

Simulated Annealing 기법을 이용한 인체 수직 전신 진동 모델의 파라미터 선정

최준희*·김영은**·백광현**

Mathematical Model Development of Whole-body Vertical Vibration, Using a Simulated Annealing Method

JunHee Choi, YoungEun Kim and KwangHyun Baek

Key Words: Whole-body vibration(전신 진동), Driving-point impedance(입력 임피던스), Transmissibility(전달률), Simulated annealing method(어닐링 최적화 기법)

Abstract

Simple spring-damper-mass models have been widely used to understand whole-body vertical biodynamic response characteristics of the seated vehicle driver. However, most previous models have not considered about the non-rigid masses(wobbling masses). A simple mechanical model of seated human body developed in this study included the torso represented by a rigid and a wobbling mass. Within the 0.5-20Hz frequency range and for excitation amplitudes maintained below 5ms^{-2} , this 4-degree-of-freedom driver model is proposed to satisfy the measured vertical vibration response characteristics defined from a synthesis of published data for subjects seated erect without backrest support. The parameters are identified by using the combinatorial optimization technique, simulated annealing method. The model response was found to be provided a closer agreement with the response characteristics than previously published models.

1. 서 론

최근 들어 이동 수단을 이용하는 시간이 증대됨에 따라 인체는 크고 작은 진동에 노출되는 시간이 증가하게 되었고 그에 의한 신체적, 정신적 불편함에 따른 피해가 커지게 되었다. 이에 따라 진동이 인체에 미치는 영향에 대하여 많은 실험적 연구가 진행되고 있으며 특히, 앉은 자세에서의 수직 진동에 대한 인체의 응답 특성의 연구가 활발히 진행되고 있다. 이러한 전신 진동에 의한 응답 특성들 중에서 입력 임피던스(driving-point impedance) 혹은 겉보기 질량(apparent mass)과 가

진판과 머리 사이의 전달률(seat-to-head transmissibility)들이 인체 진동 특성을 이해하는데 가장 중요한 인자들로 여겨져 왔다. 앞의 두 가지 특성은 가진 입력과 힘에 대한 특성과 관련되어 있고 나머지 특성은 인체를 통과한 진동의 전달 과정과 관련이 있다.

이에 관련된 연구 중 실험적 방법으로는 자원을 가진판 위에 앉혀 놓고 랜덤한 진동을 가하는 방법으로 많은 실험적 데이터들을 얻어왔다. 이러한 연구의 결과 10Hz 이하의 주파수 대역에선 8개 모드의 인체 진동 특성을 보이며, 약 5Hz에서 첫 번째 공진이 나타나고 약 8Hz에서 두 번째 공진 현상을 보임이 밝혀졌다. 척추 운동의 관점에서 볼 때 첫 번째 공진은 골반의 회전에 의한 요추의 굽힘 운동에 관계가 있으며, 두 번째 공진은 골반이 앞으로 움직이는 모드와 관계가 있다고 알려졌다.⁽¹⁾ 또한 사람의 앉은 자세에

* 단국대학교 기계공학과 대학원

** 단국대학교 기계공학과

대한 연구 결과로 자세가 직립 상태에서 앞이나 뒤로 기울어질수록 공진이 나타나는 주파수가 낮아진다고 발표되었다.⁽²⁾ 여기서 보듯이 인체 진동 특성은 매우 여러 가지 변수들과 관련이 되어져 있음을 알 수 있다. 즉 사람에 따라서 나이, 성별, 무게, 크기 등과 같은 차이(intra-subject variability)나 동일한 사람이라도 앉을 때의 앉은 자세, 근육의 힘을 주고 있는 정도 등과 같은 차이(inter-subject variability)에 따라 응답 특성이 매우 달라지게 된다.

70년대부터는 실험을 통해 얻어낸 자료 등을 토대로 많은 사람들이 이들 특성을 적용할 수 있는 수학적 모델을 개발해왔다. 1997년에 Kitazaki와 Griffin은 인체의 전신 진동 모드 해석을 위한 유한 요소 모델을 제시하였고, 1998년 Griffin등은 다시 전신 진동에 대한 인체의 걸보기 질량 데이터를 이용하여 1 자유도와 2 자유도의 선형 스프링-댐퍼 모델을 개발하였다. 역시 같은 해에 P.-E. Boileau가 최적화 기법을 이용하여 간단한 4 자유도 모델을 발표하였다.

