

변형 및 증분소성이론에 따른 압입특성 비교

이진행* · 이형일**

Comparison of Indentation Characteristics According to Deformation and Incremental Plasticity Theory

Jin Haeng Lee and Hyungyil Lee

Key Words: Spherical Indenter (구형 압입자), Effective Stress-strain Curve (유효응력-변형률 곡선), Deformation and Incremental Plasticity Theory (변형 및 증분소성이론), FEM (유한요소 해석), Optimal Data Acquisition Location (최적자료수집지점)

Abstract

In this work, some inaccuracies and limitation of prior indentation theory, which is based on the deformation theory of plasticity and experimental observations, are first investigated. Then effects of major material properties on the configuration of indentation load-deflection curve are examined via incremental plasticity theory based finite element analyses. It is confirmed that subindenter deformation and stress-strain distribution from the deformation theory of plasticity are quite dissimilar to those from incremental theory of plasticity. We finally suggest the optimal data acquisition location, where the strain gradient is the least and the effect of friction is negligible. This data acquisition point increases the strain range by a factor of five.

1. 서론

보편적 인장시험은 재료변형을 연속적으로 측정하여 기계적 물성에 관한 많은 유용한 정보를 제공한다. 그러나 인장시험은 시편 준비과정이 복잡하고 시험방법이 파괴적이어서, 국부영역에 걸쳐 재료의 성질이 연속적으로 변하는 용접부 같은 경우나 취성재료처럼 시편가공 또는 인장시험중 균열성장을 제어하기 어려운 경우에는 적용될 수 없다는 문제점이 있다. 따라서 이러한 부분의 기계적 특성들을 정확히 측정하기 위해 고정밀 비파괴 압입시험기를 개발할 필요가 있다. 이러한

압입시험법은 압입자 하부의 복잡한 삼축응력 상태로 인해 시험결과와의 분석에 커다란 어려움이 따랐으나 최근에는 압입상황에 대한 탄성 및 소성 응력장의 정량적인 해석과 함께 압입시 재료거동을 연속적으로 측정하는 방법이 연구되고 있다.

이를 배경으로 본 연구에서는 먼저 변형소성이론 및 실험식에 준해 유도된 기존 압입이론상의 오류 및 한계성을 살펴본다. 이어 증분소성이론에 기초한 유한요소해석 (ABAQUS, 1998)⁽¹⁾을 통해, 주요 물성 변수들이 압입시 하중-변위 곡선 형상에 미치는 영향을 분석한다. 또한 압입형상 및 응력-변형률 분포를 관찰하여 변형소성이론을 적용한 압입 해석의 한계성을 규명한 후, 중국적으로는 유효 변형률 및 응력의 최적관측지점을 제시한다. 이렇게 얻어진 변형특성자료들은 새 압입이론⁽²⁾ 전개에 활용될 것이다.

* 서강대학교 대학원 기계공학과

** 회원, 서강대학교 기계공학과

E-mail : hylee@ccs.sogang.ac.kr

TEL : (02) 705-8636 FAX : (02) 712-0799

2. 압입시험의 이론이론들

2.1 응력-변형률 곡선

구형압입자에 의한 압흔을 단순화하여 표현한 것이 Fig. 1이다. 여기서 d_i 는 압입시 압흔의 이상적인 압입직경, h_i 는 그때의 압입깊이이다. 직경이 D 인 압입자를 사용하여 압입한 경우 구의 기하형상으로부터 다음 관계를 얻을 수 있다.

$$d_i = 2\sqrt{h_i D - h_i^2} \quad (1)$$

또한 d_p 및 h_p 는 하중이 제거되었을 때 압흔의 압입직경 및 압입깊이이며, 하중자 p 는 소성의 의미를 가진다. Tabor⁽³⁾는 실험을 통하여 압입 가장자리에서 유효변형률이 다음과 같이 표현될 수 있다는 실험적 결론에 도달했다.

$$\epsilon_p = 0.2 \left(\frac{d}{D} \right) \quad (2)$$

여기서 d 는 압입되는 모재의 pile-up이나 sink-in 등에 의해 형성되는 실제 접촉직경이다.

Hertz⁽⁴⁾는 압입-해중시 압입직경의 변화가 없다는 가정하에서 다음과 같은 관계식을 정립하였다.

$$d = 2.22 \left\{ \frac{P}{2} \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \right\}^{1/3} \quad (3)$$

여기서 r_1 과 r_2 는 각각 하중이 제거되었을 때 압입자와 재료압흔의 반경을 의미하며, E_1 과 E_2 는 압입자와 시험재료의 영률이다. 이식은 식 (4)로 변환될 수 있다.

$$d = \left\{ \frac{0.5CD[h_p^2 + (d/2)^2]}{h_p^2 + (d/2)^2 - h_p D} \right\}^{1/3} \quad (4)$$

여기서 C 는 $5.47P(1/E_1 + 1/E_2)$ 이다. Haggag 등^(5,6)은 식 (4)를 하중이 제거되었을 때 압흔의 직경 d_p 로 표현하였으며, 식(2)에서 d 대신 d_p 를 사용하여 소성변형률을 계산하였다.

