

고무시편의 파괴특성 평가

김정엽* · 김완두* · 한승우* · 김춘휴*

Evaluation of Fracture Characteristics on Rubber Specimens

Kim Jung-Yup, Kim Wan-Doo, Han Seung-Woo, Kim Chun-Hyu

Key Words: Rubber(고무), Tearing Energy(인열에너지), J-integral(J-적분), Fracture Characteristic (파괴특성)

Abstract

Rubber is used extensively in many industries because of its large reversible elastic deformation, excellent damping and energy absorption characteristics, and wide availability. Therefore it becomes very important to evaluate fracture characteristics of rubber. Tearing energy and J-integral have been used as fracture parameters of rubber.

The J-integral values for pure shear and single edge specimen are calculated by finite element analysis and compare with theoretical values. Finite element analysis is performed by ABAQUS.

1. 서 론

고무는 고도의 신장성과 탁월한 복원 능력 및 진동 감쇄 특성으로 인하여 엔진 마운트, 부상, 밀봉장치, 타이어 등 자동차를 비롯하여, 방진 및 제진을 위한 토목·건설분야, 세탁기, 에어컨 등 가전제품 뿐 만 아니라 미래산업인 반도체, 정보통신 등 다양한 산업 분야에 폭넓게 사용되고 있는 공업재료이다[1].

이와 같이 여러 산업분야에서 고무의 다양한 적용이 증가함에 따라 고무 제품의 안정성 및 신뢰성 확보가 중요한 사항이 되었고, 따라서 고무의 파괴특성 평가 및 파괴 거동의 파악에 대한 필요성이 요구되고 있다.

고무 부품들은 어떤 형태로든지 외부로부터 기계적 하중이나 변형 또는 산소 등의 환경에 노출되어 있다. 따라서 제품을 사용하는 동안 외력의 정도에 따라 점진적 혹은 급격한 파괴를 일으킬 수 있다. 이러한 외력에 대한 저항성은 고무의 종류에 따라 다르기 때문에 재료마다 독특한 기

계적 강도를 나타낸다.

고무는 하중과 변형이 비선형 관계를 보이는 대변형 범위에서도 탄성 거동을 나타내는 초탄성(hyperelastic) 특성을 지니며, 따라서 고무재료의 거동은 초탄성, 비선형, 비압축성, 대변형으로 특성 지을 수 있다.

본 연구에서는 비선형, 대변형 거동을 나타내는 고무에 대한 파괴역학의 적용에 대해 알아보고, 고무의 파괴특성을 파악하기 위해 유한요소법을 이용하여 파괴 파라미터를 계산하였다.

해석 대상으로는 Pure Shear(순수전단)시편과 Single Edge 시편을 선정하였다. 또한 해석은 상용 유한요소 프로그램인 ABAQUS(ver. 5.8)를 사용하였으며, 이는 CRAY C90에서 수행하였다.

2. 고무의 파괴역학

고무의 파괴역학적 접근으로는 대개 Rivlin과 Thomas[2]의 Tearing Energy(인열에너지)방법과 Rice [3]의 J-Integral 방법이 사용되고 있다.

Thomas 등은 완전탄성 재료에 대한 Griffith의 파괴역학 이론을 1950년대 초에 처음 도입하였다. 이 이론에 의하면 균열 성장에 의해 방출되

* 한국기계연구원 기계구조그룹

는 탄성 에너지가 새로운 균열 면을 생성시키는데 필요한 에너지보다 크면 균열이 성장하게 된다. 따라서 균열을 성장시키는데 필요한 에너지인 Tearing Energy는 다음과 같이 정의된다[4].

$$G = - \left(\frac{\partial W}{\partial A} \right)_l \quad (1)$$

여기서 W는 총 탄성 에너지이며, A는 균열의 한쪽 단면적이다. 편미분은 물체의 길이가 일정하게 유지되고 있어서 외부 힘에 의한 일이 없다는 것을 의미한다.