하지만 지금까지 수학적 모델의 불완전성으로 인해 전신 진동에 대한 연구의 궁극적 목표인 진동에 대한 인체의 불편함 해석이나 장애 등의 극복을 위한 연구는 현재까지도 실험에 의해서만 이루어져왔고 수학적 모델을 통한 연구 결과는 극히 미비한 실정이다. 특히 지금까지 발표된 모델들은 전부 강체 질량만을 고려하여 전신 진동 응답 특성을 맞추려는 시도하에 개발되었기에 본 연구에선 인체 내장의 질량, 즉 비강체 질량을 고려한 4 자유도 형태의 수학적 모델을 제시하고 simulated annealing method를 사용하여 질량과 스프링, 감쇠 계수들을 구해 보고자 한다.

2. 인체의 전신 진동학

진동이 인체를 통해 전달되는 것에 대한 이해는 인간의 활동이나 건강에 어떻게 영향을 주는지에 대한 전체적인 이해를 하기 위해 선행되어야만 한다. 전신 진동에 대한 인체의 동역학적 특성은 입력 임피던스 또는 걸보기 질량과 전달률을 들 수 있다.

진동학에서 임피던스(mechanical impedance) 항은 특정한 주파수에서의 시스템에 가해지는 구동력과 그에 따른 결과(가속도, 속도, 변위) 사이의

관계를 이해하는데 자주 사용된다. 그 중에서도 구동점에 대한 입력 임피던스(driving-point mechanical impedance), $I(j\omega)$ 는 시스템의 동일한 지점에서 같은 방향으로 측정되는 구동력, $F(j\omega)$ 와 그로 인한 속도 $v(j\omega)$ 의 비로써 정의된다.

$$I(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{v(j\omega)} \quad (1)$$

그리고 걸보기 질량, $M(j\omega)$ 는 구동력과 그로 인한 가속도 사이의 비로 정의되며 입력 임피던스와의 관계는 다음과 같다.

$$I(j\omega) = j\omega \cdot M(j\omega) \quad (2)$$

입력 임피던스는 시스템의 전달 함수로 여겨질 수 있으며 다른 전달 함수들과 마찬가지로 크기와 위상을 가지는 복소수 량이다. 초기의 인체의 전달률에 대한 연구는 좌석의 수직 진동과 그에 따르는 머리의 수직 진동 사이의 관계를 설명해왔다.

그 동안 위에서 언급한 인체의 진동 응답 특성을 해석적으로 이해하기 위해 많은 수의 생체동역학적 모델이 제시되어 왔다. 이들 연구의 핵심인 모델의 파라미터들은 중요한 응답 특성인 입력 임피던스나 각 바디들의 전달률의 실험에 의한 자료들과 잘 맞도록 결정되어진다.

3. 최적화 문제

3.1 수학적 인체 진동 모델의 개발

앉은 자세에서의 전신 진동 특성을 나타내는 인체의 수학적 모델 개발은 다음 사항들을 기초로 설계된다.

1) 오직 수직 방향의 진동만을 고려한다. 2) 높은 주파수 대역에서 seat-to-head transmissibility의 위상이 처지는 실험 데이터 결과와 맞추기 위해서는 3개 이상의 질량이 필요하다.⁽³⁾ 3) 전신 진동에 사용되는 진동의 종류와 주파수 범위 내에서는 선형 스프링 계수와 댐핑 계수만으로 충분하다.⁽⁴⁾

대부분의 이전 모델들은 인체의 각 부분을 단지 강체만으로 고려하였기 때문에 본 연구에서는 내장의 질량을 고려하여 강체 질량 세 개에 비강체 질량(wobbling mass) 하나로 이루어진 4 자유도 모델을 제안하였다. 그 형태는 다음 Fig. 1과 같다.