압입하중 P 가 가해질 때 압입자와 시험재료간의 평균접촉압력 p_m 은 다음과 같이 정의된다.

$$p_m \equiv 4P/(\pi d^2) \quad (5)$$

압입시 평균접촉압력 p_m 과 변형역에서의 대표유효응력 σ 값으로 나눈 것을 구속인자 (constraint factor) ψ 로 정의⁽⁷⁾하며, ψ 는 유효변형률의 함수이다.

$$\psi(\epsilon_p) \equiv p_m/\sigma \quad (6)$$

따라서 유효응력은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma = \frac{4P}{\pi d^2 \psi} \quad (7)$$

Haggag 등^(1,6)은 변형률속도 및 변형경화성에 따라 구속인자의 크기가 다르게 나타난다는 점을 고려해서 Francis⁽⁷⁾의 식을 수정하여 다음과 같이 표현하였다.

$$\psi = \begin{cases} 1.12 & \phi \leq 1 \\ 1.12 + \tau \ln \phi & 1 < \phi \leq 27 \\ \psi_{\max} & \phi > 27 \end{cases} \quad (8a)$$

$$\psi_{\max} = 2.87a_m \quad (8b)$$

$$\tau = (\psi_{\max} - 1.12)/\ln(27) \quad (8c)$$

a_m 은 구속인자지수로, 변형률속도에 비례하며 낮은 변형률속도를 갖는 재료에서는 약 1이다. 여기서 압입변수 ϕ 는 다음과 같다.

$$\phi = \frac{\epsilon_p E_s}{0.43\sigma} \quad (9)$$

한편 구형압입자에 대해 작용하중 P 와 압흔의 압입직경 d 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립되며 이 식을 Meyer⁽⁸⁾의 법칙이라 한다.

$$\frac{P}{d^2} = A \left(\frac{d}{D} \right)^{m-2} \quad (10)$$

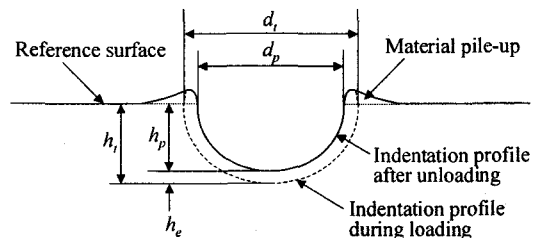


Fig. 1 Schematic of ideal indentation profiles: loaded (dashed line) and unloaded (solid line) states.

여기서 A 는 상수이며, m 은 Meyer의 지수라 하고 보통 2-2.5 사이의 값을 갖는다. Haggag 등^(5,6)은 George 등⁽⁹⁾이 실험을 통해 구한 다음과 같은 관계로 재료의 항복강도 σ_o 를 계산하였다.

$$\sigma_o = \beta_m A \quad (11)$$

여기서 β_m 은 재료가 주어지면 결정되는 상수이며, 재료에 따라 인장항복강도와 A 의 회귀분석으로부터 구해진다.

이렇게 구한 응력과 변형률은 다음과 같이 Rice와 Rosengren⁽¹⁰⁾이 제안한 piecewise power law를 사용하여 식 (12)와 같은 지수형태로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\epsilon_t}{\epsilon_o} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\sigma_o} & \text{for } \sigma \leq \sigma_o \\ \left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^n & \text{for } \sigma > \sigma_o; \quad 1 < n < \infty \end{cases} \quad (12)$$

여기서 ϵ_t 는 총변형률, $\epsilon_o = \sigma_o/E$ 는 항복변형률이며, n 은 변형경화지수이다. Fig. 2는 Haggag이 사용한 재료물성치 측정과정을 도식화하여 나타낸 것으로, 별도의 재료상수 결정과정이 필요하다. 또한 응력과 변형률을 계산하는데 있어 압입시 및 해중시의 압입깊이가 사용된다. 따라서 하중-해중 반복횟수 만큼의 응력-변형률을 얻을 수 있다.

2.2 Haggag 압입이론의 문제점

실제 압입시험시 Fig. 1에서와 같은 이상적인 압입형상만으로는 정확한 실제 접촉직경을 얻을 수 없으며 Fig. 3와 같이 pile-up과 sink-in을 고려한 실제적인 압입모델을 도입하여야 한다. Fig. 3의 왼쪽은 압입시 pile-up이, 오른쪽은 sink-in이 일어나는 경우를 나타내고 있다. 여기서 s 는 pile-up 또는 sink-in된 양을 나타내며, 하침자 t 와 p 는 각각 하중시와 해중시 기준표면에 대한 이상적 깊이, t_s 와 p_s 는 pile-up과 sink-in을 고려한 실제깊이를 의미한다.

