

유도전동기의 자기등가회로 해석을 위한 시스템 매트릭스 구성

최재영* 이은웅* 정종호** 김성종* 우성봉*
 충남대* 서초전자공고**

Formation of System Matrix for analyzing Magnetic Equivalent Circuit of Induction Motor

Jae-Young Choi* · Eun-Woong Lee* · Jong-Ho Jeong** · Sung-Jong Kim* · Sung-Bong Woo*
 Chungnam National University* · Seocho Electronics Technical High School**

Abstract - To analyze the transient state of an induction motor, there have been studies for using the magnetic equivalent circuit method(MECD) instead of the time differential finite-element method. MECD which analyzes magnetic equivalent circuits after converting each part of an electric machine into the magnetic circuit elements, has the merits of short calculation-time and comparatively accurate results. To analyze an electric machine with MECM, we have to replace stator and rotor with the magnetic elements and express the air gap, where electromechanical energy conversion takes place, with the permeance. So in this study, to analyze an Induction Motor with MECM, we express the magnetic equivalent circuit as algebraic equations and then as the matrix for solving easily them. In particular, all relations are formed with matrixes to solve Mathematically them in the programming process later. As a result, this theory will be the basis on the static and dynamic analysis of an Induction Motor.

기기를 자기 등가회로법으로 해석하기 위해서 제일 먼저 행해져야 하는 것이 바로 기기를 자기적인 회로로 바꾸는 것이다. 자기회로를 구성하는 요소는 기자력원과 자기 저항의 역수인 퍼미언스 그리고 각 노드에서의 자기 스칼라 포텐셜이다. 여기에서 퍼미언스는 기기의 구조와 치수에 의해서 구해질 수 있는 것과 기기가 회전함에 따라 변하는 공극 퍼미언스로 구별할 수 있다. 전자는 기기의 구조와 치수를 알면 쉽게 구해 질 수 있지만 후자는 기기가 움직임에 따라 고정자 치와 회전자 치의 위치가 다르기 때문에 시변 주기적이게 된다.[3] 이렇게 얻은 퍼미언스 값은 자기 회로의 주요소가 되고, 자기 스칼라 포텐셜 및 자속과의 관계를 통해 대수 방정식이 세워지고 이에 대한 매트릭스를 얻게 된다.[4]

2.1.1 유전동기 해석 모델

표 1은 해석 모델에 대한 사양을 나타낸 것이고, 그림 1은 해석 모델에 대한 고정자 및 회전자의 모양을 나타낸 그림이다.

표 1. 해석 모델의 사양

정 격	3 φ, 4-pole, 220V 6.6A, 60Hz, 0.75kW	
공극의 길이	0.275(mm)	
철심의 길이	52(mm)	
고 정 자	외 경	145(mm)
	내 경	90(mm)
	슬롯 수	36
	슬롯의 깊이	12.2(mm)
	슬롯의 개방폭	2.2(mm)
회 전 자	외 경	89.45(mm)
	내 경	22(mm)
	슬롯 수	44
	슬롯의 깊이	10.25(mm)

1. 서 론

전동기의 기본적인 역학 모델은, 고정자와 회전자 사이의 토오크가 단지 자속과 전류에 의해서 발생하는, 자기 에너지 전부가 공극에 저장되는 전기 기계적 시스템으로 묘사된다. 이러한 모델의 일반화는 고정자와 회전자 치들의 수와 모양, 고정자 권선 등에 따라서 비교적 쉽게 나타낼 수 있다. 전동기를 자기등가회로법을 이용해서 해석하게 되면, 계산 시간이 짧고 과도상태에서의 변화량을 연속적으로 차기 상태에 적용하므로써 불가능하게 여겨졌던 전동기의 과도상태를 비교적 정확하게 구할 수 있다. 이러한 이유로 자기등가 회로법에 대한 연구가 필요하다. 이 해석법의 주요소는 자기 저항의 역수인 퍼미언스이다. 전동기의 각 부분은 기하학적인 면에 따라 각각 퍼미언스 값으로 나타내어지고, 기자력원과 함께 자기 등가 회로를 구성하게 된다. 특히 회전자가 회전하면서 자속 통로의 치수가 변하게 됨으로써, 고정자 치와 회전자 치의 상응 위치에 따라 공극에서의 퍼미언스가 변하게 된다. 이것은 자속의 흐름과 관련이 있으며 결국 회전자 축에 발생하는 유도기전력 크기를 변화시키는 원인이 된다.

