

원형 Cylinder 주위의 Vortex Shedding에 관한 수치 해석 연구

A Numerical Study of laminar vortex-shedding past a circular cylinder

○김태균¹⁾, 허남건²⁾

T. G. Kim, N. Hur

A Numerical study of laminar vortex-shedding past a circular cylinder has been performed widely by many researchers. Many factors, such as numerical technique and domain size, number and shape of grid, affected predicting vortex shedding and Strouhal number. In the present study, the effect of convection scheme, time discretization methods and grid dependence were investigated. The present paper presents the finite volume solution of unsteady flow past circular cylinder at $Re=200, 400$. The Strouhal number was predicted using UDS, CDS, Hybrid, Power-law, LUDS, QUICK scheme for convection term, implicit and crank-nicolson methods for time discretization. The grid dependence was investigated using H-type mesh and O-type mesh. It also studied that the effect of mesh size of the nearest adjacent grid of circular cylinder. The effect of convection scheme is greater than the effect of time discretization on predicting Strouhal. It has been found that the predicted Strouhal number changed with mesh size and shape.

1. 서론

원주나 무딘 물체 주위를 흐르는 유동은 특정한 Re 수 이상이 되면 유동의 불안정성으로 인하여 시간에 따라 주기적으로 진동하는 와류를 형성하게 된다. 이 현상을 Karman vortex street 라 하는데 이 유동은 공학적 관심뿐만 아니라 실질적인 산업 분야에 다양하게 응용되므로 실험뿐만 아니라 수치 해석 방법으로도 광범위하게 연구되고 있다. 실험적으로는 Chen, Ballengée등[1]에 의해 St 수와 Re 수의 관계에 대하여 연구되었으며, Hatfield등[2]은 vortex shedding현상의 특징들에 관하여 논의하였다. 수치 해석 방법을 이용한 연구로는 맹주성등[3]이 시간에 대하여 Implicit법, 3 단계 준위법을 이용하고 LUDS, QUICK, CUI, TVD등 대류항의 고차 이산화 방법을 이용하여 원주 후류 해석의 경제적 수치 기법에 대하여 연구하였으며, Robert R.등[4]은 Re 수가 200일 때 Shear flow의 영향이 양력 계수와 항력 계수에 미치는 영향을 연구하였다. 현진성등[5]은 Discrete vortex method등을 이용하여 Re 수가 100일 때 원주 후류의 St 수를 예측하여 실험과 비교하였다. 또한 A. K. Saha[6], G. Bosh등[7-8]은 Standard $k-\epsilon$, RNG $k-\epsilon$ 등의 난류 모델을 이용하여 Re 수가 22000일 때의 St 수를 계산하여 0.14에서 0.15의 값을 얻었으며 원주 후류 해석에 적합한 난류 모델에 대하여 논의하였다. 또한 격자의 조건 등에 따른 St 수 예측의 영향에 대한 연구도 진행되었다. R. Frank등[9]은 사각주와 원주 후류 해석에서 St 수와 양력 계수 항력 계수의 격자 밀도 의존성에 관한 연구를 진행하였다. 또한 QUICK법과 Implicit 방법을 이용하여 Re 수 100과 200에 대하여 원주와 첫 번째로 인접한 격자의 간격이 0.0038과 0.0013일 때의 원주 후류의 St 수의 변화에 대하여 고찰하였다. 또한 M. P. Arnal등[10]에 의해 Re 수 500일 때 격자 구성 119×137 , 60×69 , 40×45 에 대하여 원주 후류 해석의 격자 의존성에 대하여 연구하였다. A. Sohankar등[11]은 격자의 크기와 밀도 변화에 대하여 비교 연구하여 Re 수가 200일 때 항력 계수가 격자의 밀도에 따라 약 3%정도 차이가 남을 연구하였다. 또한 Re 수가 100일 때 단위 길이당 격자의 개수가 20에서 40일 때까지 수치 해석을 수행하여 격자의 개수가 변함에 따라 St 수가 0.142에서 0.146까지 변화함을 보인다 있다. P. Anagnostopoulos등[12]은 Blockage ratio와 격자의 수 변화에 대하여 원주에서 유동의 박리 각도와 후류의 크기 등에 대하여 연구하였다. 위의 기존