Tearing Energy라는 용어는 주로 고무와 같은 탄성체에 많이 사용되며, Strain Energy Release Rate 또는 Fracture Energy라고도 한다.

Fig 1과 Table 1에는 여러 가지 시편의 형상과 각 시편에 대한 Tearing Energy 식을 보여준다. Fig 1에서 Tensile 시편, Pure Shear 시편, Angled 시편은 Mode I, 즉 Opening Mode의 균열 성장에 대한 시편이며, Trousers 시편은 Mode III인 Out-of Plane Shear Mode의 균열 성장에 대한 시편이다.

J-Integral은 Rice에 의해 제안되었으며, 다음과 같이 정의된다.

$$J = \int_{\Gamma} \left(U dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad (2)$$

여기서 Γ 는 폐곡선, U는 Strain Energy Density, T_i 는 Γ 곡선에 수직으로 바깥방향을 향하는 Traction 벡터, u는 변위, s는 Γ 곡선의 Arc 길이를 나타낸다.

J-Integral 이론에 의하면 균열 선단 둘레의 J-Integral 이 임계값 J_c 에 도달하면 균열이 성장하게 된다. 이때 J-Integral은 적분을 위한 경로와 독립적이다.

Watwood는 길이의 차가 매우 작은 두 균열에 대한 저장된 에너지의 변화를 계산함으로써 J-Integral을 계산하는 있는 방법을 제안하였다[5].

$$J = - \frac{\Delta U}{t \Delta C} \quad (3)$$

여기서 U는 저장된 Strain Energy, t는 두께, C

는 균열길이를 나타낸다.

Tearing Energy와 J-Integral은 둘 다 에너지에 관한 방법이며, 탄성영역에서는 Tearing Energy와 J-Integral이 같은 값을 가진다.

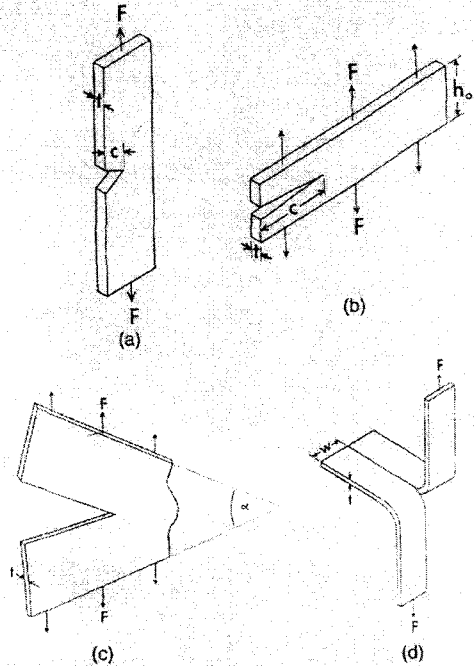


Fig 1 Geometry of Specimens

Table 1 Tearing Energy Equations of Specimens

시편 종류	Tearing Energy	기호 설명
Tensile 시편	$G = 2kUC$	$k = \frac{2.95 - 0.08\varepsilon}{\sqrt{1 + \varepsilon}}$ ε : Strain U : Strain energy density
Pure Shear 시편	$G = Uh_0$	U : Strain energy density h_0 : 초기 높이
Angled 시편	$G = 2 \left(\frac{F}{t} \right) \frac{\sin \alpha}{2}$	F : 외력 t : 두께, α : 각도
Trousers 시편	$G = \frac{2F\lambda}{t} - wU$	F : 외력 λ : 신장률 t : 두께 w : 폭

3. 재료상수 결정

고무의 재료상수를 결정하기 위해서는 단축 인장·압축시험, 단순 전단시험을 통하여 얻어진 응력-변형률의 데이터를 변형률 에너지함수로부터 구해진 응력-변형률의 관계식을 이용하여 구하여야 한다.

Mooney-Rivlin 모델에 대한 변형률 에너지함수는 다음 식과 같다[4].

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (4)$$

여기서 C_{10} , C_{01} 은 시험에 의해 결정되는 재료상수이며, I_1 , I_2 는 연신률 불변량을 나타낸다.