따라서 본 논문에서는 이에 대한 해석을 위해서, 해석 모델에 대한 자기회로를 구성하고 이에 대한 대수 방정식을 매트릭스 식으로 나타내고, 기기의 외부 소스인 전류 및 이로 인한 자속 관계를 표현할 수 있도록 매트릭스를 구성한 후, 이 매트릭스들을 고려하여 확장된 시스템 매트릭스를 구성하고자 한다.

2. 본 론

2.1 자기회로

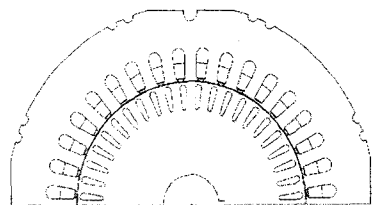


그림 1. 해석 모델

그림 1에 보여지는 모델은 자기회로로 나타내기 위해 고정자와 회전자 기본 쌍극자(elementary pole pair) 부분을 나타낸 것이다. 기기의 모든 부분을 자기동기회로로 표현하게 되면 많은 수의 요소가 있게 된다. 따라서, 해석의 정확성 면에서 어떠한 손실 없이 이 복잡한 회로를 줄일 수 있는 방법은 기기의 자기적 극성이 N - S - N - S로 반복되는 것 중에서 이것의 반만을 해석하는 것이다. 이러한 대칭 구조를 기본 쌍극자이라 한다. 어떠한 모델에서든지 기기의 전체 부분을 해석하는 것 대신에 기본적 쌍극자만을 계산하면 된다.

2.1.2 자기회로 구성

그림 2는 유도 전동기 해석 모델을 자기동기회로로 표현한 것이다. 이것은 두 개의 고정자 치와 회전자 치, 그리고 이것에 상응하는 슬롯과 요크에 대해서 자기동기회로로 나타낸 것이다. 그림 2에서 공극 퍼미언스 G는 고정자에 대한 자기 동기 회로와 회전자에 대한 자기 동기 회로를 서로 연결하고 있다.

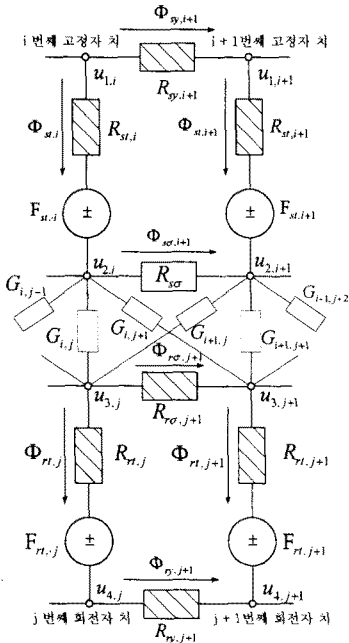


그림 2. 유도전동기의 자기 동기 회로

그림 2에서 보여지는 것처럼 공극 퍼미언스는 고정자 치들과 회전자 치들 사이의 자속 경로를 형성함으로써 여러개의 요소를 구성하지만 대부분은 0이 된다. [3]

2.2 자기회로의 대수 방정식 매트릭스 구성

식(1)~(4)는 그림 2의 자기동기회로에 대한 대수 방정식을 매트릭스형으로 표현한 것이다. [4]

$$A_{1,1} u_1 = -\phi_{st} \quad (1)$$

$$A_{2,2} u_2 + A_{2,3} u_3 = \phi_{st} \quad (2)$$

$$A_{3,2} u_2 + A_{3,3} u_3 = -\phi_{rt} \quad (3)$$

$$A_{4,4} u_4 = \phi_{rt}' \quad (4)$$

식(1)~(4)을 다시 쓰면 식(5)가 된다. 식(5)에서

$$\phi_{st} = [\phi_{st,1} \ \phi_{st,2} \ \dots \ \phi_{st,k}]^T$$

$$\phi_{rt} = [\phi_{rt,1} \ \phi_{rt,2} \ \dots \ \phi_{rt,l}]^T$$

$$\phi_{rt}' = [\phi_{rt',1} \ \phi_{rt',2} \ \dots \ \phi_{rt',l-1}]^T$$

$$u_m = [u_{m,1} \ u_{m,2} \ \dots \ u_{m,n}]^T$$

이 된다.

