 1에서 보는 바와 같이 미끄러짐 영향에 의한 횡전단응력을 두께에 따라 선형으로 변한다고 모델링하였다. 한편, 면내 수직 변형률은 완전 5차의 다항식으로 확장하였고 면의 변형은 일정한 곡률을 갖기 위해 완전 2차의 다항식으로 가정되었다. 변위장과 적층판 중립면의 변형률은 다음과 같이 나타낸다.

$$\epsilon_x^0 = \sum_{i=0}^5 \sum_{j=0}^5 c_{ij} x^i y^j, \epsilon_y^0 = \sum_{i=0}^5 \sum_{j=0}^5 d_{ij} x^i y^j \quad (4)$$

$$w^0(x, y) = \frac{1}{2} (ax^2 + cxy + by^2)$$

적층판 전체의 변형률은 중립면의 변형률과 곡률을 이용해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \epsilon_x^0 + z\chi_x^0 \\ \epsilon_y &= \epsilon_y^0 + z\chi_y^0\end{aligned}\quad (5)$$

$$\begin{aligned}\gamma_{xy} &= \gamma_{xy}^0 + z\gamma_{xy}^0 \\ \gamma_{yz} &= \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{h}\right) \frac{Q_{55}\beta_2 T_2 - Q_{45}\beta_1 T_1}{Q_{44}Q_{55} - Q_{45}^2} \\ \gamma_{xz} &= \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{h}\right) \frac{Q_{44}\beta_1 T_1 - Q_{45}\beta_2 T_2}{Q_{44}Q_{55} - Q_{45}^2}\end{aligned}\quad (6)$$

여기서  $\chi_x^0, \chi_y^0, \chi_{xy}^0$ 는 각각 x 방향, y 방향, 비틀림 곡률로써 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}\chi_x^0 &= -\frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} = -a \\ \chi_y^0 &= -\frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2} = -b \\ \chi_{xy}^0 &= -2\frac{\partial^2 w^0}{\partial x \partial y} = -c\end{aligned}\quad (7)$$

## 2.2 미끄러짐 계수 $\beta_a$ 의 결정

위의 식 (6)의 횡전단 변형률은 치공구와 복합재료 시편 사이의 미끄러짐 정도를 나타내는 변수  $\beta_a T_a$ 로 표현되고 있다. 따라서 변수  $\beta_a T_a$ 를 예측하기 위해서는 경계면에서의 미끄러짐에 의해 발생하는 횡전단응력과 이의 영향으로 초래되는 곡률의 정량적인 크기의 감소에 대한 관계 설정이 이루어져야 한다. 이러한 관계 설정에 대한 모델링은 그림 2에 표현되어 있다. 곡률의 정량적인 크기는 평판이 원래 평평한 상태에서 그 곡률형상으로의 변형된 형태를 나타내기 위해 작용하는 모멘트의 크기와 직접 관련이 있다. 그러므로, 모멘트의 크기는 굴곡 강성도에 실제 곡률을 곱한 값으로 간략하게 표현할 수 있다. 따라서 그림 2로부터 경계면에서의 횡전단 응력에 대한 표현식을 다음과 같이 근사적으로 나타낼 수 있다

$$\beta_1 T_1 \approx \frac{4}{L_x h} D_{11} \beta_1^* a \quad (8)$$

$$\beta_2 T_2 \approx \frac{4}{L_y h} D_{22} \beta_2^* b$$

무차원 계수  $\beta_1, \beta_2$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\beta_1 = \frac{\beta_1^*}{\beta_{1cr}^*}, \quad \beta_2 = \frac{\beta_2^*}{\beta_{2cr}^*} \quad (9)$$

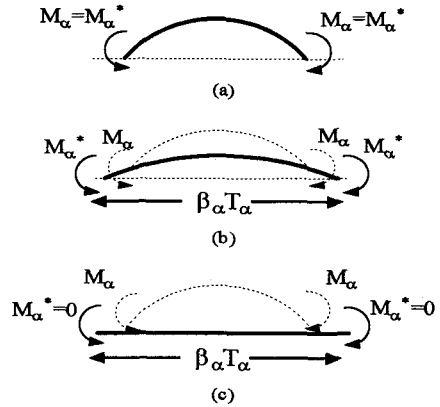


Fig.2 Modeling for the determination of slippage coefficient  $\beta_a$

여기서  $\beta_{1cr}^*, \beta_{2cr}^*$ 는 시편이 곡률이 없이 평평하게 유지되었을 때의  $\beta_1^*, \beta_2^*$  값을 의미하며  $\beta_1, \beta_2$ 는 0에서 1 사이에 존재하는 값들이다 여기서  $\beta$ 가 0 일 때는 치공구의 영향을 전혀 받지 않는 것으로서 Hyer의 이론에 의한 해석결과와 동일하게 된다. 반면에  $\beta$ 가 1 인 경우는 임계값으로서 시편과 치공구 사이의 경계면에서 미끄러짐의 영향이 크게 작용하여 시편이 성형후에 곡률이 거의 발생하지 않는 평평한 상태를 유지할 때의 값이 된다. 따라서 식 (6)의 횡전단 변형률은 식 (8)을 이용하여  $\beta_a T_a$ 를 일반적인 변수인 a, b, c의 함수로 표현할 수 있다.