1. 서강대학교 대학원 기계공학과 (121-742, 서울시 마포구 신수동 1번지, Tel:02-707-2681)
2. 서강대학교 기계공학과 (121-742, 서울시 마포구 신수동 1번지, Tel:02-705-8637)

Table 1 Strouhal number in comparison with other numerical study

	Re	St
A. Sohankar <i>et al.</i>	200	0.203
Rogers <i>et al.</i>	200	0.190
Rosenfeld	200	0.20
Braza <i>et al.</i>	200	0.20
Miyake	200	0.196
Kiya <i>et al.</i>	100	0.150
A. Sohankar <i>et al.</i>	100	0.190
맹주성 등	200	0.188~0.196

연구들은 수치 해석 기법 격자의 수 등 다양한 인자들이 원주 후류를 수치 해석하는데 영향을 미치고 있음을 보여 준다. Table 1은 기존의 다른 연구에서 수치 해석으로 예측된 St 수이다.

본 연구에서는 대류항의 차분법과 시간항의 이산화 방법의 차이가 St 수 예측에 미치는 영향을 알아보았다. 또한 격자의 변화가 미치는 영향에 대해서도 고찰하였다. 수치 계산은 Re수가 100과 200인 경우에 진행하였으며, 대류항에 대해서는 1차의 UDS (Upwind difference scheme), Hybrid, Power-law방법과 2차 정도를 갖는 CDS(Central difference scheme)과 LUDS(Linear upwind difference), 3차 정도를 가지는 QUICK 방법을 이용하였으며, 시간항에 대해서 Implicit 법과 Crank-Nicolson 법을 이용하여 수치 해석을 하였다. 격자의 의존성에 대해서는 격자의 형상과 크기가 미치는 영향을 알아보았다. H형의 격자를 이용하여 원형 실린더의 형상을 만들 경우 네 귀에 원하지 않는 찌그러진 격자들이 존재하게 된다. 이것은 유동 해석의 결과에 영향을 미칠 수도 있다. 따라서 이러한 H형의 격자 영향을 O형의 격자와 비교하여 수치 해석하였으며 또한 원주에 바로 인접하는 격자의 크기에 대해서 원주 후류 해석에 미치는 영향을 고찰하였다.

2. 지배 방정식 및 수치 해석 방법

수치 해석은 본 연구실에서 개발 중인 Turbo-3D[13]를 이용하였다. Turbo-3D는 지배 방정식으로 비압축성 정상 상태의 Navier-Stokes 방정식을 이용한다. 식 (1)과 (2)는 연속 방정식과 운동량 방정식을 직교 좌표계 y 와 일반 좌표계 x 와의 좌표 변환 $y^i=y^i(x^j)$ 의 Jacobian J 를 구성하는 행렬 $\partial y^i/\partial x^j$ 의 cofactor β^i_j 를 사용하여 일반 경계 밀착 좌표계에서 표현한 식이다.

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial x^j} (\rho u_m \beta^{mj}) = S_m \tag{1}$$

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial x^j} [(\rho u_m u_i - T_{mi}) \beta^{mj}] = S_i \tag{2}$$

여기서 u_i , ρ 및 S 는 각각 속도, 밀도, 생성항이며 그리고 사용된 다른 변수식 (3)과 같다.

$$T_{mi} = -p \delta_{mi} + \frac{1}{J} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x^n} \beta_m^n + \frac{\partial u_m}{\partial x^i} \beta_n^i \right) \tag{3}$$

계산에 사용된 알고리즘은 SIMPLE을 비정상 유동을 계산 할 수 있도록 변형하여 사용하였다. 또한 집중 격자 사용 시 발생하는 압력의 decoupling을 방지하기 위하여 Rhie & Chow의 운동량 보간법을 사용하였다. 최종적인 이산화 방정식의 해를 구하기 위해서는 속도 및 스칼라량 계산에

는 SIP solver를 사용하였고, 압력 계산에는 MCGM을 사용하였다.