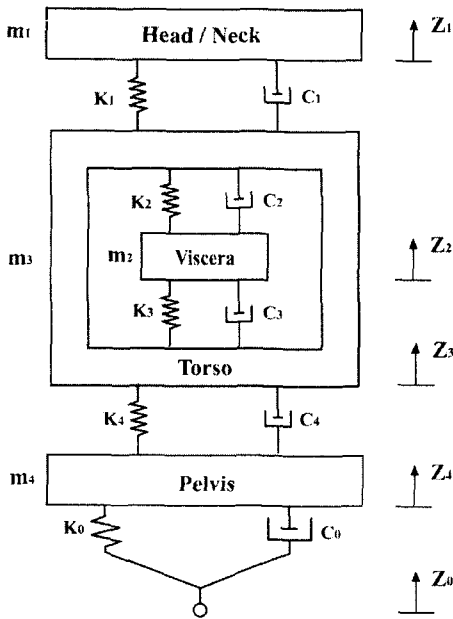


Fig.1 The 4 DOF linear lumped parameter model for assessing human exposure to whole body vibration

여기서 강제 질량을 나타내는 m_1 과 m_3 , m_4 는 각각 Head/Neck 부분과 몸통(Torso), 그리고 골반(Pelvis) 부분이 되고, 비강체 질량인 m_2 는 상체의 내장과 근육 등의 질량을 표현한다. 그리고 각 질량들은 선형적으로 연결되어 있다. 앉은 자세에서의 진동 응답 특성에서는 하지가 거의 영향을 미치지 못하기 때문에 이 모델에서 다리와 발은 생략하였고 손과 팔도 팔걸이에 얹혀있는 상태에서는 거의 영향을 주지 못하므로 마찬가지로 생략하였다.⁽⁵⁾

이 모델에 대한 운동 방정식은 다음과 같은 연립 미분 방정식으로 표현할 수 있다.

$$[M] \cdot \ddot{\bar{x}} + [C] \cdot \dot{\bar{x}} + [K] \cdot \bar{x} = \bar{p} \quad (3)$$

여기서 $[M]$, $[C]$, $[K]$ 는 각각 질량과 감쇠, 스프링 계수를 나타내는 (4×4) 행렬이고, \bar{x} 와 \bar{p} 는 각 바디의 진동에 대한 응답과 구동력을 나타내는 벡터이다. 이를 다시 주파수 영역에서 표현하기 위해 푸리에 변환을 하게 되면,

$$\{Z(j\omega)\} = \left[[K] - \omega^2 [M] + j\omega [C] \right]^{-1} \{P(j\omega)\} \quad (4)$$

과 같이 표현할 수 있다. 여기서,

$$\{Z(j\omega)\} = \{Z_1(j\omega), Z_2(j\omega), Z_3(j\omega), Z_4(j\omega)\} \quad (5)$$

$$\{P(j\omega)\} = \{0, 0, 0, (k_0 + j\omega c_0)Z_0(\omega)\} \quad (6)$$

이고 ω 는 각 주파수량이다.

위의 운동방정식에 사용되는 행렬의 형태는 다음과 같다.

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$C = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -c_1 & 0 \\ 0 & c_2 + c_3 & -c_2 - c_3 & 0 \\ -c_1 & -c_2 - c_3 & c_1 + c_2 + c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & -k_1 & 0 \\ 0 & k_2 + k_3 & -k_2 - k_3 & 0 \\ -k_1 & -k_2 - k_3 & k_1 + k_2 + k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 + k_0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

위의 계수들은 기존의 전신 진동 응답 특성의 실험 데이터를 기준으로 최적화 기법을 사용하여 구할 것이다. 기준이 되는 응답 특성들은 다음과 같다. 입력 임피던스(Driving point mechanical impedance)는 입력 부분에 가진되는 속도에 대한 구동력의 비로써 식으로 표현하면,

$$I(j\omega) = \frac{(K_0 + j\omega C_0)Z_0(\omega) - Z_4(j\omega)}{j\omega Z_0(\omega)} \quad (10)$$

식 (10)은 걸보기 질량과 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$M(j\omega) = \frac{I(j\omega)}{j\omega} \quad (11)$$

Seat-to-head transmissibility는 가진되는 입력 변위에 대한 머리의 변위 응답의 비로써 다음과 같다.

$$T(j\omega) = \frac{Z_1(j\omega)}{Z_0(\omega)} \quad (12)$$

좌식에서 가해지는 입력 변위는 대부분의 실험 데이터들이 실제 전신 진동 현상을 가장 잘 구현할 수 있는 sinusoidal이나 random excitation을 사용해왔다. 하지만 인체의 진동 응답 특성은 위의 두 가지 입력에 대해서 아주 유사한 결과를 보이며 특히 입력 임피던스 특성은 입력 변위의 크기에는 별 영향을 받지 않는다고 발표했기 때문에 본 논문에서는 주파수 영역에서 수학적으로 다루