Hill 등⁽¹¹⁾은 해중시 pile-up이나 sink-in의 영향을 고려한 압입깊이와 기준표면에 대한 압입깊이의 비 h_{ps}/h_p 를 가공경화지수에 의해 결정되는 불변량 c^2 으로 나타내었다. Hill 등은 $D \gg h_t$ 인 얇은 압입에 대해 불변량 c^2 을 다음과 같이 근사화시켰다.

$$c^2 = \frac{d^2}{4Dh_t} \quad (13)$$

Hill 등은 압입동안 각각의 변형역내의 각 점에서 변형률 성분비가 크게 변하지 않는다는 전제하에 비선형 탄성체를 가정하여 c^2 과 n 사이의 관계를 이론적으로 구하였다.

$$c^2 = \frac{5(2n-1)}{2(4n+1)} \quad (14)$$

그러나 압입자 하부의 실제 변형은 전혀 비례적이지 않기 때문에 변형소성이론에 근거한 Hill 등의 제안식은 결코 유효하지 않다. 이런 연유로 Biwa⁽¹²⁾ 등은 증분소성이론에 기초한 유한요소해석을 수행하여 n 에 따른 c^2 값이 0.5-1.5 사이에 있음을 보였다. 한편 Matthews⁽¹³⁾는 Norbury와 Samuel⁽¹⁴⁾의 실험측정치로부터 c^2 을 다음과 같은 식으로 정리하였다.

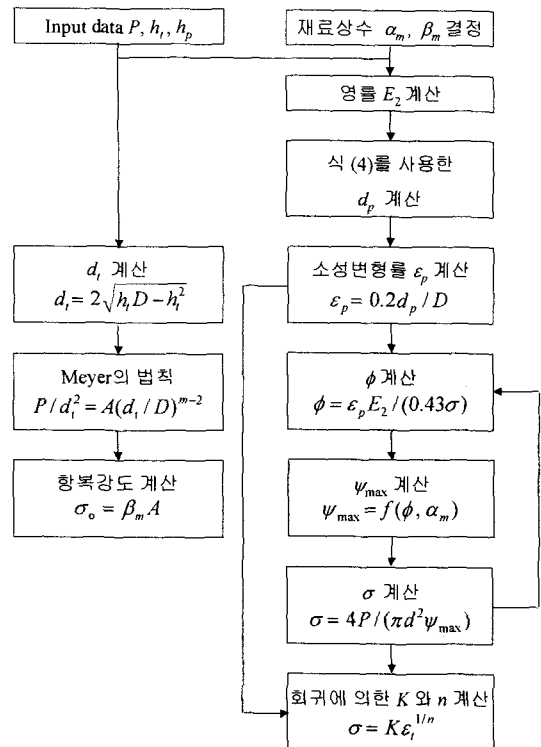


Fig. 2 Flow chart for determination of E , σ_o and n using Haggag's indentation theory.

$$c^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^{2(n-1)} \quad (15)$$

그러나 이형일과 이진행⁽²⁾은 압입시 c^2 을 압입 깊이와 상관없이 변형경화지수만으로 결정되는 불변량으로 볼 수 없음을 확인하였다. 따라서 보다 정밀한 재료물성치들을 얻기 위해서는 근본적으로 새로운 수식이 필요하다.

(8b)에 의하면 재료에 따라 a_m 을 알아야 ψ_{max} 를 구할 수 있는데, 재료의 물성치를 구하는 수식에서 재료상수를 정의하여 사용하는 것은 비합리적이다. 따라서 식 (8b) 대신에 ψ_{max} 가 변형경화지수 n 에 의존한다는 Matthews⁽¹³⁾와 Tirupataiah⁽¹⁵⁾의 제안에 준해 수식을 전개하는 것이 보다 합리적이다. Matthews는 Hertz의 탄성이론을 바탕으로 구속인자 ψ_{max} 를 변형경화지수 n 의 함수로 나타내었다

$$\psi_{max} = \frac{6n}{(2n+1)} \left(\frac{40}{9\pi} \right)^{1/n} \quad (16)$$

한편 항복강도 계산에 사용되는 식 (11)은 재료 상수를 구해야 한다는 점에서, 식 (8b)와 마찬가지로 압입시험을 통한 재료 물성치 예측을 어렵게 한다.

