

선형계획법을 이용한 최적조류계산

정경호*, 백영식*, 송경빈**, 추진부*** 원종률***
 * 경북대학교, ** 계명대학교 ***전력연구원

Optimal Power Flow with Linear Programming

G. H. Jung*, Y.S. Baek*, K. B. Song** J. B. Chu*** J. R. Won***
 * Kyungpook National University, ** Keimyung University ***KEPRI

Abstract - This paper presents new algorithm which is based on LP(Linear Programming) that guarantee convergence. It is considered to minimize generation cost and load shedding as object function subject to various constraints. The proposed algorithm use sensitivity matrix to re-dispatch generation power, so the total CPU time is saved.

1. 서 론

최적조류계산은 1962년 Carpentier에 의해서 처음 연구 되어 현재까지 국내외적으로 많은 연구가 수행되어 왔다. 현재는 신뢰도를 고려한 최적조류계산이 연구되고 있는 중이다[3]. 최적조류계산을 통하여 기존의 시행 착오법에 의한 경제운용으로는 풀기 어려운 문제들을 해결할 수 있고 시간이나 효율성을 증대시켜서 계통 운용업무 및 운용자의 업무효율의 확대등의 효과를 가져올 수 있다. 하지만, 최적조류계산은 방대한 크기의 전력계통과 많은 운용 제약조건, 계통의 비선형성 때문에 과거에 비선형계획법을 사용하였지만, 시간이 많이 걸린다는 단점 때문에 근래에 들어서 선형계획법으로 문제를 해결하고자 노력을 기울였다[8].

본 논문에서는 최적화 시간의 단축, 견고한 수렴성, 간결성을 특징으로 하는 선형계획법을 이용하여 최적조류계산을 수행 하고자 한다. 2차 함수의 발전비용곡선은 선형화하고 목적함수에는 발전비용의 최소화 뿐만 아니라 계통의 안정성을 위해 불가피한 상황에서는 부하차단을 고려하여 현실성을 높이고자 하였다. 여기에서 각 부하는 가중치가지며 이 가중치에 따라 합리적인 차단이 이루어 지도록 하였다. 또한, 선로제약을 효율적으로 다루고 모델계통에 적용하여 알고리즘을 검증하였다.

2. 본 론

2.1 문제의 정의

최적조류계산은 전력계통의 제어가 가능한 변수를 통하여 목적함수를 최적으로 만드는 문제로 정의 할 수 있으며 ELD(Economic Load Dispatch)에서 모선의 전압, 선로 용량제약, 전력수급방정식등을 만족하면서 발전기 발전비용을 최소화시키고자 하는 문제로 정의할 수 있다. 근래까지 NR법, LP법 그리고, 최근에는 GA를 이용한 방법이 이용되고 있으나 계통의 비선형성으로 인하여 계통이 커지면 수렴에 어려움이 있다. 이에 비해 수렴특성이 좋은 선형계획법을 사용하여 근래에 많이 사용하고 있는 추세이다.

최적조류계산의 일반적으로 식(1)~식(4)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && F(x) && (1) \\ & \text{subject to} && g(x) = 0 && (2) \\ & && h(x) \geq 0 && (3) \\ & && x_{\min} \leq x \leq x_{\max} && (4) \end{aligned}$$

목적함수 F(x)는 스칼라 함으로 발전비용 및 손실의 최소화와 근래에 많이 논의되고 있는 환경 친화적인 목적함수 등을 다룰 수 있지만 본 논문에서는 유효발전 비용을 최소화하기로 한다.

제어변수는 목적함수를 최적화 하고 제약조건을 만족시키기 위해 조절이 가능한 계통의 요소들로 발전력, 모선 전압, 탭비, 위상(위상조정기), 무효전력(SVC등) 등이 제어 변수가 될 수 있다.

제약 조건으로는 전력수급 방정식, 전압의 상하한치, 발전기 무효출력 상·하한치, 선로의 용량등을 고려하였다.