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{2,2} & A_{2,3} & 0 \\ 0 & A_{3,2} & A_{3,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{4,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\phi_{st} \\ \phi_{st} \\ -\phi_{rt} \\ \phi_{rt}' \end{bmatrix} \quad (5)$$

$A_{1,1}$ 은 고정자 요크의 퍼미언스로 구성되는 매트릭스이고, $A_{2,2}$ 은 고정자 슬롯의 누설 퍼미언스와 공극 퍼미언스로 구성되며 $A_{2,3}$ 과 $A_{3,2}$ 는 공극 퍼미언스로 구성되는 매트릭스이다. 그리고 $A_{3,3}$ 는 회전자 슬롯의 누설 퍼미언스와 공극 퍼미언스로, $A_{4,4}$ 는 회전자 요크의 퍼미언스로 구성된다.

2.3 기자력 변형 매트릭스와 자속 변형 매트릭스

2.3.1 기자력 변형 매트릭스

기자력 변형 매트릭스는 입력 상전류와 치 기자력의 관계를 나타낸 것이다. 유도전동기의 치 권선에 삼상 전류가 입력되었을 경우, 각 치에서의 기자력이 어떻게 형성되는지 보여준다. 이것은 권선 배치에 따라 다르게 나타난다. 해석 모델은 권선의 층수가 2층권이고, 매상배극이 3, 단절권계수가 $\frac{7}{9}$, 코일당 턴수가 35인 것으로써 이에 대한 기자력 변형 매트릭스는 식(7)과 같다. 식(6)은 상전류와 치 기자력의 관계를 기자력 변형 매트릭스로 나타낸 것이다.

$$F_t = w'' i \quad (6)$$

$$w'' = \begin{bmatrix} 35 & 105 & -105 \\ 70 & 70 & -105 \\ 105 & 35 & -105 \\ 105 & -35 & -105 \\ 105 & -70 & -70 \\ 105 & -105 & -35 \\ 105 & -105 & 35 \\ 70 & -105 & 70 \\ 37 & -105 & 105 \\ -35 & -105 & 105 \\ -70 & -70 & 105 \\ -105 & -35 & 105 \\ -105 & 35 & 105 \\ -105 & 70 & 70 \\ -105 & 105 & 35 \\ -105 & 105 & -35 \\ -70 & 105 & -70 \\ -35 & 105 & -105 \end{bmatrix} \quad (7)$$

2.3.2 자속 변형 매트릭스

자속 변형 매트릭스는 치 자속이 코일 자속과 어떠한

$$w' = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 & 3 & 3 & 2 & 1 & -1 & -2 & -3 & -3 & -3 & -3 & -2 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & -1 & -2 & -3 & -3 & -3 & -3 & -2 & -1 & 1 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ -3 & -3 & -3 & -3 & -2 & -1 & 1 & 2 & 3 & 3 & 3 & 3 & 2 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{k,k} & 0 & 0 \\ 0 & A_{2,2} & A_{2,3} & 0 & 0 & 0 & -I_{k,k} & 0 & 0 \\ 0 & A_{3,2} & A_{3,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{4,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -I_{k,k} & I_{k,k} & 0 & 0 & I_{k,k} & 0 & R_{st} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{l,l} & -I_{l,l-1} & 0 & 0 & 0 & I_{l,l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{k,k} & -w' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{rtmmf} & -I_{l,l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ \mathcal{F}_{st} \\ i \\ \phi_{st} \\ \mathcal{F}_{rt} \\ i_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\phi_{rt} \\ \phi_{rt}' \\ 0 \\ R_{rt}\phi_{rt} \\ 0 \\ \phi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

