

로터-스테이터 상호작용을 고려한 3차원 유동 해석

김 경 한^{*1}, 정 영 래^{*1}, 박 원 규^{*2}, 이 상 옥^{*3}

3-D Incompressible Viscous Flow Analysis Around A Rotor-Stator with Rotor-Stator Interaction

K. H. Kim, Y. L. Jung, W. G. Park, S. W. Lee

An iterative time marching procedure for solving incompressible internal flow has been applied to the flow around a rotor-stator. This procedure solves three-dimensional incompressible Reynolds-averaged Navier-Stokes equation on a moving, time-deforming, non-orthogonal body-fitted grid using second-order accurate schemes for the time derivatives and third/second-order accurate schemes for the spatial derivatives. To handle rotating geometry, the multiblock technique is applied and the overall flow domain is subdivided into two blocks. In each block, a grid is generated and flowfield is solved independently of the other blocks. The boundary data for each block is provided by the neighboring blocks using bilinear interpolation technique.

Key Words: Iterative Time Marching(반복 시간 진행법), Navier-Stokes Equation
(나비에-스톡스 방정식), Rotor-stator interaction(동익과 정익의 상호작용)

1. 서 론

3차원 로터-스테이터 주위의 유동은 매우 큰 비틀림 각 및 작은 세장비, 날개간의 근접성, 유동간섭과 높은 회전속도에 의해 유동자체가 원심력 효과, 휘어진 전연 보오텍스, 강한 팁 와류(Tip vortex), 틈새 유동(Clearance flow), 후연 보오텍스부의 형성, 동익과 정익사이에서의 상대운동으로 인한 복잡한 비정상 유동의 양상을 보인다. 그러나, 터보기계 주위의 유동해석은 터

보기계의 성능 예측이나 진동, 소음, 케비테이션 등의 계산을 위해 필수적이라 할 수 있다. 따라서 최근에 이에 대한 실험적인 방법으로는 Dring[1], Yamamoto[2], Nishiyama[3], 수치적인 방법으로는 Lakshiminarayana[4], 박원규[5] 등이 진행되어 왔었다. 본 연구에서는 3차원, 비정상, 비압축성 유동장을 예측할 수 있는 유동 해석 방법을 제시하고 내부 유동장의 비정상적 특성을 이해하는 데 있다. 이러한 유동을 풀기 위한 수치적 방법으로 Navier-Stokes 방정식 [6]을 이용하였다. 본 연구에서는 Dring 등에 의해 실험된 터빈으로 출구 마하수가 약 0.2 정도의 비압축성유동이다. 본 연구에서는 상호작용이 있는 3차원 터빈 유동을 해석할 수 있는 프로그램은 개발하고 로터-스테이터의 상호작용

^{*1} 학생회원, 부산대학교 대학원 기계공학과

^{*2} 정회원, 부산대학교 기계공학과

^{*3} 국방과학연구소



과 복잡한 터빈 내부유동을 이해하는 데 있다.

2. 지배방정식 및 수치해석 방법

2.1 지배방정식과 반복 시간 진행법

3차원 비정상 상태 비압축성 점성 유동의 지배 방정식은 N-S방정식으로서, 이를 무차원화 한 후 일반화된 곡선좌표계로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\bar{E} - \bar{E}_\nu) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\bar{F} - \bar{F}_\nu) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\bar{G} - \bar{G}_\nu) = 0 \quad (1)$$

여기서, \bar{q} 는 유동벡터, \bar{E} , \bar{F} , \bar{G} 는 대류항이며, \bar{E}_ν , \bar{F}_ν , \bar{G}_ν 는 점성항을 의미한다.

식 (1)의 해를 구하기 위해 Time Marching 방법을 사용하였다. 우선, 운동량 방정식만을 생각해 보면 이 방정식은 포물선형 편미분방정식이므로 아래와 같이 Time Marching 방법을 이용하고, Newton 반복법을 적용하면,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta \tau} (\bar{q}^{n+1,k+1} - \bar{q}^n) + \delta_\xi \bar{E}^{n+1,k+1} \\ & + \delta_\eta \bar{F}^{n+1,k+1} + \delta_\zeta \bar{G}^{n+1,k+1} \\ & = \delta_\xi \bar{E}_\nu^{n+m,k+1} + \delta_\eta \bar{F}_\nu^{n+m,k+1} \\ & + \delta_\zeta \bar{G}_\nu^{n+m,k+1} \end{aligned} \quad (2)$$

윗첨자 n+1, n 은 시간 간격을 k+1은 반복계산을 의미한다. \bar{E} , \bar{F} , \bar{G} , \bar{E}_ν , \bar{F}_ν , \bar{G}_ν 를 (n+1) 시간단계와 (k) 반복단계에 대해 부분적으로 선형화시키면 다음과 같다.