3. 압입시험의 유한요소 모델링 및 해석

3.1 압입시험의 유한요소해석 모델

구형압입자를 이용한 재료의 압입시험은 다음과 같은 그림으로 표현할 수 있다 (Fig. 4). 유한요소 해석에는 J_2 증분소성이론을 따르는 등방성 탄소성 재료를 사용하며 대변형 이론을 적용한다. 해석에 사용한 요소는 4절점 축대칭요소 CAX4 (요소형태 ABAQUS 라이브러리, 1998)⁽¹⁾이다. 실제 유한요소 해석에 앞서 재료의 기본적인 물성치와 마찰계수에 따른 하중-변위 곡선의 경향성을 보기 위하여 모재와 압입자에 각각 700개와 50개의 축대칭 4절점 요소를 사용한 예비 유한요소해석을 수행한다. 실제 압입 이론의 검증을 위해서는 보다 세밀한 요소망이 필요하다. 압입접촉부 표면의 미세변형을 감지하기 위해 재료 표면부에 압입자 직경의 0.25%인 미세 요소를 배치한다. 요소크기가 바뀌는 경계에는 대개 MPC (Multi-Point Constraints, ABAQUS Library, 1998)⁽²⁾가 간편하게 사용되나, 이 경우 MPC 절점상의

응력과 변형률이 균일하지 않은 단점이 있다. 때문에 압입접촉부 근처의 요소크기 천이영역에는 사다리형 요소를 사용하였으며, 접촉부에서 충분히 떨어진 위치에서만 MPC 모델링을 하였다. 모재와 압입자의 최종 유한요소모델은 각각 약 2300개와 630개의 사각형 4절점 축대칭요소들로 구성된다. 압입자와 모재의 접촉면에는 압입자와 모재쪽 모두 접촉 요소면 (Contact Surface, ABAQUS Library, 1998)⁽¹⁾을 배치한다. 압입자와 모재의 대칭축상 절점들은 대칭축에 수직방향 변위성분을 구속하여 축대칭 조건을 만족시키고, 모재 밑면은 완전구속시킨 후, 압입자를 하강시킨다. 압입자는 직경 2mm, 영률 2×10^4 GPa의 준강체로 모델링하였다. 주요 물성변수들이 압입시 하중-변위 곡선 형상에 미치는 영향을 분석하기 위해 Table 1과 같은 4가지 변수를 설정하였다. 설정된 값들은 그 범위에 있어 일반 금속재의 특성을 포괄적으로 포함하고 있다.

Table 1. 해석 모델의 대표 물성치 값들

모재 물성	사용 변수
마찰계수	0.0, 0.1, 0.2, 1.0
영률	100, 200, 400 GPa
항복강도	200, 400, 800 MPa
변형경화지수	3, 5, 7, 10, 13, ∞

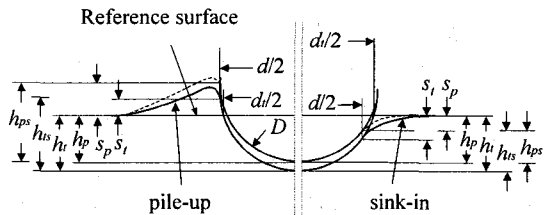


Fig. 3 Schematic of spherical indentation profiles considering pile-up and sink-in.

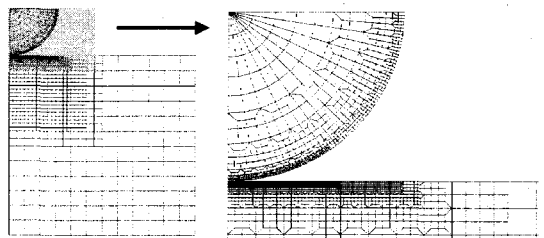


Fig. 4 Refined FE mesh for indentation analyses.

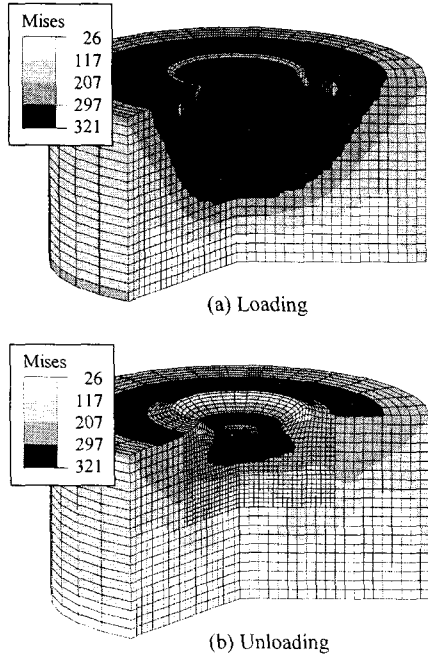


Fig. 5 Typical equivalent stress distribution at loading and unloading states.

3.2 압입변형형상

축대칭 조건을 적용한 유한요소해석에서 모재의 변형형상을 살펴보면 Fig. 5와 같다. Fig. 5(a)는 하중시, 5(b)는 해중시 모재의 변형과 Mises 등가 응력 분포를 나타낸다. 모재에 하중이 가해지면 Fig. 5(a)에서 보는 바와 같이 압입자 주변으로 pile-up 등이 나타나고 소성영역이 압입지점 주위로 광범위하게 자라나게 된다. 해중시 Fig. 5(b)와 같이 모재 하부에 탄성회복이 일어나고 소성변형 영역이 영구변형으로 자리잡으며 소성영역은 감소하게 된다.