## 2.3 Total Potential Energy의 최소화

경화 후 변형된 상태는 내부의 total potential energy가 최소인 평형 상태가 된다. 이 때의 total potential energy는 strain energy density function을 체적적분해서 구하게 된다. strain energy density function과 total potential energy는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\psi &= \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \\ &+ \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_{44} & Q_{45} \\ Q_{45} & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}\end{aligned}\quad (10)$$

$$- \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_x \Delta T \\ a_y \Delta T \\ a_{xy} \Delta T \end{Bmatrix}$$

$$\Pi = \int \int \int \psi \, dx \, dy \, dz \quad (11)$$

total potential energy를 일반적인 변수  $a$ ,  $b$  그리고  $c$  와 앞에서 가정한 변형률의 계수들로 최소화함으로써 세 개의 비선형 방정식을 얻을 수 있다. 이 방정식들을 여러개의 해를 가지며, 각각의 해는 각각의 형상과 일치한다. 실제로 평형상태를 이루는 안정한 해를 얻기위한 조건은 total potential energy의 2차 미분값을 조사함으로써 알 수 있다.

### 3. 해석결과

본 연구에서 검증을 위해 수치예에 사용된 복합재 적층판은 DMS-2224로서, 각 층이 0.01387 cm인 프리프레그를 8장 적층하여 제작된 것으로 전체 두께는 0.11176 cm이다. 그림 3은 오토클레이브에서의 성형 적층구조와 본 실험에서의 경화 사이클을 보여주고 있다.

von Karman 비선형 모델을 이용한 길이 변화에 따른 상온에서의 곡률 형상의 변화에 대해 실험결과와 Hyer의 이론에 의한 해석해 그리고 본 연구에서 해석 결과를 비교하였다. 이 결과는 정상각형 적층판의 경우에 대해서 수행된 값이다. 무차원 계수  $\beta_1$ 과  $\beta_2$ 는 실험결과와 이론해사이의 접근값을 일치시킴으로써 결정되었다.

그림 4에서 보여지는 것같이 Hyer의 모델은 스냅스루 현상을 정성적으로 잘 예측하였지만 정량적으로는 실험결과보다 높음을 알 수 있다. 한편 미끄러짐 효과를 고려한 5차 von Karman 변형률 가정 모델은 실험결과 매우 잘 일치함을 알 수 있었으며, Cho의 이전 연구결과 보다 더 정확한 결과를 얻을 수 있었다. 그림 5는  $[0_4/90_4]$ 의 적층각을 갖는 복합재료판의 곡률형상 변화를 나타낸다. 복합재의 두께가 두꺼워질수록 무차원 미끄러짐 계수  $\beta_1$ 과  $\beta_2$ 의 예측값은 이전의 Cho의 연구와 유사하게 증가함을 알 수 있다. 게다가, 적층각수가 증가하면 곡률의 분기점이 복합재의 길이가 증가하는 방향으로 움직인다. 그림 6 과 그림 7은 치공구의 재질에 따른 곡률 형상의 변화를 나타낸 것이다. 치공구의 재질이 거칠어 질수록 미끄러짐 계수가 증가하는 것을 볼 수 있다. 그러나 적층판의 두께가 두꺼워 짐에 따라 미끄러짐 계수는 치공구의 재질에 큰 영향을 받지 않음을 알 수 있다.

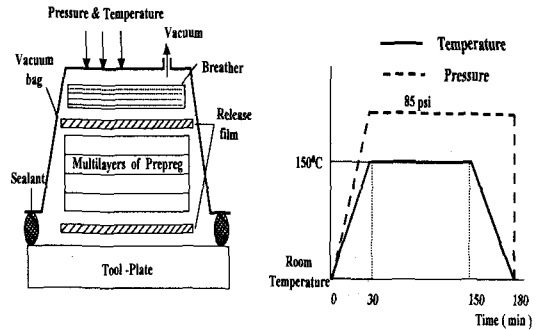


Fig.3 The shape of autoclave and curing cycle

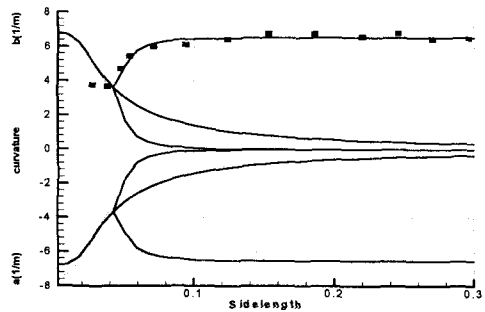


Fig.4 Change of curvature through length of side for  $[0_2/90_2]$  laminate

(Smooth Al Tool  $\beta_1 = \beta_2 = 0.055$ )