관계로 연결되어 있는지 보여준다. 해석 모델은 치 피치가 7인 것으로 치 자속과 코일 자속의 관계는 식(8)과 같다. 식(9)는 해석 모델에 대한 코일 변형 매트릭스를 나타낸다.

$$\phi = w' \phi_t \quad (8)$$

2.4 시스템 매트릭스

식(5), (6), (8)과 고정자의 기자력 소스 및 회전자 기자력 소스를 고려하고, 회전자의 바전류와 회전자 치 기자력의 관계를 나타낸 식(10)를 고려하면 식(11)과 같은 유도전동기 모델의 시스템 매트릭스를 얻을 수가 있다.

$$M_{rtmmf} \mathcal{F}_{rt} = i_b \quad (10)$$

2.5 치 기자력

그림 3에서처럼 정격이 2[A]인 삼상 전류가 입력이 되면 그림 4와 5에 보여지는 것과 같이 치 기자력이 형성된다. 시간의 변화에 따라 하나의 치에서는 사인파 모양의 치기자력이 나타나며, 어느 순간에서 고정자치들에 나타나는 치 기자력들은 스텝적으로 사인곡선의 모양을 나타내는 것이 이 매트릭스의 타당성을 보여준다.

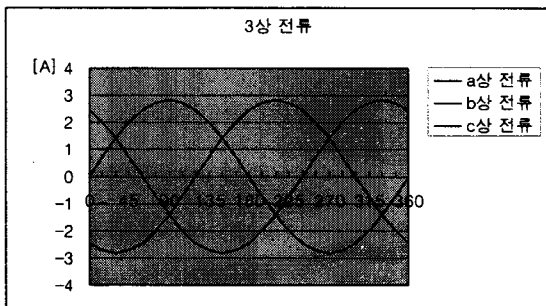


그림 3. 3상 입력 전류

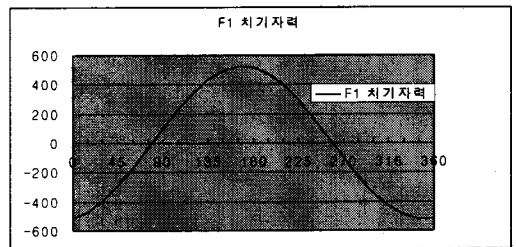


그림 4. 고정자 치1에서의 시간에 따른 기자력 곡선

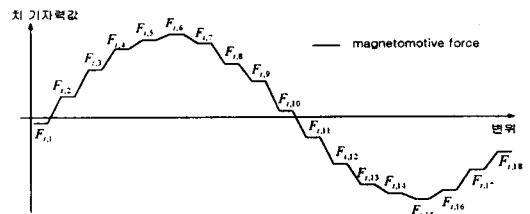


그림 5. 고정자 치들에서의 치 기자력값 분포

3. 결론

유도전동기의 자기등가회로로부터 퍼미언스만으로 구성된 매트릭스 식을 만들고, 유도기 권선법에 대한 기자력 변형 매트릭스와 자속 변형 매트릭스를 구성한 후, 이들로 구성된 시스템 매트릭스를 구성하였다. 그리고 치 기자력값의 변화를 살펴봄으로써 매트릭스의 타당성을 검토하였다.

[참고 문헌]

- [1] E.R.Laithwaite: "Magnetic Equivalent Circuits for Electric Machines", Proc. IEE, Vol.114, November 1967, pp. 1805-1809
- [2] V.Ostovic: "Dynamics of Saturated Electric Machines", Springer Verlag, New York 1989
- [3] 최재영, 이은용, "유도 전동기의 공극 퍼미언스 매트릭스 구성을 위한 연구", 대한전기학회 하계학술대회, pp.321-323, 1999. 7.19-21
- [4] 최재영, 이은용, "유도 전동기의 자기등가회로 해석을 위한 자기회로 매트릭스 구성", 대한전기학회 하계학술대회, B권 pp.635-637, 2000. 7.17-20