3.3 하중-변위 곡선 특성

압입시험의 전산모사를 통하여 마찰계수, 항복강도, 탄성계수, 변형경화지수 등의 하중-변위 곡선에 대한 영향을 살펴보았다 (Fig. 6). Fig. 6(a)를 통해 마찰계수가 클수록 약간의 큰 하중을 받음을 볼 수 있다. Fig. 6(b)는 영률의 변화에 따른 특성으로, 영률의 변화는 압입시 하중-변위 곡선의 기울기와 거의 무관하며 해중시 기울기에 큰 영향을 줌을 알 수 있다. Fig. 6(c)는 항복강도 변화의 영향을 보여 주고 있다. 여기서 항복강도가 증가할수록 하중-변위 곡선의 기울기가 증가함을 볼 수 있다. Fig. 6(d)는 변형경화지수의 변화에 따른 하중곡선의 변화를

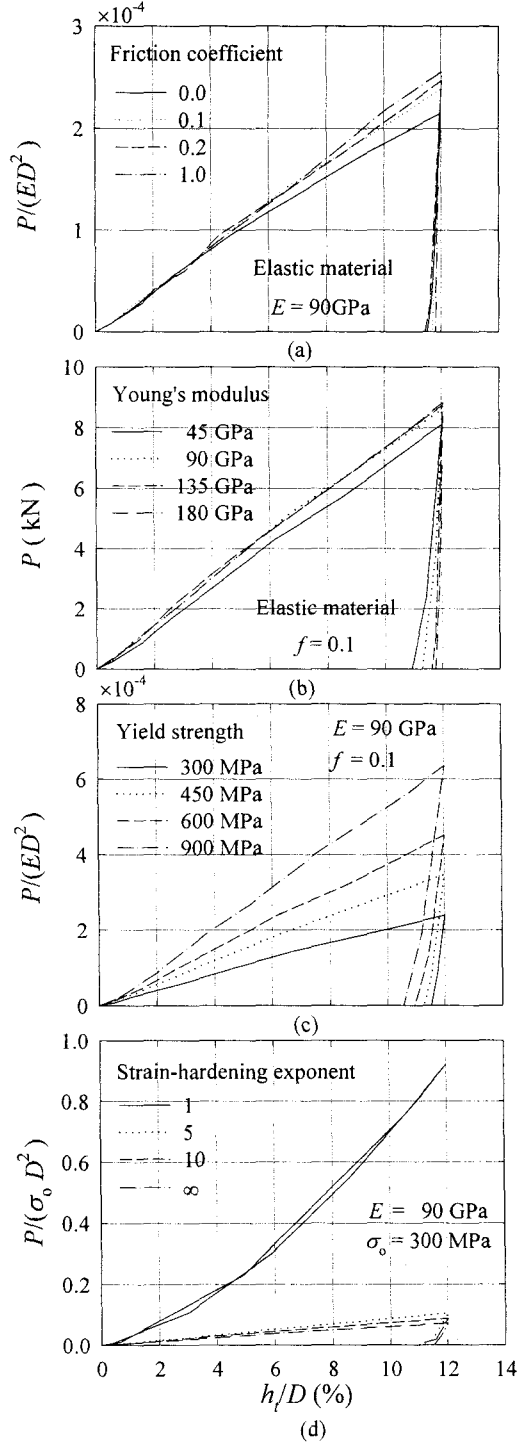


Fig. 6 Force vs indentation depth with respect to the variation (a) friction coefficient, (b) Young's modulus, (c) Yield strength and (d) strain hardening exponent.

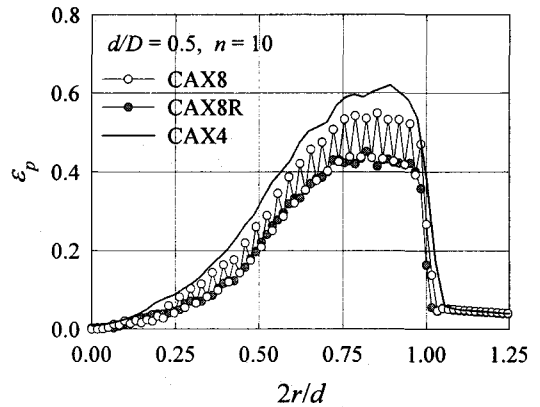
보여준다. 선형탄성재료 ($n = 1$)에서는 하중곡선과 해중곡선이 거의 일치하고, 변형경화지수가 증가할수록 동일 압입깊이에서의 하중이 감소한다.