기 쉬운 white-noise random vibration을 입력으로 사용했다.⁽⁵⁾

3.2 최적화 기법을 이용한 계수 결정

전신 진동 응답은 개개인에 따라 다를 뿐만 아니라 앉는 자세 등에 따라 꽤 넓은 분포를 보이므로 실제 여러 연구에서 얻어진 실험 데이터들도 실험 조건에 따라 많은 차이를 보이고 있다. 그래서 본 연구에서는 P. -E. Boileau의 실험 결과 중 0.5 - 20Hz 사이의 주파수 대역에서 통계적으로 구한 평균값을 목표값으로 택했다.⁽⁶⁾

3.2.1 목적 함수

목적 함수는 입력 임피던스와 seat-to-head transmissibility 복소 함수의 크기와 위상차에 대한 목표값과의 오차의 제곱으로 하였다.

$$U(x) = \text{Minimize} [U_I(x) + U_T(x)] \quad (13)$$

$$U_I(x) = \sum_{k=1}^N [|I(j\omega_k)| - |I_r(j\omega_k)|]^2 + \alpha_1 \sum_{k=1}^N [\phi_I(\omega_k) - \phi_{I_r}(\omega_k)]^2 \quad (14)$$

$$U_T(x) = \alpha_2 \sum_{k=1}^N [|T(j\omega_k)| - |T_r(j\omega_k)|]^2 + \alpha_3 \sum_{k=1}^N [\phi_T(\omega_k) - \phi_{T_r}(\omega_k)]^2 \quad (15)$$

여기서 $x = \{m_i, k_i, c_i\}^T$ 로 모델의 파라미터로써 최적값을 찾아야 할 변수들이고 U_I, U_T 는 각각 임피던스와 전달률의 오차 함수이다. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 는 오차의 스케일을 맞춰주기 위한 계수이고 아래 첨자 r는 목표값인 실험 데이터를 의미한다. 또한 ω_k 는 목표값으로 택한 각주파수를 나타낸다.

3.2.2 구속 조건

수학적 모델의 물성치는 실제 인체의 물성치와 어느 정도 잘 맞는 값들을 구하기 위해서 적절한 구속 조건을 주어야 할 필요가 있다. 본 논문에서는 기존의 자료들을 토대로 우선 충분히 넓은 범위 안에서 큰 스케일로 최적 프로그램을 수행한 후, 얻은 결과로부터 다시 좀더 좁은 범위로 구속 조건을 설정하였다. 이는 다음과 같다.

$$0 < m_1 \leq 10 \text{ (kg)} \quad (16)$$

$$0 < m_2 \leq 30 \text{ (kg)} \quad (17)$$

$$0 < m_3 \leq 30 \text{ (kg)} \quad (18)$$

$$10 < m_4 \leq 40 \text{ (kg)} \quad (19)$$

$$50 \leq k_1 \leq 80 \text{ (kN/m)} \quad (20)$$

$$400 \leq k_2 \leq 1000 \text{ (kN/m)} \quad (21)$$

$$400 \leq k_3 \leq 1000 \text{ (kN/m)} \quad (22)$$

$$100 \leq k_4 \leq 400 \text{ (kN/m)} \quad (23)$$

$$100 \leq c_1 \leq 300 \text{ (Ns/m)} \quad (24)$$

$$60 \leq c_2 \leq 70 \text{ (kNs/m)} \quad (25)$$

$$30 \leq c_3 \leq 60 \text{ (kNs/m)} \quad (26)$$

$$3 \leq c_4 \leq 11 \text{ (kNs/m)} \quad (27)$$

3.2.3 Simulated annealing method

본 문제와 같이 제한된 범위를 가지는 다중 변수가 비선형적 특성을 가지는 탐색 공간을 이루는 경우에는 전통적인 선형이론에 기반을 둔 최적화 기법으로는 좋은 결과를 얻기가 힘들다. 이러한 문제의 해결책으로 random guided searching algorithm의 하나인 simulated annealing method를 이용하였다. 이 알고리즘은 유전적 알고리즘과 더불어 대표적인 내추럴 알고리즘의 하나이며, 목적 함수가 수학적으로 연속적이며 미분치가 존재해야 하는 등의 제한적 조건을 요구하지 않는다.

Simulated annealing method는 변수들의 구속 조건의 범위 안에서 랜덤하게, 그러나 어느 정도의 방향성을 가지면서, 목적 함수를 계산해서 찾아가기 때문에 비록 국부적인 최적치들이 많이 존재하는 어려운 조건의 문제라 할지라도 높은 확률로 전역 최적값을 찾아낼 수 있다.