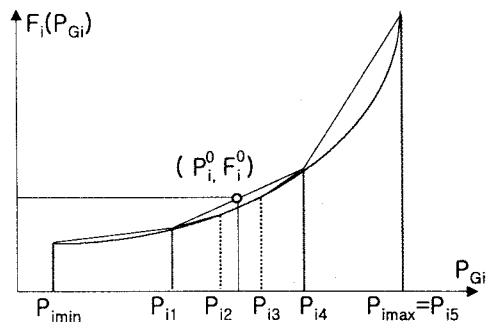
2.2. 정식화(Formulation)

선형계획법에 의해 문제를 풀기 위해서 목적함수 및 제약조건을 다음과 같이 선형화 한다.

가. 목적함수

목적함수로는 발전비용의 최소화를 고려한다. 발전기의 발전 비용곡선은 다음 그림1과 같다. 여기서, 발전 비용곡선을 선형화 하기 위해 최적화 초기에는 3개의 세그먼트(굵은실선)로 나누고, 1회 반복 후 초기해를 구한 다음 초기해가 속한 세그먼트를 다시 3부분으로 나누어 총 5개의 세그먼트로 나누어 선형화 한다. 발전기 비용함수는 식(5)와 같이 2차 함수로 표현된다.

$$F(P_i) = aP_i^2 + bP_i + c \quad (5)$$



<그림 1. 발전기 비용함수>

식 (5)를 선형화 하기 위해서 각 세그먼트에 있어서 기울기는 식(6)과 같이 정의 될 수 있다.

$$s_{ij} = \frac{F_i(P_{i,j+1}) - F_i(P_{i,j})}{P_{i,j+1} - P_{i,j}} \quad (6)$$

여기서, $P_{i1} - P_{imin} = P_{is1}$
 $P_{i2} - P_{i1} = P_{is2}$
 $P_{i3} - P_{i2} = P_{is3}$
 $P_{i4} - P_{i3} = P_{is4}$
 $P_{i5} - P_{i4} = P_{is5}$

라 두면,

각 발전기 마다의 계산되어지는 P_{Gi} 는 식(7)과 같이 된다.

$$P_{Gi} = P_{imin} + P_{is1} + P_{is2} + P_{is3} + P_{is4} + P_{is5} \quad (7)$$

N_G 개의 발전기가 있다고 가정한다면 목적함수는 다음과 같이 된다.

$$F = \sum_{i=1}^{N_G} [P_{imin} + P_{is1} + P_{is2} + P_{is3} + P_{is4} + P_{is5}] \quad (8)$$

나. 등식제약조건

고려한 등식제약 조건은 각 모선에서의 전력수급방정식으로 식(9)(10)과 같다.

$$P_{Gi} - P_{Di} = |V_i| \sum_j |V_j| Y_{ij} \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \quad (9)$$

$$Q_{Gi} - Q_{Di} = -|V_i| \sum_j |V_j| Y_{ij} \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \quad (10)$$

위 식을 선형화 하면 식 (11),(12)와 같이 된다.

$$(P_{Gi} + \Delta P_{Gi}) - P_{Di} = P_{i0} + \sum_{j=1}^{N_G} \left[\frac{\partial P_{Gi}}{\partial |V_j|} \Delta |V_j| + \frac{\partial P_{Gi}}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j \right] \quad (11)$$

$$(Q_{Gi} + \Delta Q_{Gi}) - Q_{Di} = Q_{i0} + \sum_{j=1}^{N_G} \left[\frac{\partial Q_{Gi}}{\partial |V_j|} \Delta |V_j| + \frac{\partial Q_{Gi}}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j \right] \quad (12)$$

여기서 P_{i0} , Q_{i0} 는 초기치로서 i 번째 모선의 주입전력을 나타낸다.