단순 인장시험을 위한 시편으로는 ASTM D412 [6]에서는 Dumbbell 형태와 직사각형, 링 형태의 세가지의 모양을 제시하고 있다. 이 중 Dumbbell 형태가 가장 일반적으로 사용되고 시편 제작의 편의성에 의해 직사각형 형태도 사용된다. Fig 2에서는 인장시험의 모습을 보여준다.

본 연구에서 사용된 소재는 경도 44인 천연고무이며, 인장 시험 결과를 이용하여 Mooney-Rivlin 모델의 재료상수를 구하였다.

Fig 3는 단축 인장 시험결과와 커브 피팅에 따른 응력-변형률 관계를 보여준다. 여기서 구해진 Mooney - Rivlin모델의 재료상수는 $C_{10} = 2.9429 \text{ kg/cm}^2$, $C_{01} = 0 \text{ kg/cm}^2$ 이다.

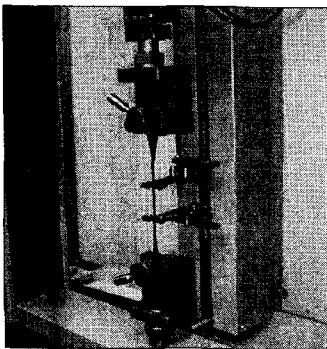


Fig 2 Tensile Test

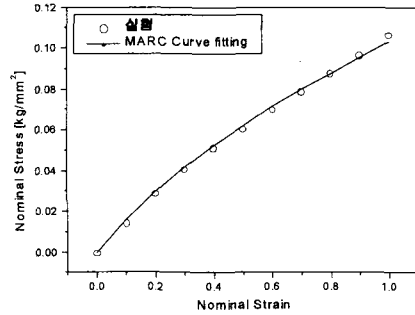


Fig 3 Stress-Strain Relationship

4. 유한요소해석

Pure Shear 시편과 Single Edge 시편에 대하여 유한요소해석을 수행하였으며 그 결과를 이론 해와 비교하였다. 두 시편의 재료는 경도 44이며 앞에서 구한 Mooney-Rivlin 모델의 재료상수를 이용하였다. 유한요소해석은 ABAQUS[7]를 사용하였으며, 여기에서는 Domain Integral Method를 이용하여 식 (2)와 같이 J-Integral을 계산하였다.

Domain Integral Method는 2D에서는 Area integral을 3D에서는 Volume integral을 수행한다.

유한요소 모델에 있어서 균열 Tip의 형상은 Sharp Tip과 Blunted Tip의 두 가지로 모델링하여 그 결과를 비교하였으며, 이 때 Blunted Tip의 경우 Domain Integral Method를 적용할 때는 Blunted Tip 상에 위치한 모든 Node들을 균열 Tip으로 설정하였다.

유한요소 모델의 구성은 Table 2에서 보는 바와 같으며, Sharp Tip의 경우가 Blunted Tip 보다 많은 절점과 요소로 이루어져 있다.

4.1 Pure Shear 시편

Table 1에 의하면 Pure Shear 시편에 대한 Tearing Energy의 이론 해는 다음과 같다.

$$G = Uh_0 \quad (5)$$

여기서 Strain Energy Density U 는 Mooney-Rivlin 모델에 대해서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$U = (C_{10} + C_{01})(\lambda^2 + \frac{1}{\lambda^2} - 2) \quad (6)$$

여기서 λ 는 연신률을 나타낸다.

Fig 4는 Pure Shear 시편에 대하여 Strain Energy Density를 이론 식과 유한요소법으로 계산한 결과를 비교하여 보여준다. 연신률이 증가함에 따라 유한요소해석 결과가 이론 해보다 조금씩 작아지는 경향을 보이고 있으나 그 차이는 매우 미미함을 볼 수 있다.

시편의 형상은 Fig 1(b)와 같으며, 그 치수는 폭(B) 12 cm, 높이(h₀) 2.4 cm, 두께(t) 0.1 cm이다. 균열길이(C)는 1, 2, 3, 4, 5 cm일 때를 각각 고려하였다.