탄소성 재료임에도 불구하고 선형 하중-변위 곡선이 관찰되는 것은 “비선형 “구형” 압입자가 비선형 탄소성 재료를 변형시키면서 비선형성이 상쇄되어 거시적 하중-변위 곡선은 오히려 선형적이 되기 때문이다.

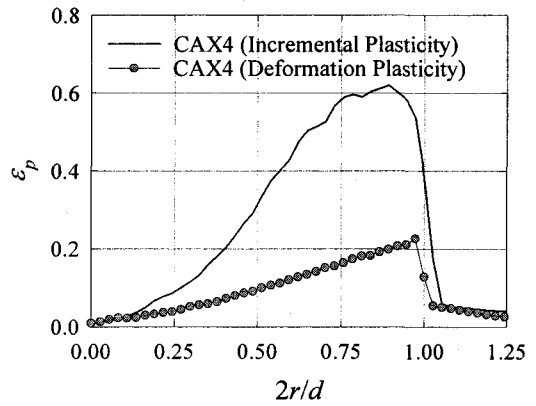
4. 소성이론에 따른 압입특성

4.1 요소종류 및 적용소성이론의 영향

본 절에서는 실제 압입변형특성을 설명할 수 있는 유한요소종류 및 소성이론을 살펴보기로 한다. Fig. 7(a)에는 증분소성 유한요소해석시 최대칭 4절점 요소 CAX4, 최대칭 8절점 요소 CAX8, 최대칭 8절점 감차적분요소 CAX8R 요소 (ABAQUS 라이브러리, 1998)⁽¹⁾에 따른 압입접촉 표면에서의 소성변형률 분포들이 비교되어 있다. 여기서 r 은 변형후 재료의 최대칭 중심으로부터의 거리를, l 은 재료표면으로부터 표면하부방향으로의 관측 깊이를 나타낸다. CAX8의 경우, 각 요소의 중간절점이 양단절점의 변형률값보다 작은 값을 주어, 압입 접촉면에서 유효변형률이 진동하는 현상이 발생한다. 비록 CAX8 중간절점과 CAX8R이 같은 변형률분포를 주기는 하나, CAX8 진동상하단부값중 어느 쪽이 실제 변형률값인지 판단하기 곤란하다. 중간절점이 없어 진동현상을 보이지 않는 CAX4 요소의 경우 대체로 CAX8의 상위 영역과 유사한 변형률 분포를 보여주고 있다. 이러한 요소특성들을 고려하여 본 연구에서는 진동현상을 보이지 않는 CAX4요소를 채택하기로 한다. 이때 보간함수가 한 차수 낮은 것을 보완하며 미세변형까지 충분히 감지할 수 있도록 압입하부 표면에 압입자직경의 0.25% 크기의 미세요소를 배치한다. Fig. 7(b)는 CAX4를 사용하여 얻은 반경방향을 따른 변형률 분포곡선들이다. 이로부터 변형소성이론과 증분소성이론의 해가 매우 상이함을 확인할 수 있다. 이는 실제적으로 비선형 탄성이론인 변형소성이론이 비례하중상태에서만 유효하기 때문이다. 즉 변형소성이론이 적용되기 위해서는 한 점에서의 응력성분들은 물론 각 점에서의 응력값들 사이에 항상 비례관계가 유지되어야 하나, 압입하부의 실제변형은 전혀 비례적이지 않기 때문이다.



(a)



(b)

Fig. 7 Comparison of equivalent plastic strain distribution at the contact surface according to (a) element type and (b) plasticity theory.

4.2 증분 및 변형소성이론의 비교

동일한 압입깊이하에서 변형소성이론과 증분소성이론으로 얻은 압입하부의 등가응력 분포가 Fig. 8에 나타나 있다. 압입시 최대응력은 변형소성이론에서는 압입중심의 하단부, 증분소성이론에서는 압입중심으로부터 $0.4d$ 정도 떨어진 표면부에 위치한다. 비례하중을 가정한 비선형탄성해석을 하는 변형소성이론은 Fig. 7(b)에서 보는 바와 같이 압입접촉영역의 외부부를 제외하면 실제와는 상당히 다른 소성변형률값을 준다. 또한 pile-up된 양도 큰 차이를 보인다. 이는 압입직경에 직접 영향을 미치는 요소이므로 변형소성이론을 적용하여 계산된 압입직경은 실제와 상당한 차이를 보인다고 할 수 있다.