3. 경계 조건 및 수치 해석

Fig. 1은 본 연구에서 사용된 계산 영역이다. 유동의 입구는 원주의 앞쪽에 원주 지름(D)의 20배 떨어진 곳에 위치 시켰으며, 출구는 원주 뒤쪽으로 25D에 위치 시켰다. 이것은 A. Shohaka[9]에 의해서 입구와 출구 경계 조건이 원주 후류 형성에 영향을 적게 미치는 계산 영역임이 연구되었다. 경계 조건은 Fig. 1에서와 같이 유동의 유입구는 U_0 의 초기 속도를 주었으며, 그 반대면은 출구 조건, 위아래 면은 대칭 경계 조건을 이용하였으며 원주의 면은 벽면 경계 조건을 이용하였다. 유동은 층류로 가정하였다. 밀도는 1000kg/m^3 , 점성 계수는 $0.001\text{ N}\cdot\text{s/m}^2$ 을 이용하였다. H형 격자는 Turbo-3D를 이용하여 계산하였으며 O형 격자를 이용한 계산은 상용 CFD 코드인 Star-CD[14]를 이용하였다. Fig. 2는 H형 격자와 O형 격자의 형상을 나타낸다. 사용된 격자의 개수는 160×146 으로 23360개이다. 계산은 본 연구실에서 보유 중인 Origin2000 (4xP10k CPU, 2GB memory, 54GB HDD)의 CPU 한 개를 사용하였다. 1500 시간 간격을 계산 하였으며, 계산 시간은 Turbo-3D인 경우 하나의 시간 간격을 계산하는데 평균적으로 28.8 초 정도 걸렸으며 Star-CD인 경우 약 14초 정도 걸렸다.

4. 결과

Fig. 3은 여러 가지 대류 차분법에 대한 원주 후류 속도 변화를 나타낸 그래프이다. 계산은 H형 격자를 이용하였으며, 속도는 원주의 바로 뒷면에서 예측하였다. 시간이 지남에 따라 원주를 지난 유동은 불안정성으로 인해 유동이 주기적으로 상하로 진동하는 것을 확인 할 수 있다. Fig. 3에서 CDS로 계산한 것이 오류 확산의 영향으로 큰 속도 값을 가지고 진동하는 것을 볼 수 있다. QUICK방법으로 해석된 것과 비교하면 최대 속도 값이 2배정도 CDS로 해석한 것이 높은 값을 가지고 있는 것을 볼 수 있다. Table 2는 Re수 200과 400에 대하여 대류 차분 방법과 시간항의 이산화 방법 변화에 따른 St 수를 나타낸다. 0.002초의 시간 간격을 이용하였으며 이것은 진동 주