Fig 5는 Pure Shear 시편의 유한요소 모델이며, 균열 면에 대하여 하중 및 경계조건과 기하학적 형상이 상하로 대칭이므로 1/2만 모델링 하였다. Fig 6은 균열 Tip에서의 유한요소모델을 확대한 것이며, Sharp Tip과 Blunted Tip에 대해 균열 Tip에서의 요소 크기는 0.02 cm이다. 해석에는 8 절점 Plane Stress 요소를 사용하였다.

경계조건은 균열 면에 대칭 조건을 부여하였으며, 윗면의 폭 방향 변위를 구속하였다. 그리고 윗면에서 0.6 cm의 높이 방향 변위(연신률 $\lambda = 1.5$)를 가하였다.

4.2 Single Edge 시편

Single Edge 시편의 Tearing Energy는 Table 1로부터 다음 식과 같이 구하여진다.

$$G = 2kUC \quad (7)$$

여기서 k는 변형률과 관련된 기하학적 파라미터이고, Strain Energy Density U는 Mooney-Rivlin 모델에 대해서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$U = C_{10}(\lambda^2 + \frac{2}{\lambda} - 3) + C_{01}(2\lambda + \frac{1}{\lambda^2} - 3) \quad (8)$$

Fig 7은 Single Edge 시편에 대하여 Strain Energy Density를 이론 식과 유한요소법으로 계산한 결과를 비교하여 보여주며, 유한요소해석 결

과와 이론 해는 차이가 없이 거의 일치함을 알 수 있다.

시편의 형상은 Fig 1(a)와 같으며, 폭(B) 10 cm, 높이(L) 13 cm, 두께(t) 0.1 cm이다. 균열길이(C)는 1, 2, 3, 4 cm일 때를 각각 고려하였다.

Fig 8은 Single Edge 시편의 유한요소 모델이며, Pure Shear 시편과 마찬가지로 상하 대칭이므로 1/2만 모델링 하였다. 균열 Tip은 Fig 9와 같이 Sharp Tip과 Blunted Tip의 두 가지로 모델링 하였으며, 균열 Tip에서의 요소 크기는 0.02 cm이다. 모델링시 8 절점 Plane Stress 요소를 사용하였다.

경계조건은 균열 면에 대칭 조건을 부여하였으며, 윗면의 폭 변위를 구속하였다. 그리고 높이 방향 변위를 6.5 cm(연신률 $\lambda = 1.4$) 만큼 주었다.

Table 2 Number of Nodes and Elements

균열 형상		Sharp Tip	Blunted Tip
Pure Shear 시편	Node수	1966~3139	1638~2745
	Element수	609~980	499~848
Single Edge 시편	Node수	4395~5400	4367~4772
	Element수	1412~1743	1402~1533

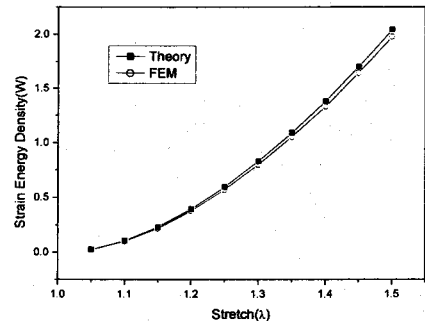
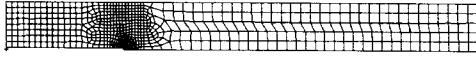