$$\left(\frac{1}{\Delta \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} \bar{A} + \frac{\partial}{\partial \eta} \bar{B} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \bar{C} \right) \Delta \bar{q} = \omega \bar{R}^{n+1,k} \quad (3)$$

여기서 ω 는 완화계수(relaxation factor)이고 \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} 는 Jacobian 행렬로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \frac{\partial}{\partial q} (\bar{E} - \bar{E}_\nu); \quad \bar{B} = \frac{\partial}{\partial q} (\bar{F} - \bar{F}_\nu); \\ \bar{C} &= \frac{\partial}{\partial q} (\bar{G} - \bar{G}_\nu) \end{aligned} \quad (4)$$

그리고, 여기서 $\bar{R}^{n+1,k}$ 는 잔류벡터라 불리는 항으로 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \bar{R}^{n+1,k} &= -\frac{1}{\Delta \tau} (\bar{q}^{n+1,k} - \bar{q}^n) - \\ & (\delta_\xi \bar{E}^{n+1,k} + \delta_\eta \bar{F}^{n+1,k} + \delta_\zeta \bar{G}^{n+1,k}) + \\ & (\delta_\xi \bar{E}_\nu^{n+1,k} + \delta_\eta \bar{F}_\nu^{n+1,k} + \delta_\zeta \bar{G}_\nu^{n+1,k}) \end{aligned} \quad (5)$$

연속 방정식은 비압축성 유동해석을 효율적으로 수행하기 위해 MAC (Marker-and-Cell) 방법[7]의 개념을 이용하면,

$$p^{n+1,k+1} - p^{n+1,k} = \Delta p = -\beta (\nabla \cdot V) \quad (6)$$

여기서 β 는 완화계수(relaxation factor)를 의미하며 난류 유동장 해석을 위한 Baldwin-Lomax 난류모델[8]이 사용되었다.

2.2 격자계 및 유동정보 보관

본 연구에서와 같이 덕트가 있는 프로펠러 주위의 유동을 계산하기 위한 격자는 그형상의 복잡성으로 인하여 단순한 형태의 단일 격자로 나타내는 것이 어렵다. 흔히 복잡한 형상 주위의 유동계산에서는 유동영역을 몇 개의 계산 영역으로 나눈 multi-block 형태의 격자를 사용한다.

본 연구에서는 반경방향으로 대수적인 방법을 깃과 깃 사이 평면에서는 Thomson 등에 의해 개발된 타원형 미분방정식을 이용하는 방법을 복합적으로 적용하여 격자계를 형성한다. 정의 부분의 격자(85 × 29 × 29), 동익부분의 격자(85

× 29 × 29)으로 Fig.1과 같다.

독립된 격자들이 만나는 경계면에서의 유동 정보의 교환은 2차원인 경우에는 Cubic spline, 3차원인 경우에는 bilinear interpolation을 사용한다. Fig.2(a)에서 보간점 P와 P를 포함하는 4개의 격자점으로 이루어진 사각형을 Fig.1(b)와 같이 좌표변환하면 P점에서의 임의의 물리량(속도, 압력 등) f_P 는 아래와 같은 bilinear interpolation에 의해서 결정된다.

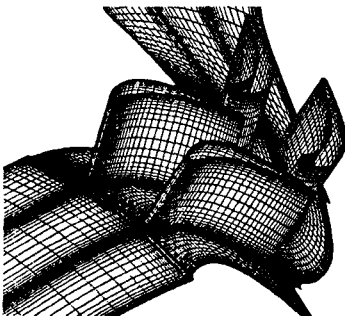
$$f_P = (1-\xi)(1-\eta)f_{i,j} + \xi(1-\eta)f_{i+1,j} + (1-\xi)\eta f_{i,j+1} + \xi\eta f_{i+1,j+1} \quad (7)$$

2.3 초기 조건 및 경계 조건

본 연구에서는 정익과 동익 각각에 대해 유입경계조건으로 자유속도를 주었고, 압력은 내부에서 외삽하였고, 유출 경계 조건으로 압력과 속도에 대해 외삽하였다. 로터는 정지상태에서