이 알고리즘은 우선 출발점인 변수들의 초기값을 랜덤하게 결정한 후 역시 랜덤하게 다음 단계의 방향을 결정하여 이동하게 된다. 만약 새로운 변수에 근거하여 계산된 목적 함수 값이 더 좋은 결과라면 당연히 채택하고, 비록 결과가 좋지 않더라도 메트로폴리스 알고리즘에 따라 그 결과가 나올 확률이 Boltzmann probability factor보다 작다면 즉, $P(\Delta f) \leq e^{-\Delta f/kT}$ 을 만족하면 새로운 변수들을 채택하는 방법이다.

여기서 k는 볼츠만 상수이고 T는 온도에 해당한다. 한 온도에 대해서 성공한 횟수가 N_{max} 이상이 되면 일정한 냉각률로 낮춰진 다음 단계의 온도에서 계산이 반복된다.

이 알고리즘의 성능은 초기온도를 비롯한 몇 가지 요소들을 얼마나 잘 선정하느냐에 따른다. 이 요소들의 값은 탐색 공간의 특성에 따라 달라질 수 있으며, 본 문제의 경우 임의로 선정된 변수들의 값과 이에 근거해 계산된 대상 목적 함수 값을 계산했다. 이를 기반으로 역으로 그 변수 값들을 찾는 시뮬레이션을 실시하여 최적의 결과를 보이는 요소의 값들을 구하였다. 참고로 본 알고리즘의 검증용을 위하여 실시한 2 자유도 모델에 대한 테스트에서는(탐색 공간의 크기는 3.2×10^{12}) 찾고자 하는 값을 정확히 찾아내었다.

실제 문제인 4 자유도 모델에 대해서는 냉각률은 0.99로 하고 각 온도에서의 최대 계산 횟수는 36675회, N_{max} 는 3668회이고 총 계산 횟수는 2.7708×10^{10} 로 제한하였다. 본 탐색에 사용된 계산 횟수는 3.0×10^6 회로, 본 알고리즘이 비용대비 성능이 매우 우수하다는 결과를 보여주었다.

4. 해석 결과 및 고찰

Simulated annealing method의 특성상 최적의 결과를 얻을 수 있는 물성치 값들이 여러 가지 경우로 나올 수 있으므로 여러 번 반복 계산하여 같은 결과가 세 번 이상 나온 것을 최종 값으로 택하였다. 구해진 물성치들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 4 \text{ kg}, & k_1 &= 52 \text{ kN/m}, & c_1 &= 180 \text{ Ns/m} \\
 m_2 &= 28 \text{ kg}, & k_2 &= 579 \text{ kN/m}, & c_2 &= 61390 \text{ Ns/m} \\
 m_3 &= 8 \text{ kg}, & k_3 &= 861 \text{ kN/m}, & c_3 &= 35980 \text{ Ns/m} \\
 m_4 &= 14 \text{ kg}, & k_4 &= 115 \text{ kN/m}, & c_4 &= 3880 \text{ Ns/m} \\
 & & k_0 &= 64 \text{ kN/m}, & c_0 &= 2410 \text{ Ns/m}
 \end{aligned}$$

위 결과를 보면, 몸통 내장의 질량을 고려한 모델에서는 내장의 질량(Viscera)을 나타내는 m_3 와 몸통의 강체 질량인 m_2 사이의 감쇄 계수와 스프링 계수가 다른 것들보다 상대적으로 크다는 것을 알 수 있다. 모델의 타당성을 검증하기 위하여 목표값으로 사용한 실험 데이터와 대표적인 4 자유도 모델인 P. -E. Boileau의 모델을 입력 임피던스와 머리에 대한 전달률로 각각 비교해 보면 Fig.2, Fig. 3과 같다.

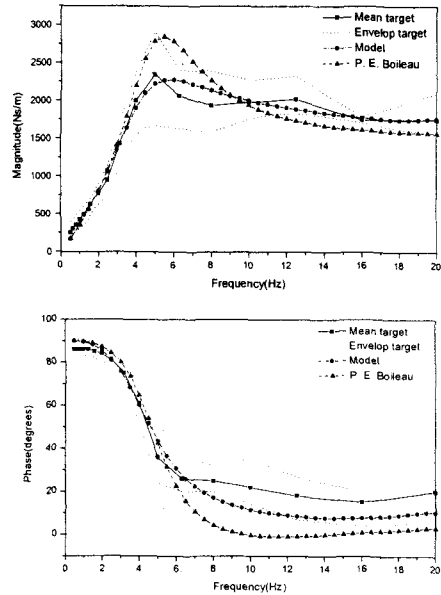


Fig.2 Comparison of the vertical driving-point mechanical impedance characteristics.