Fig 4 Strain Energy Density of Pure-Shear Specimen

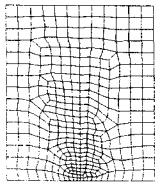


(a) Sharp Tip

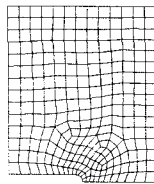


(b) Blunted Tip

Fig 5 FE Model of Pure Shear Specimen



(a) Sharp Tip



(b) Blunted Tip

Fig 6 Mesh of Pure Shear Specimen at Crack Tip

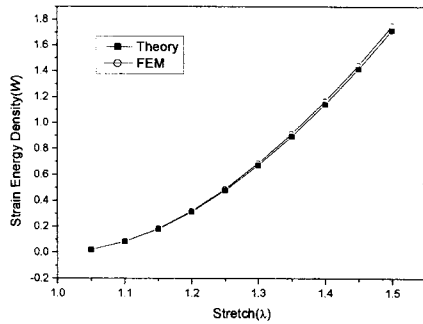
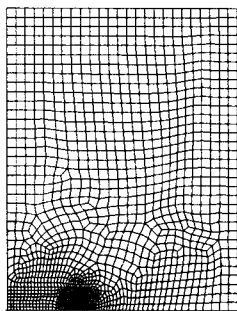
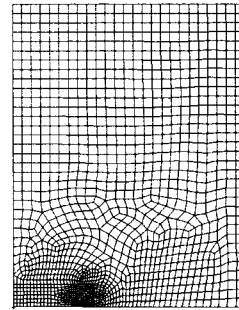


Fig 7 Strain Energy Density of Single-Edge Specimen

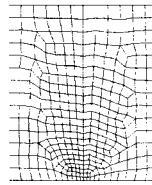


(a) Sharp Tip

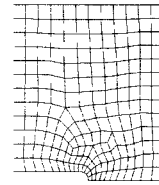


(b) Blunted Tip

Fig 8 FE Model of Single Edge Specimen



(a) Sharp Tip



(b) Blunted Tip

Fig 9 Mesh of Single edge Specimen at Crack Tip



$\lambda = 1.1$



$\lambda = 1.2$



$\lambda = 1.3$



$\lambda = 1.4$

Fig 10 Deformed Shape of Pure Shear Specimen at Various Stretch ratios

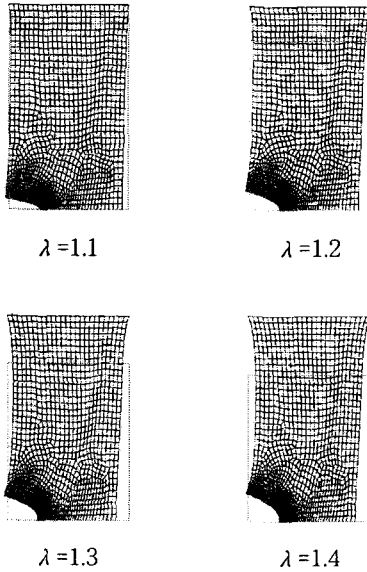


Fig 11 Deformed Shape of Single Edge Specimen at Various Stretch ratios

5. 결과 및 고찰

Fig 10와 Fig 11은 Sharp Tip으로 모델링한 두 시편의 변형된 형상을 보여준다. 두 시편에서 모두 연신률이 커짐에 따라 균열 Tip에서의 열림 변위(CTOD : Crack Tip Opening Displacement)가 커짐을 알 수 있다.

Fig 12와 Fig 13에서는 두 종류의 시편에 대한 Tearing Energy의 계산 결과를 보여준다. Pure Shear 시편의 경우 식 (5)의 이론 해에서는 Tearing Energy는 균열길이에 무관하게 일정하게 된다. Fig 12의 유한요소 해석 결과에 따르면 균열이 작을 때를 제외하고는 유한요소해석에 의해 계산된 결과도 Tearing Energy가 일정하며 이론 해와 잘 일치함을 볼 수 있다.

Single Edge 시편에서는 식 (7)에 의하면 Tearing Energy는 균열길이(C)와 비례관계에 있으며, Fig 13의 유한요소 해석 결과에서도 이와 같은 관계를 볼 수 있다. 시편폭에 대한 균열길이의 비에 대해 살펴보면 Pure Shear에서는 약 0.42 까지 해석결과와 이론해가 잘 일치하며, Single edge시편에서는 0.5이상이 되면 오차가 커질 수 있음을 볼 수 있다.