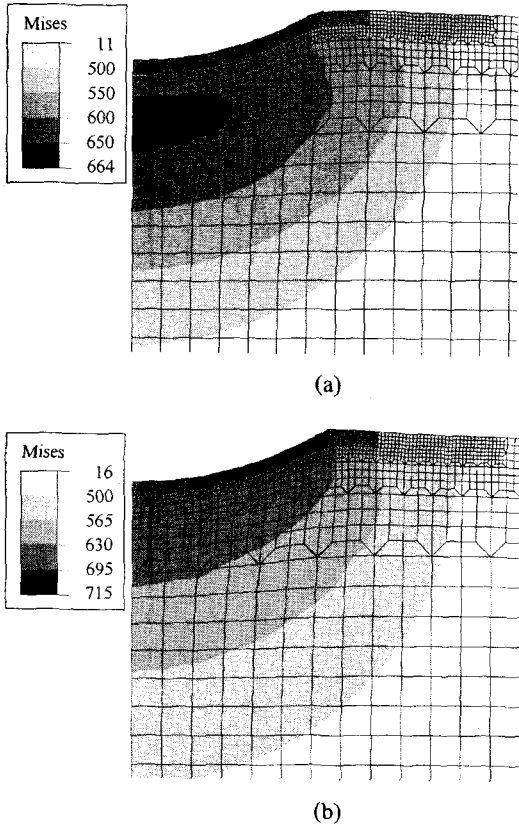


Fig. 8 The distribution of Mises stress using (a) deformation plasticity theory (b) incremental plasticity theory ($h_1/D = 6.5\%$, $f = 0.1$, $n = 10$, $\sigma_0/E = 400/200 \times 10^3$).

4.3 새 압입관측지점

Fig. 9은 변형경화지수 $n=10$, 마찰계수는 각각 $f=0, 0.1, 0.2$ 인 경우에 대해, $d/D=0.5$ 로 압입시 재료 표면으로부터 지정깊이 (l/D)에서 반경방향 r 에 따른 소성변형률 ϵ_p 의 분포를 나타낸 것이다. 그림이 보여주듯 접촉문제에 의해 표면에서는 변형률이 진동하고 압입하부로 갈수록 진동과 마찰계수의 영향이 줄어들는다. 마찰계수의 변화가 하중변위 곡선에 큰 영향을 미치지 않지만 [Fig. 6(a)], 변형률의 분포는 마찰계수에 큰 영향을 받을 수 있다. (Fig. 9) 따라서 본 연구에서는 압입 중심으로부터 $0.4d$ 만큼 떨어진 점을 변형률 측정점으로 선택하였다. 이 위치는 i) 마찰계수의 변형률에 대한 영향이 적고 ii) 변형률의 기울기도 작으며, iii) 같은 압입에 대해 Tabor의 변형률 예측지점보다 5배 정도 큰 변형률이 측정되는 장점을 갖는다.

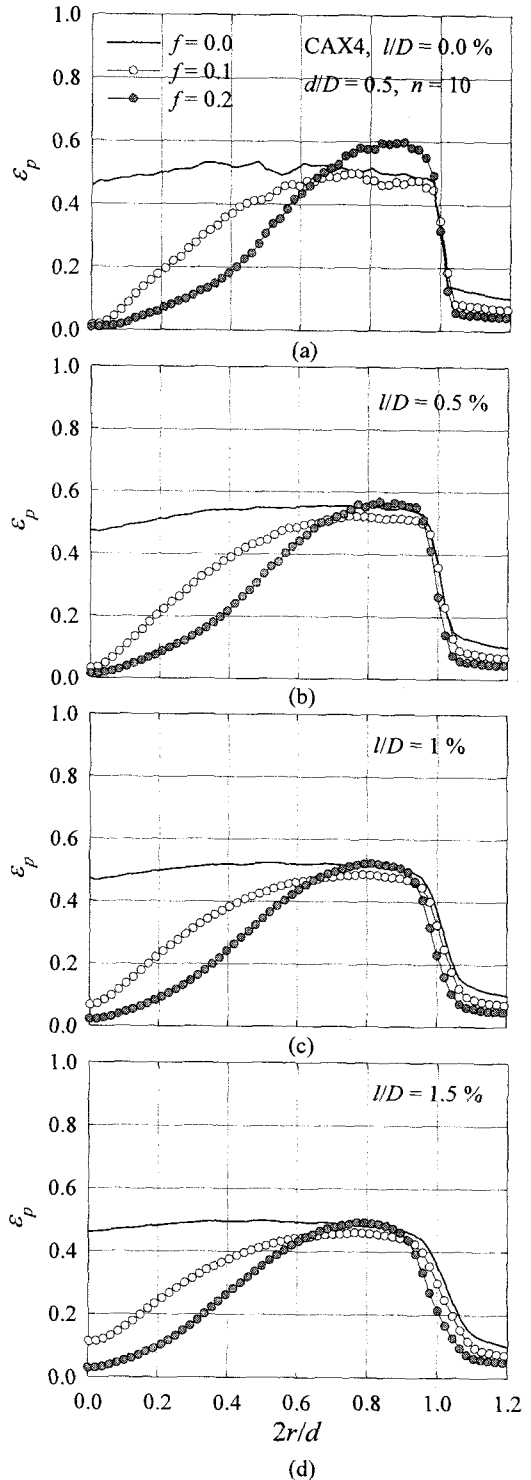


Fig. 9 Distribution of equivalent plastic strain at the depth of (a) $l/D = 0.0$, (b) $l/D = 0.5$, (c) $l/D = 1.0$, (d) $l/D = 1.5$ from the contact surface.