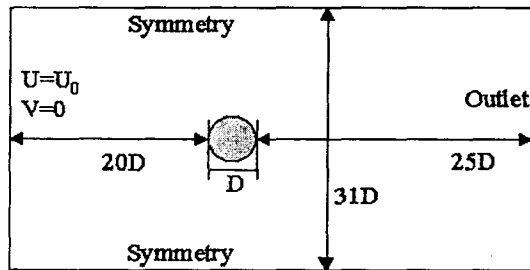


Fig. 1 Computational domain and boundary condition

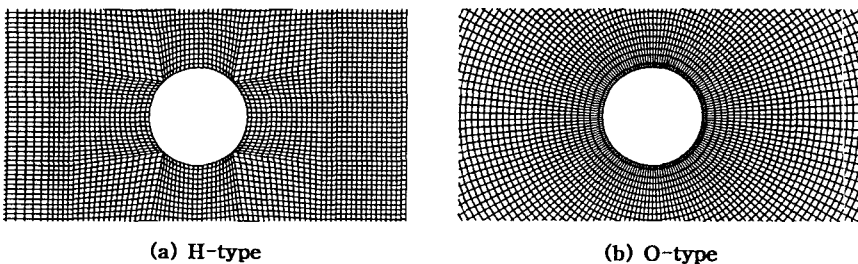


Fig 2. Computational mesh

기의 1/50 정도의 시간에 해당된다. 대류 차분 방법의 변화에 따른 St 수의 변화는 고차의 대류 차분 방법을 이용할수록 St 수가 크게 예측되는 것을 볼 수 있다. Re수가 200인 경우 1차 정도를 갖는 UDS와 3차 정도를 갖는 QUICK방법으로 계산된 St 수는 약 0.1 정도의 차이가 나고 있음을 볼 수 있다. 이것은 오류 확산의 영향으로 오류 확산이 줄어들면 St수가 커지는 것을 확인 할 수 있다. 또한 St 수의 변화는 시간항의 이산화 방법 변화에 의한 것보다 대류항의 이산화 방법에 의한 영향이 더 큼을 알 수 있다. 이번 연구 결과와 Table 1의 기존 연구 결과와 비교해 보면 저차의 대류 차분 방법을 이용해서 해석한 값은 기존의 결과와 약5%정도 차이를 보였으나 QUICK등의 고차 차분 방법을 이용해서 계산한 결과는 약 1%정도 차이를 보임을 알 수 있다. 맹주성등[1]에 의해 연구된 결과 중 CDS의 결과를 비교해 보면 본 연구와 약 2%정도로 잘 예측하고 있음을 볼 수 있다. 다음으로는 격자의 의존성에 대하여 수치 해석을 진행하였다. 원주 주위의 격자를 H형 격자와 O형 격자를 이용하여 수치 해석을 하고 또한 각각의 경우에 대하여 원주와 가장 인접한 격자의 크기를 변화하면서 St 수를 관찰하였다. 격자의 크기는 원주의 반지름(R)과 격자 간격 변화(Δr)에 대하여 $\Delta r/R$ 로 무차원화 하여 나타내었다. 시간에 대해서는 Implicit법을 이용하였고, 대류항에 대해서는 QUICK법을 이용하였다. 시간 간격은 0.001초로 진동하는 한 주기의 1/100정도를 이용하였다. Re수는 200인 경우에 대하여 계산을 하였다. Table 3은 격자의 형상과 $\Delta r/R$ 의 변화에 따른 St 수를 나타낸 것이다. O형 격자의 형상으로 계산한 경우가 H형 격자를 사용한 경우보다 높은 값의 St 수를 나타내고 있다. H형의 격자를 이용하여 Star-CD로 계산한 경우에도 $\Delta r/R$ 가 0.08인 경우에 0.255로 O형을 이용하여 계산 한 것과 1%정도 차이를 나타내고 있다. H형 격자를 이용하여 Star-CD로 계산한 것과 Turbo-3D로 계산값은 3%정도 차이를 보이고 있다. Table 3에서 H형 격자의 경우는 격자의 간격이 커질수록 St 수가 커지는 경향을 보였다. 격자의 간격이 가장 큰 0.2인 경우 St 수가 0.231로 가장 큰 값을 나타냈으며 격자의 간격이 가장 작은 경우인 0.02인 경우 0.222의 값이 예측되어 약 1%의 차이를 보였다. O형의 격자로 계산 한 경우는 격자 간격의 변화에 따라 어느 값에 도달하면 St 수가 커졌다가 이외의 값에서는 작아 지는