식 (11)에서 $(P_{Gi} + \Delta P_{Gi})$ 를 P_{Gi} 라 두고 식(7)을 적용하고, 식(11), (12)를 정리하면 식(13),(14)가 된다.

$$P_{imin} + P_{is1} + P_{is2} + P_{is3} + P_{is4} + P_{is5} - \sum_{j=1}^{N_G} \left[\frac{\partial P_{Gi}}{\partial |V_j|} \Delta |V_j| + \frac{\partial P_{Gi}}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j \right] = P_{i0} (|V_i|, \delta) + P_{Di} \quad (12)$$

$$\Delta Q_{Gi} - \sum_{j=1}^{N_G} \left[\frac{\partial Q_{Gi}}{\partial |V_j|} \Delta |V_j| + \frac{\partial Q_{Gi}}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j \right] = 0 \quad (13)$$

다. 부등식제약조건

부등식 제약 조건으로는 제어변수, 종속변수들의 상하한 값이 된다

$$x^{\min} - x^0 \leq \Delta x \leq x^{\max} - x^0 \quad (14)$$

$$x = [Q_g \ V \ P_G]^T \quad (15)$$

여기서, Q_g 는 각모선의 무효발전력, V 는 각 모선의 전압, P_G 는 유효발전력을 의미한다.

2.3. 부하차단(Load Shedding)을 고려한 경우

모선전압이나 선로조류에 대해 계통운용이 불가능한 심각한 위반사항이 발생하였을 경우 또는 발전력의 재분배로도 문제를 해결 할 수 없을 경우 부하를 차단해줌으로써 원활한 운용을 가능하게 하고자 한다.

가. 목적함수

부하차단을 고려한 경우 목적함수는 다음과 같이 수정 되어져야 한다.

$$F = \sum_{i=1}^{N_G} [P_{imin} + s_{i1}P_{is1} + s_{i2}P_{is2} + s_{i3}P_{is3} + s_{i4}P_{is4} + s_{i5}P_{is5}] + \sum W_i P_{Di} \quad (16)$$

각 부하별로 가중치 W_i 를 두어 부하 차단시 우선순위(priority)를 고려하여 부하차단이 이루어 지도록 한다.

나. 등식제약조건

$$P_{Di}^{new} = P_{Di}^0 - P_{Di}^s \quad (17)$$

식 (17)에 의해 등식제약조건은 (18)식과 같이 수정되어야 한다.

$$P_{imin} + P_{is1} + P_{is2} + P_{is3} + P_{is4} + P_{is5} - \sum_{j=1}^{N_G} \left[\frac{\partial P_{Gi}}{\partial |V_j|} \Delta |V_j| + \frac{\partial P_{Gi}}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j \right] + P_{Di} = P_{i0} (|V_i|, \delta) + P_{Di}^0 \quad (18)$$

또한, 차단되는 부하량은 식(19)와 같이 최대발전력의 합과 부하량의 합의 차이와 같아야 된다..

$$\sum P_{Di}^s = \sum P_{Di} - \sum P_{Di}^{\max} \quad (19)$$

다. 부등식 제약조건

부등식 제약조건에는 식(20)을 추가한다. 하한은 부하가 전혀 차단되지 않는 상태이며, 상한은 모든 부하가 차단될 경우이다.

$$0 \leq P_{Di}^s \leq P_{Di}^0 \quad (20)$$

2.4. 선로제약

선로제약을 고려하지 않은 최적화 결과 즉, 발전기 유효전력을 가지고 선로제약을 고려한 경우에 유효전력으로 재분배함으로써 선로제약을 고려한 유효발전력을 계산해 낸다.

가. 민감도행렬

계통의 조류는 모선의 발전력 변화에 따라 변하게 된다. 유효전력의 변화에 따라 변하는 전력조류를 계산하여 민감도 구해내고 행렬화함으로써 민감도 행렬을 구성할 수 있다.