5. 결론

본 연구에서는 유한요소해석을 사용한 압입 시험의 전산모사를 통하여 각 물성치와 마찰계수가 하중-변위곡선에 미치는 영향을 분석하였다. 또한 비선형탄성해석을 하는 변형소성이론과 실제 소성 거동을 보여주는 증분소성이론에 기초한 유한요소 해석을 실시하여 압입형상 및 응력-변형률 분포 비교를 통해 변형소성이론에 근거를 둔 기존 압입 이론의 제한성을 검증하였다. 이상의 과정을 통하여 다음과 같은 결론을 도출하였다.

(1) 재료의 영률은 해중시 하중-변위 곡선의 기울기와 관련이 있으며, 항복변형률과 변형경화지수는 압입시 하중-변위 곡선의 기울기와 상관관계가 있다.

(2) 유한요소해석으로부터 변형소성이론과 증분소성이론에 의한 압입변형양상은 상당한 차이를 보였다. 따라서 실제 압입변형을 구현하기 위해서는 증분소성이론을 사용하여야 한다.

(3) 마찰계수의 변화는 하중-변위곡선에 미치는 영향은 적으나 압입하부의 응력-변형률 분포와 밀접한 관련이 있다.

(4) 압입 관측 지점에 따른 소성변형률의 변화와 마찰계수의 영향이 적으면서도 같은 압입깊이에 대해 최대 변형률을 얻을 수 있는 지점으로 압입 중심으로부터 $0.4d$ 만큼 떨어진 지점 표면하부를 선택한다.

후 기

본 연구는 1997년도 한국학술진흥재단 중점 연구소 지원 (1997-005-E00107)에 의해 이루어졌으며, 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) ABAQUS *User's Manual*, 1998, Version 5.8, Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.
- (2) 이진행, 이형일, 2000, "유한요소해에 기초한 새 압입이론," 대한기계학회 논문집 기고.
- (3) Tabor, D., 1948, "A Simple Theory of Static and Dynamic Hardness," *Proceedings of the Royal Society of London*, 192A, pp. 247~274.
- (4) Hertz, H., 1896, "Miscellaneous Papers by H. Hertz," Edited by Jones and Schott, Macmillan, London.
- (5) Haggag, F. M., Wang, J. A., Sokolov, M. A. and Murty, K. L., 1997, "Use of Portable/In Situ Stress-Strain Microprobe System to Measure Stress-Strain Behavior and Damage in Metallic Materials and Structures," *Nontraditional Methods of Sensing Stress, Strain, and Damage in Materials and Structures*, ASTM STP 1318, pp. 85~98.
- (6) Haggag, F. M., Nanstad, R. K., Hutton, J. T., Thomas, D. L. and Swain, R. L., 1990, "Use of Automated Ball Indentation Testing to Measure Flow Properties and Estimate Fracture Toughness in Metallic Materials," *Applications of Automation Technology to Fatigue and Fracture Testing*, ASTM STP 1092, pp. 188~208.
- (7) Francis, H. A., 1976, "Phenomenological Analysis of Plastic Spherical Indentation," *Transactions of the ASME*, pp. 272~281.
- (8) Meyer, E., 1908, *Z. Ver. Dtsch. Ing.* Vol. 52, pp. 645, 740 and 835.
- (9) George, R. A., Dinda, S. and Kasper, A. S., 1976, "Estimating Yield Strength from Hardness Data," *Metal Progress*, pp. 30~35.
- (10) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., 1968, "Plane Strain Deformation Near a Crack-tip in a Power Law Hardening Material," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 16, pp. 1~12.
- (11) Hill, R., Storakers, B. and Zdunek, A. B., 1989, "A Theoretical Study of the Brinell Hardness Test," *Proceedings of the Royal Society of London*, A423, pp. 301~330.
- (12) Biwa, S. and Storakers, B., 1995, "An Analysis of Fully Plastic Brinell Indentation," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 43, No. 8, pp. 1303~1333.
- (13) Matthews, J. R., 1980, "Indentation Hardness and Hot Pressing," *Acta Metallurgica*, Vol. 28, pp. 311~318.
- (14) Norbury, A. L. and Samuel, T., 1928, "The Recovery and Sinking-in or Piling-up of Material in the Brinell Test, and the Effects of These Factors on the Correlation of the Brinell with Certain Other Hardness Tests," *Journal of the Iron and Steel Institute*, Vol. 117, pp. 673.
- (15) Tirupataiah, Y., 1991, "On the Constraint Factor Associated with the Indentation of Work-hardening materials with a Spherical Ball," *Metallurgical Transactions A*, 22A, pp. 2375~2384.