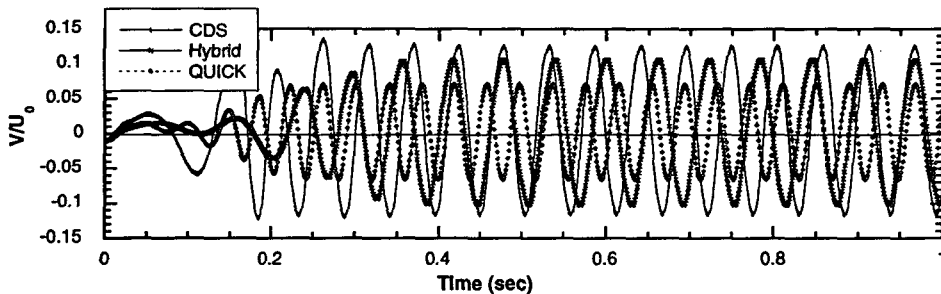


Fig. 3 Velocity prediction for various convection scheme (Re=400, $\Delta t=0.002$ sec, Crank-nicolson)

Table 2 Strouhal number in comparison with convection and time discretization

Convection Scheme	Re=200		Re=400	
	Implicit	Crank-Nicolson	Implicit	Crank-Nicolson
UDS	0.151	0.148	0.169	0.162
Hybrid	0.175	0.169	0.172	0.163
Pow.-law	0.178	0.168	0.172	0.163
CDS	0.178	0.172	0.192	0.184
LUDS	0.243	0.230	0.194	0.189
QUICK	0.246	0.235	0.265	0.256



Table 3 Strouhal number with various mesh type
($Re=200, \Delta t=0.001sec$)

$\Delta r/R$	H형 격자	O형 격자
0.2	0.231	0.258
0.16	0.225	0.261
0.08	0.223	0.266
0.04	0.222	0.238
0.02	0.222	0.235
0.01	0.222	0.236

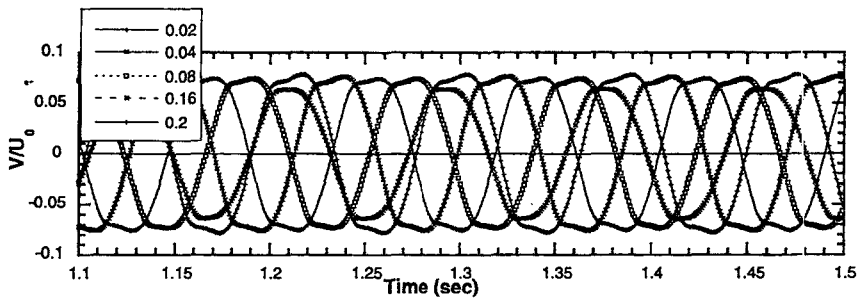


Fig. 4 Time dependent velocity dependence on $\Delta r/R$ (H-type mesh)

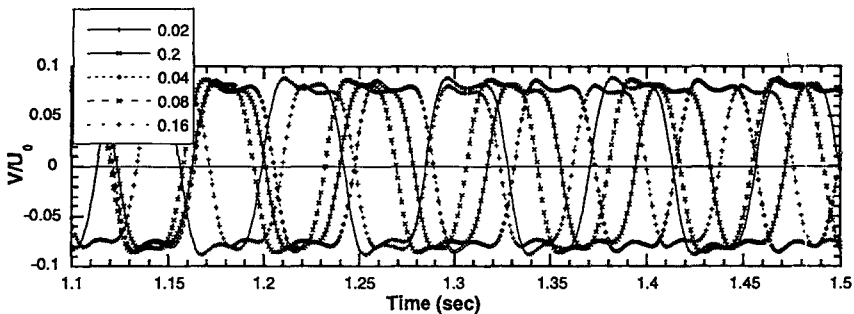


Fig. 5 Time dependent velocity dependence on $\Delta r/R$ (O-type mesh)