나. 선로제약

$$S_{ij}(P_i - P_{i,old}) \leq P_{ic} - P_{i,0} \quad (22)$$

S_{ij} : 민감도 함수

$P_{i,old}$: 선형계획법 수행으로 획득되는 유효전력 값

P_{ic} : i 선로의 용량

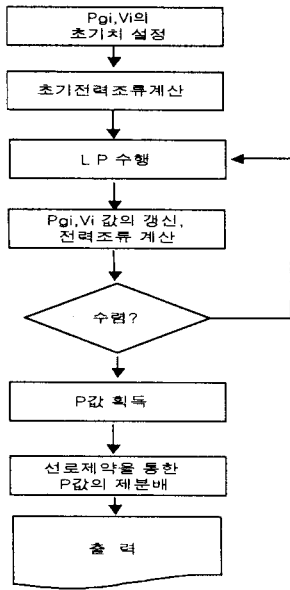
$P_{i,0}$: 현재 흐르는 전력량

i 모선에 관해서 유효전력의 변화는 식(23)과 같다

$$P_i - P_{i,0} = \Delta P_i \quad (23)$$

민감도 함수에 의해서 전력조류계산을 다시 하지 않고 각 모선간의 조류를 계산할 수 있고 그 계산된 값이 선로의 여유용량 보다 작아야 한다는 것을 부등식제약으로 두어 선로제약을 위반하지 않도록 유효전력으로 재분배하게 된다

3. 알고리즘

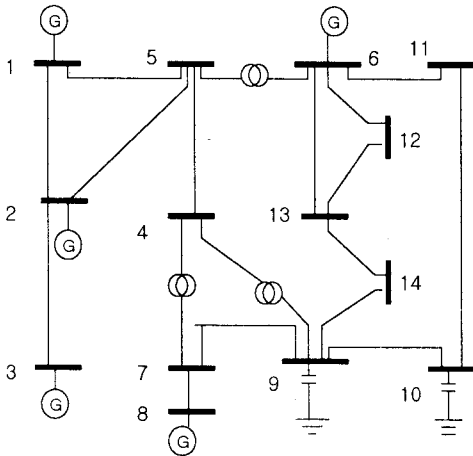


<그림 2. 전체순서도>

4. 적용사례

(1) 사례계통

본 논문에서 설명한 선형계획법에 의한 수렴성을 검증하기 위해 IEEE 14모선의 사례 계통에 대해 적용해 보았다.



<그림 3. IEEE 14모선>

표 1. 발전기 데이터

| 모선 번호 | Cost Function | | | Pg | | Qg | |
|----------|---------------|----|-------|-----|-------|------|-----|
| | 상수 | 1차 | 2차 | min | max | min | max |
| 1 | 43.4783 | 5 | 0.002 | 0.3 | 2.000 | -200 | 200 |
| 2 | 58.8235 | 7 | 0.004 | 0.3 | 0.800 | -40 | 50 |
| 3 | 46.729 | 9 | 0.006 | 0.3 | 0.700 | -10 | 40 |
| 6 | 60.6061 | 9 | 0.007 | 0.3 | 0.700 | -6 | 24 |
| 8 | 58.8235 | 4 | 0.005 | 0.3 | 0.700 | -6 | 24 |

(2) 결과검토

표 2. 결과 데이터

| 모선번호 | 유효발전 | 무효발전 | 전압 | 위상각 |
|------|---------|------------|---------|------------|
| 1 | 1.02629 | -0.0174991 | 1.05 | 0 |
| 2 | 0.3 | 0.627 | 1.05022 | -0.0423541 |
| 3 | 0.3 | 0.09 | 1.01104 | -0.114178 |
| 4 | 0 | 0 | 1.0258 | -0.0746504 |
| 5 | 0 | 0 | 1.02616 | -0.0620032 |
| 6 | 0.3 | 0.015 | 1.05306 | 0.0817404 |
| 7 | 0 | 0 | 1.04686 | -0.0325385 |
| 8 | 0.7 | 0.118083 | 1.06 | 0.0788418 |
| 9 | 0 | 0 | 1.04341 | -0.0807831 |
| 10 | 0 | 0 | 1.03774 | -0.0860821 |
| 11 | 0 | 0 | 1.04197 | -0.0862122 |
| 12 | 0 | 0 | 1.0382 | -0.0961427 |
| 13 | 0 | 0 | 1.03393 | -0.0966779 |
| 14 | 0 | 0 | 1.02112 | -0.105523 |

표 3. 선로제약 전, 후 유효발전량 비교

| 모선번호 | 선로제약이전 | 선로제약이후 |
|------|---------|----------|
| 1 | 1.02629 | 0.977399 |
| 2 | 0.3 | 0.312601 |
| 3 | 0.3 | 0.3 |
| 6 | 0.3 | 0.3 |
| 8 | 0.7 | 0.7 |

표2는 선로제약을 두지 않은 상태에서, 최적화를 수행한 결과 각 모선의 전압과 발전기 유효 및 무효전력의 출력을 나타낸 것이다. 표 3은 선로 제약을 둔 경우와 두지 않은 경우 발전 출력을 비교한 것으로 1번 모선이 1.02629에서 0.977399로 줄어 들었고, 2번모선에서 0.3에서 0.312601로 증가 하였다.