[ - : Present, --- : Hyer, ■ : Experiment ]

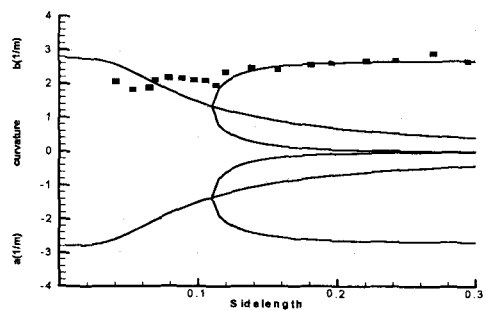
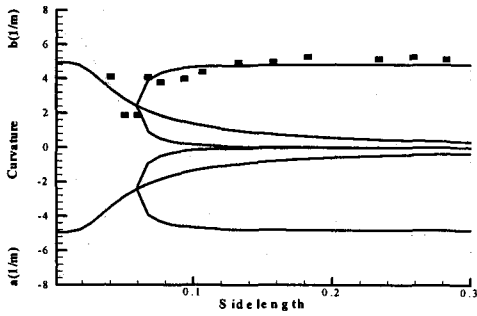


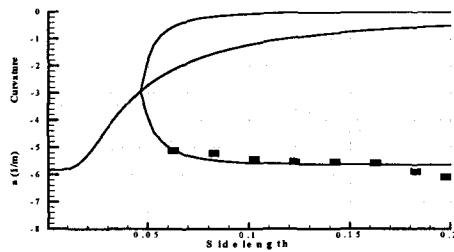
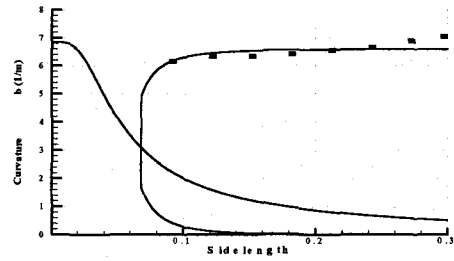
Fig.5 Change of curvature through length of side for  $[0_4/90_4]$  laminate

(Smooth Al Tool  $\beta_1 = \beta_2 = 0.11$ )

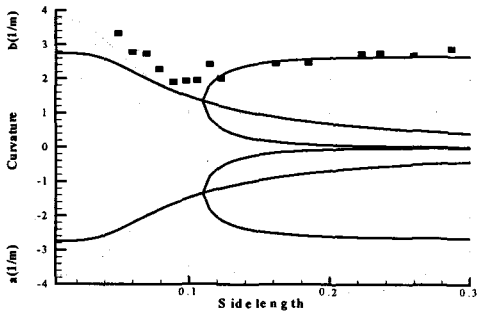
[ - : Present, --- : Hyer, ■ : Experiment ]



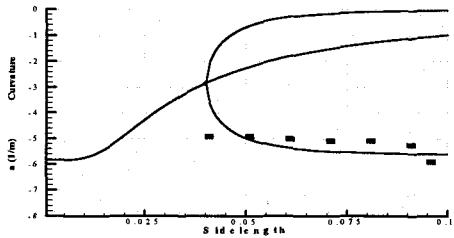
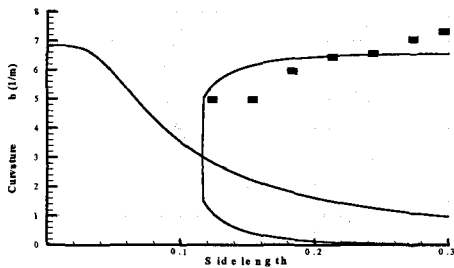
**Fig.6** Change of curvature through length of side for  $[0_2/90_2]$  laminate (Rubber Tool  $\beta_1 = \beta_2 = 0.0856$ ) [ - : Present, --- : Hyer, ■ : Experiment ]



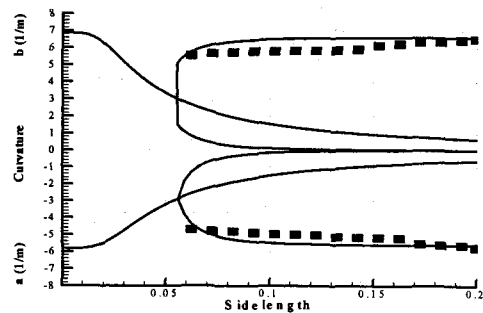
**Fig.9** Change of curvature through length of side for  $[0_2/90_2]$  laminate with  $0.1m \times 0.3m$  (Smooth Al Tool  $\beta_1 = 0.075, \beta_2 = 0.055$ ) [ - : Present, ■ : Experiment ]