경향을 보인다. $\Delta r/R$ 가 0.08인 경우 0.266으로 가장 큰 값을 나타내었으며 $\Delta r/R$ 가 0.02인 경우 St 수는 0.235로 약 3%정도 차이가 나타났다. Fig. 4는 H형 격자를 이용하여 계산한 속도 변화 그래프이다. 측정 위치는 원주 지름의 2배의 거리 떨어진 곳에서 측정하였다. Fig. 5는 O형 격자를 이용하여 계산한 경우의 $\Delta r/R$ 변화에 대한 속도 변화를 나타낸 것이다. H형의 격자의 경우 St 수가 가장 큰 경우 경우에 속도값이 가장 크게 나타남을 볼 수 있다. O형의 격자를 이용하여 계산한 경우에도 St 수가 가장 큰 경우인 0.08일 때 속도 최대값이 가장 크게 나타나고 있음을 볼 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 원주를 지나 시간에 따라 주기적으로 진동하는 유동에 대하여 수치 해석을 진행 하였다. 우선 대류 차분 방법과 시간항에 대한 이산화 방법이 St수 예측에 미치는 영향에 대하여 고찰하였으며, 원주 주위의 격자의 형상의 변화에 대하여 St 수의 변화에 대하여 연구하였다.

본 연구를 통해서 대류항과 시간항에 대한 이산화 방법의 변화에 대한 St 수의 변화는 시간항에 대한 이산화 방법보다 대류항의 차분 방법에 대하여 더 큰 영향을 받음을 알 수 있었다. 또한 격자의 크기와 형상에 따라서 St 수가 변화함을 알 수 있었다.

참고 문헌

- [1] Chen, C. F., Ballenge D. B., "Vortex shedding from circular cylinders in an oscillating freestream.", *AIAA Journal*, Vol. 9, (1971), p.340~349
- [2] Hatfield H. M., Morkovin H. V., "Effect of an oscillating free stream on the unsteady pressure on acircular cylinder.", *ASME Journal of fluid engng.* Vol.95, (1973), p.249~254
- [3] 맹주성, 김용대, 최일곤, "시간과 격자 크기 변화에 따른 원주 후류 해석의 경제적 수치 기법", 대한 기계 학회 유체 공학 부문 추계 학술 대회 논문집, (1999), p.272~278
- [4] Robert R. Hwang, Y. C. sue, "Numerical simulation for shear effect on vortex shedding behind a square cylinder", *Proceedings of the Eight International Offshore and Polar Engineering Conference*, (1998), p.372~379
- [5] Hyung Jin Sung, Young Nam Kim, " Discrete vortex simulation of pulsating flow behind a normal plate", *Journal of fluid engineering*, Vol. 116, (1994), p.862~869
- [6] A.K.Saha, G. Biswas, K. Muralidhar, "Numerical study of the turbulent unsteady wake behind a patially enclosed square cylinder using RANS", *Compt. Methods Appl. Mech. Engng.* (1999), p.323~341
- [7] G. Bosch, W. Rodi, "Simulation of vortex shedding past a square cylinder with different turbulent model", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, (1998), p.601~616
- [8] G.Bosch, W. Rodi, "Simulation of vortex shedding past a square cylinder near wall", *Int. J. Heat and Fluid flow*, Vol.17, (1996), p.267~275
- [9] R. Frank, W. Rodi et al., "Numerical Calculation of laminar vortex-shedding flow past a cylinder", *J. wind Engng.*, Vol.35, (1990), p.237~257
- [10] M. P. Arnal, D. J. Georing, "Vortex shedding from a bluff body adjacent to a plane sliding wall", *J. Fluid Engng.*, Vol.14, (1991), p.357~369
- [11] A. Sohankar, C.Norberg, "Low-Reynolds number flow around a square cylinder at incidence : Study of blockage, onset of vortex shedding and outlet boundary", *International journal for numerical methods in fluid*, Vol.26, 1998, p.39~56
- [12] P. Anagnostopoulos, G. Iliadis, "Numerical Study of the blokage effects on viscous flow past a circular cylinder", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, (1996), p.1061~1074
- [13] 허남건, 조원국, 윤성영 등, "일반 비직교 좌표계를 사용한 3차원 범용 유동 해석 프로그램의 개발", 대한 기계 학회 논문집, 18권, (1994) p.3345~3356
- [14] Computational Dynamics Limited, "Star-CD manual version 3.0", 1996