그 이유는 선로 1번에서 과부하가 됨에 따라 발전기 1의 출력을 줄이고, 부족한 발전량만큼을 발전기 2에서 발전시켜 줌 으로서, 선로 1에서의 과부하 또한 해소함을 보여주고 있다.

표 4. 선로계약 전,후 유효발전량 비교

| 선로번호 | 계약전 | 계약후 |
|------|-------------|-------------|
| 1 | 0.715787 | 0.664507 |
| 2 | 0.414888 | 0.415895 |
| 3 | 0.221536 | 0.22366 |
| 4 | 0.310613 | 0.304469 |
| 5 | 0.152971 | 0.155841 |
| 6 | -0.234936 | -0.233966 |
| 7 | -0.288609 | -0.285703 |
| 8 | -0.0851722 | -0.084981 |
| 9 | 0.216362 | 0.216255 |
| 10 | -0.699999 | -0.699999 |
| 11 | -0.0116285 | -0.0116891 |
| 12 | 0.047877 | 0.47888 |
| 13 | 0.0824928 | 0.0825982 |
| 14 | 0.0430719 | 0.0429663 |
| 15 | 0.0741203 | 0.0741075 |
| 16 | 0.16213 | 0.162076 |
| 17 | 0.113265 | 0.113332 |
| 18 | -0.00774692 | -0.00764186 |
| 19 | 0.0123917 | 0.012379 |
| 20 | 0.0376523 | 0.0375862 |

systems"

- [8] 하동완, "Multi-Segment Curve method를 이용한 선형 계획법 기반 최적조류계산" 경북대 석사학위논문 1999.12
- [9] Benjamin C.KUO "Automatic Control Systems", Prentice hall, fifth edition

5. 결 론

본 논문은 선형계획법을 기반으로 한 최적조류계산에 관한 연구로 목적함수로 부하차단을 고려한 발전비용 최소화를 시킨 최적화 알고리즘을 제안하였고, 사례계통을 통해서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 선형계획법을 이용한 최적 조류계산을 수행함으로써 해의 수렴성을 보장받을 수 있었다.
2. 부하차단 알고리즘을 제시해서 보다 현실적인 목적하에서 최적화 문제를 다루었다.
3. 민감도행렬을 이용하여 발전력을 재분배함으로써 최적화 단계에서 전력 조류계산에 소요되는 시간을 줄임으로써 전체 알고리즘 수행시간을 줄일 수 있었다.
4. 과부하가 발생한 선로에서 발전력을 재분배함으로써 선로 과부하를 해소할 수 있었다.

[참고문헌]

- [1] O.Alsac, J. Bright, M. Prais and B. Stott, "Futher Developments In LP_based Optimal Power Flow", IEEE Trans. Power Sys., VOL 5, NO 3, pp.697-711, Aug. 1990
- [2] W.F. Tinny, D.I.Sun, "Optimal Power Flow : Research and Code Development", EPRI EL-4891 Project 1724-1, Final Report Feb. 1987
- [3] Allen J. Wood, Bruce F. Wollenberg, "Power Generation, Operation and Control", second edition, A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc
- [4] I. J. Nagrath, O P Kothari "Power System Engineering" Tata MacGraw-Hill Publishing Company
- [5] Vincent Del Toro "Electric Power Systems" Prentice - Hall International Editions
- [6] K. P. Wong, A.Li, M. Y. Law, "Development of constrained-genetic-algorithm load flow method"
- [7] R.E.Griffith and R.A.Stewart "A Nonlinear Programming technique for the optimization of continous processing