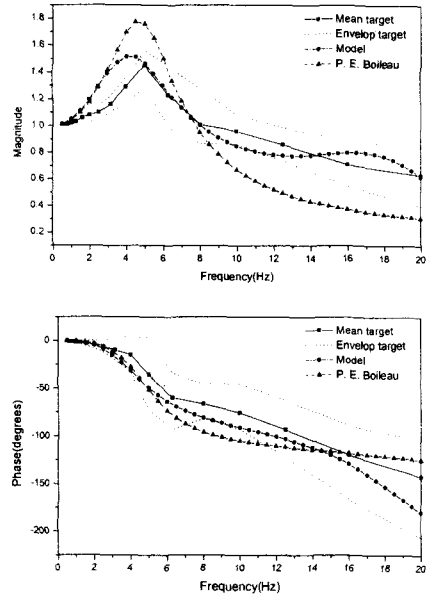


Fig.3 Comparison of the vertical seat-to-head vibration transmissibility characteristics.

이 그래프들을 살펴보면 우선 내장의 질량을 고려하고도 앞선 단순한 4 자유도 모델에 비해 진동 응답 특성들이 실험치에 훨씬 가깝게 나타나고 있다.

머리의 전달률에서는 비록 첫 번째 공진 주파수가 좀 차이를 보이거나 그 크기는 전달률과 입력 임피던스 모두에서 더욱 잘 맞는 결과를 보이고 있다. 위상차에 있어서도 마찬가지로 고주파수 영역에서 위상차가 떨어지는 경향이 더욱 잘 설명되어지고 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 인체의 수직 전신 진동 문제를 해석하기 위한 한 방법으로 내장의 질량을 고려한 4 자유도 모델을 제시하였다. 몸통을 강제 질량과 비강체 질량의 두 부분으로 나누어 모델링하였으며 이 모델의 물성치들은 최적화 기법인 *Simulated annealing method*를 이용하여 구하였다. 전체적인 응답 특성 결과들은 실험치에 매우 일치되게 나타났다. 이로써 내장의 질량(Viscera)을 고려한 모델의 타당성과 *Simulated annealing method*가 모델의 물성치 결정시 아주 유용하다는 것을 알 수 있다. 하지만 10Hz 이상에서 나타나는 두 번째 공진을 제대로 표현하지 못한 문제점은 앞으로 해결해야할 문제로 생각된다.

참고문헌

- (1) S. Kitazaki & M. J. Griffin, "A Modal Analysis of Whole-body Vertical Vibration, Using a Finite Element Model", *J. of Sound and Vibration*, Vol. 200, No. 1, pp. 83-103, 1997.
- (2) T. E. Fairley & M. J. Griffin, "The Apparent Mass of the Seated Human Body: Vertical Vibration", *J. Biomechanics*, Vol. 22, pp. 81-94, 1989.
- (3) Y. Wan & J. M. Schimmels, "Optimal Seat Suspension Design Based on Minimum 'Simulated Subjective Response'", *J. of Biomechanical Engineering*, Vol. 119, pp. 409-416, 1997.
- (4) J. Sandover, "Modelling Human Responses to Vibration", *Aviation, Space and Environmental Medicine*, Vol. 49(1), 1978.
- (5) P. -E. Boileau & S. Rakheja, "Whole-body Vertical Biodynamic Response Characteristics of the Seated Vehicle Driver: Measurement and

Model Development", *International Journal of Industrial Ergonomics*, Vol. 22, pp. 449-472, 1998.

- (6) P. -E. Boileau & X. Wu, S. Rakheja, "Definition of a Range of Idealized Values to Characterize Seated Body Biodynamic Response under Vertical Vibration", *J. of Sound and Vibration*, Vol. 215, pp. 841-862, 1998.
- (7) S. Kirkpatrick & C. D. Gelatt, Jr., M. P. Vecchi, "Optimization by Simulated Annealing", *Science*, Vol. 220, No. 4598, pp. 671-680, 1983.