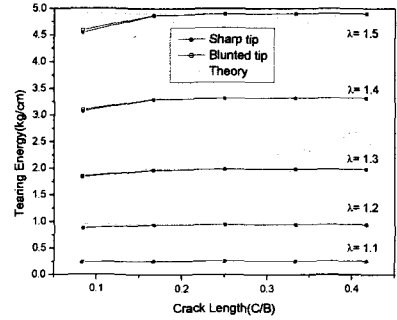


Fig 12 Tearing Energy of Pure Shear Specimen

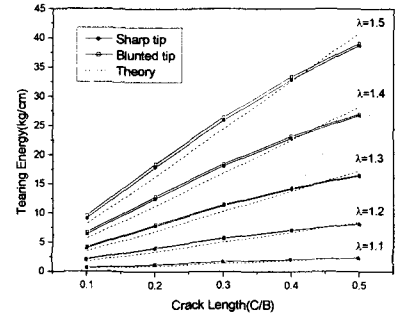


Fig 13 Tearing Energy of Single-Edge Specimen

시편의 종류에 관계없이 연신률이 커질수록 Tearing Energy가 증가함을 알 수 있으며, 이 때 이론 해와 해석 결과의 오차도 증가하였다.

균열 Tip 형상에 대해서는 Sharp Tip과 Blunted Tip으로 모델링한 시편의 해석 결과는 거의 유사하였으며, 균열 Tip에서 요소의 크기가 같은 경우 Blunted Tip으로 모델링할 때 요소의 수를 줄일 수 있어 계산 시간을 단축할 수 있는 장점이 있다.

6. 결론

초탄성, 비선형, 비압축성, 대변형의 특성을 갖는 고무 재료의 파괴특성을 평가하였다.

고무의 소재는 경도가 44인 천연고무를 선정하였고, 고무의 재료상수는 Mooney-Rivlin 모델을 도입하고 인장시험 결과를 이용하여 구하였다.

고무의 파괴역학적 접근 방법으로 Tearing Energy 방법과 J-Integral 방법에 대해 고찰해 보았고, 이를 토대로 유한요소 해석을 이용하여 고무의 파괴 파라미터를 계산하였으며 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. Mooney-Rivlin 모델을 이용하여 Pure Shear 시편과 Single Edge 시편에 대한 Strain Energy Density를 유한요소 해석을 이용하여 계산한 결과, 이론식과 잘 일치함을 알 수 있었다.

2. 균열 Tip의 형상을 Sharp Tip과 Blunted Tip으로 모델링하여 Tearing Energy를 계산하였을 때 거의 같은 결과를 얻을 수 있었다.

3. 두 시편에 대한 Tearing Energy는 이론 해와 유한요소 해석결과가 잘 일치하였다. 이와 같은 결과를 바탕으로 이론 해를 구하기 어려운 고무 부품에 대해서도 유한요소법을 적용하여 파괴 특성을 파악할 수 있을 것으로 기대된다.

후기

본 연구는 과학기술부 국가지정연구실 사업의 일환으로 수행된 연구결과의 일부이다.

참고문헌

- (1) 김원두 외, "초탄성체 고무류 기계부품의 변형해석 및 설계기술 개발," 한국기계연구원 연구보고서, UCN236-712.M, 1999.
- (2) Rivlin R. S. and Thomas A. G. , "Rupture of rubber. I. Characteristic energy for tearing," Journal of Polymer Science 10, 1953, 291-318
- (3) J. R. Rice, Journal of Applied Mechanics 35, 1968, pp. 379-386
- (4) Alan N. Gent, Engineering with Rubber: how to design rubber components, Hanser, 1992, pp. 132-134
- (5) N. Ait Hocine, M. Nait Abdelaziz, H. Ghfiri and G. Mesmacque, "Evaluation of the Energy Parameter J on Rubber-Like Materials : Comparison between Experimental and Numerical Results," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 55, No. 6, 1996, pp. 919-933

(6) "Standard Test Methods for Rubber Properties in Tension", ANSI/ASTM D412-80

(7) "ABAQUS User's Manual", HKS, 2000