**Fig.7** Change of curvature through length of side for  $[0_4/90_4]$  laminate (Rubber Tool  $\beta_1 = \beta_2 = 0.11$ ) [ - : Present, --- : Hyer, ■ : Experiment ]



**Fig.10** Change of curvature through length of side for  $[0_2/90_2]$  laminate with  $0.2m \times 0.3m$  (Smooth Al Tool  $\beta_1 = 0.075, \beta_2 = 0.055$ ) [ - : Present, ■ : Experiment ]



**Fig.8** Change of curvature through length of side for  $[0_2/90_2]$  laminate with  $0.2m \times 0.2m$  (Smooth Al Tool  $\beta_1 = 0.075, \beta_2 = 0.055$ ) [ - : Present, ■ : Experiment ]

## 후기

그림 8에서 그림 10까지는 동일한 치공구에서 적층된 적층판의 가로세로비(aspect ratio)의 변화에 대한 미끄러짐 계수의 변화를 나타낸 것이다. 그림 8은 가로세로비가 1인 그림으로서 미끄러짐 효과를 고려한 모델과 실험값이 매우 잘 일치함을 볼 수 있다. 여기서  $\beta_1$  과  $\beta_2$ 가 서로 다른 이유는 적층판의 윗면과 아랫면에 서로 다른 치공구를 사용하였기 때문이다. 윗면은 복합재료 치공구를, 아랫면은 알루미늄 치공구를 사용하였다. 그림 9 와 그림 10 은 가로세로비가 1/3 과 2/3에 대한 것으로서 가로세로비를 일정하게 유지한 채 복합재 적층판의 크기를 줄이면서 곡률 형상을 예측한 결과이다. 그림에서 보여지듯이 곡률 b는 가로세로비가 감소함에 따라 곡률 분기점이 증가함을 알 수 있다. 본 연구에서 확립한 모델을 사용하여 계산한 결과값과 실험에서 얻은 실험값이 잘 일치함을 알 수 있다. 그리고 여기에 사용된 미끄러짐 계수는 가로세로비가 1 일 때 사용한 값과 같은 것을 사용하였다.

## 4. 결론

본 연구에서는 실험결과를 통해 복합재료 적층판의 성형후의 형상은 시편이 일정할 경우 크기의 변화에 따라 스냅스루(snap-through)가 존재함을 알 수 있었다. 정량적 곡률변화를 예측하기 위해 미끄러짐 영향을 고려한 비대칭 복합재의 성형후의 곡률형상에 대한 이론적 모델을 제시하였다. 이전에 수행된 연구결과보다 더 정확한 모델을 제시하기 위해 횡전단 변형응력의 분포를 선형으로 가정하였으며, 면내 수직변형률을 5차까지 근사하였다. 또한 미끄러짐 계수는 실험결과와 점근곡률을 일치시킴으로써 얻었다. 본 연구를 통해 치공구의 종류와 적층의 두께변화에 따른 곡률의 변화를 정량적으로 예측하였다. 또한 복합재 적층판의 가로세로비가 다른 경우 형상 중 사용된 치공구와 적층판의 개수가 같을 때는 정사각판에서 사용한 미끄러짐 계수를 다양한 가로세로비를 갖는 직사각형에도 일반적으로 적용할 수 있었다.

본 연구는 기계분야 BK-21 사업의 지원하에 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1). Hamamoto, A. and Hyer, M.W., "Non-Linear Temperature-Curvature Relationships for Unsymmetric Graphite-Epoxy Laminates", *Int. J. Solids Structures*, Vol.23, 1987, pp.919-935.
- (2). Hong, C.S. and Jun, W.J., "Effect of Residual Shear Strain on the Cured Shape of Unsymmetric Cross-ply Thin Laminates", *Comp. Science & Technology*, Vol.38, 1990, pp.55-67.
- (3). Peeters, L.J.B. and Powell, P.C. and Warnet, L., "Thermally-Induced Shapes of Unsymmetric Laminates", *J. Composite Materials*, Vol.30, 1996, pp.603-626.
- (4). Dano, M. and Hyer, M.W., "Thermally-Induced Deformation Behavior of Unsymmetric Laminates", *Int. J. Solids Structures*, Vol.35, 1998, pp.2101-2120.
- (5). Cho, M., Kim, M., Choi, H., Chung, C., Ahn, K. and Eom, Y., "A Study on the Room Temperature Curvature Shapes of Unsymmetric Laminates Including Slippage Effects", *J. Composite Materials*, Vol.32, 1998, pp.460-482.