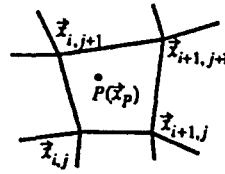


(a) Side view

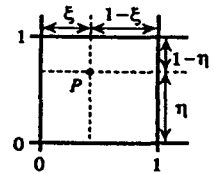


(b) Computational grid

Fig. 1 3D configuration of rotating grid system



(a) Cartesian coordinate



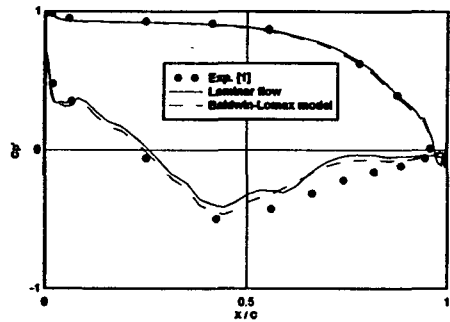
(b) Normalized local coordinate

Fig. 2 Bilinear interpolation

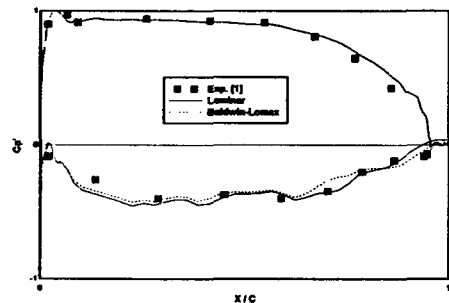
순간적으로 회전한다고 할 수 있으므로, 정지시의 자유유동을 초기조건으로 사용하였고, 고체 표면에서는 점착조건과 표면의 법선 압력구배가 zero라는 조건이 사용되었다.

3. 결과 및 고찰

본 연구에서는 3차원 정익과 동익의 상대운동



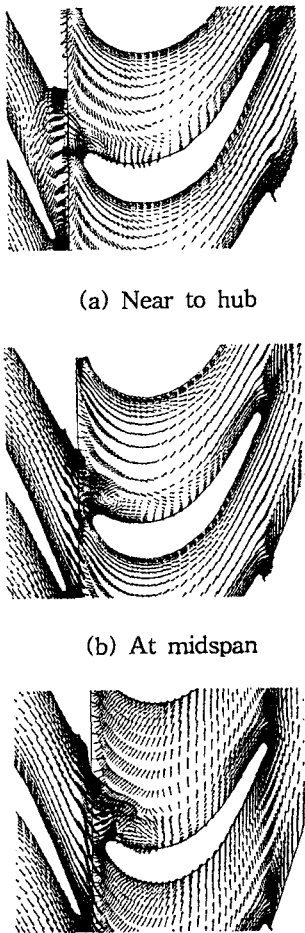
(a) Stator pressure distribution



(b) Rotor pressure distribution

Fig. 3 Time-averaged pressure coefficient

을 효율적으로 계산하도록 개발된 동익의 경계면처리 알고리즘과 유동계상용 프로그램의 검증을 위해 동일한 조건과 동일한 형상의 정익과 동익에 대해 실험된 결과[1]과 비교하였다. Fig. 3은 로터와 스테이터의 midspan에서의 압력을 비교한 것으로 여기서 사용된 압력계수는 $Cp' = (P - P_{T.E.}) / (P_T - P_{T.E.})$ 로 정의되고 $P_{T.E.}$ 는 trailing edge에서의 정압을 의미하고, P_T 는 정체성에서의 전압을 의미한다. 본 연구에서 계산된 압력계수는 실험결과[1]과 아주 잘 일치하는 결과를 얻었다. 정익과 동익에 대해 span의 높이에 따른 전체적인 속도벡터를



(a) Near to hub
(b) At midspan
(c) Near shroud
Fig. 4 Velocity vectors

Fig.4에 나타내었고, Fig.5은 로터와 스테이터 표면에서의 마찰력선을 나타내었다. Fig. 6은 interaction 주위에서의 속도벡터를 나타낸 그림으로 I=1은 로터와 스테이터의 추방향중간지점, I=3은 로터의 시작점, I=2는 3과 1의 중간지점, I=4는 2와 3의 거리이다. secondary vortex를 볼 수 있다.

전체적인 등압력선도는 정익의 선두부 부근에서 정체압력이 발생하고, 발생된 정체압력은 pressure side를 따라서는 완만하게 회복되는 반면 suction side를 따라서는 빠르게 회복되면서 속도의 가속이 이루어진다. 정익을 타고 흘러온 유동은 후미부에서 약한 박리가 발생되고 곧바로 동익으로 유입된다. 따라서 동익의 선두부 부근에서 역시 정체점이 발생되고, 정익의

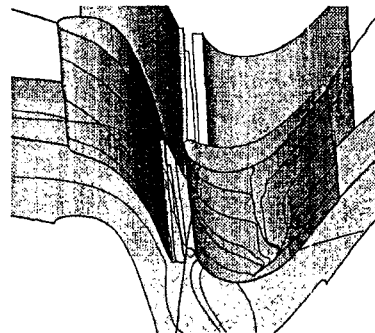


Fig. 5 Limiting streamline on the Rotor-stator surface

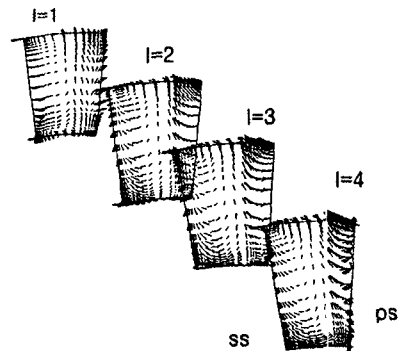
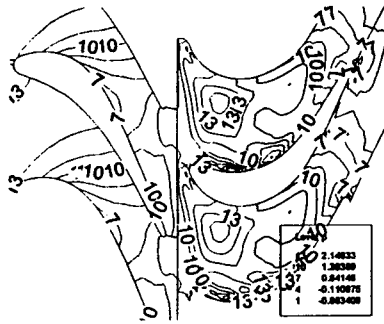
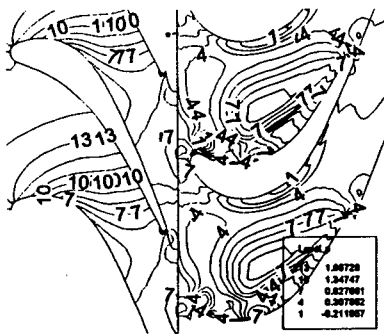


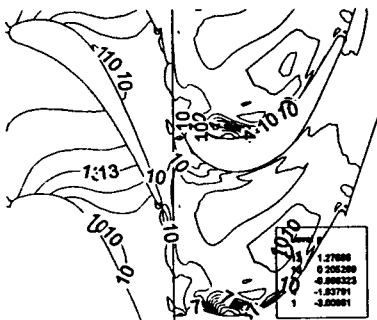
Fig. 6 Velocity vector around the interaction (1/2 pitch)



(a) Near to hub



(b) At midspan



(c) Near shroud

Fig. 7 Press contours around rotor-stator(1/2 pitch)

suction side를 타고 가속된 유동은 동익의 suction side에서 더욱 빠르게 가속이 이루어진다. 이러한 속도의 가속으로 인해 suction side에서는 낮은 압력이 발생되고 pressure side에서는 높은 압력이 발생됨으로 동익은 pressure side에서 suction side 방향으로 회전을 하게 된다.

다.

4. 결론

본 연구에서는 3차원 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 사용하여 동익과 정익의 상호작용을 고려한 익렬주위의 유동 계산을 수행하였다. 정익과 동익의 상호작용과 비정상상태 거동해석을 위해 정익과 동익의 경계면에서는 bilinear interpolation을 사용하여 물리량을 계산하였다. 본 연구에서 적용된 경계면 처리기법의 타당성 검증을 위해 축방향 로터-스테이터 간격이 15%인 정익과 동익에 대한 비정상상태 시간 평균 압력계수를 계산하여 실험결과와 비교하여 아주 잘 일치하는 결과를 얻었다. 차후로 동익과 정익의 간격과 동익의 피치길이 변화에 따른 정익과 동익의 상호작용에 관한 연구가 수행되어야 할 것이다.

참고문헌

- [1] Dring, R. P., Joslyn, H. D., Hardin, L. W., and Wagner, J. H., "Turbine Rotor-Stator Interaction," *Journal of Engineering for Power*, Vol. 104, 1982, pp. 729-742.
- [2] Yamamoto, A., Murao, R., Suzuki, Y., and Aoi, Y., "A Quasi-Unsteady Study on Wake Interaction of Turbine Stator and Rotor Cascades," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 117, 1995, pp. 553-561.
- [3] Nishiyama, T., "Unsteady Flows and Forces by Turbine Rotor-Stator Interactions," *JSME International Journal*, Vol. 33, No. 1. 1990, pp. 1-10.
- [4] Lakshminarayana, B. and Yu, W. S., "Numerical Simulation of the Effects of Rotor-Stator Spacing and Wake/Blade Count Ratio on Turbomachinery Unsteady Flows," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 117, 1995, pp. 639-646.
- [5] Park, W.G., Kim, H. W., Jung, Y. R., Kim, K. S., and Park, E. D., "Unsteady Incompressible Turbulent Flow Simulation of the Rotor-Stator Configuration," *Proceeding of the 6th International symposium on Transport*



- Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, Vol.2, 1996, pp. 257-267.
- [6] Lim, T. B. and Sankar, L. N., 1993, "Viscous Flow Computations of Flow Field around an Advanced Propeller," AIAA Paper 93-0873.
- [7] Vecelli, J. A., 1969, "A Method for including Arbitrary External Boundaries in the MAC Incompressible Fluid Computing Technique," Journal of Computational Physics, Vol.4, pp.543-551.
- [8] Baldwin, B. S. and Lomax, H., 1978, "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," AIAA Paper 78-0257,