

토크 제어기 설계가 필요 없는 SRM의 성능 평가 방법

최창환\*, 이대옥\*\*, 박기현\*  
\*광주과학기술원, \*\*국방과학연구소

Performance Estimation Method for a Switched Reluctance Motor without the Design Process of the Torque Controller

Changhwan Choi\*, Daook Lee\*\* and \* Kyihwan Park\*

\*Kwangju Inst. of Sci. & Tech., \*\*Agency for Defense Development

**Abstract** - 본 연구에서는 SRM의 설계 단계에서 일반적으로 얻을 수 있는 자속 쇄교-전류 곡선으로부터 SRM의 토크-속도 특성 곡선을 예측하는 방법을 제시한다. B-스플라인 함수를 이용하여 SRM에 가해질 수 있는 상전류 파형을 모두 모델링하고 각각의 회전자의 속도에서 최대의 토크를 낼 수 있는 전류 파형을 구한다. 제안된 방법은 상전류 제어뿐만 아니라 스위칭 각도 제어까지 고려한 모든 상전류 파형을 표현할 수 있기 때문에 SRM이 최적으로 동작하는 상황에서의 토크-속도 특성임을 보장할 수 있다. 제안된 방법은 SRM의 설계 단계에서 별도의 제어기 설계 없이 간단히 성능을 평가할 수 있는 방법이다.

1. 서 론

스위치드 리라턴스 모터 (SRM)는 비선형적이고 불연속적인 토크 특성을 가지고 있기 때문에 SRM이 일정한 토크를 생성하도록 하는 상전류 파형을 구하는 일반적인 방법이 알려져 있지 않다. 그러므로 SRM이 일정한 토크를 생성하기 위해서는 각 상에 회전자의 위치에 따라 변하는 상전류를 가해주어야 한다. 회전자의 속도가 낮을 때는 상전류 제어만으로도 충분히 일정한 토크를 생성할 수 있지만 속도가 높아질수록 전류의 시간 지연으로 인해 일정 토크 생성이 어려워지고 토크-속도 특성도 나빠지게 되기 때문에 상전류 제어와 함께 스위칭 각도 제어를 도입하게 된다. 이와 같이 SRM의 토크-속도 특성은 토크 제어기의 성능에 따라 크게 달라지기 때문에, 토크 제어기를 배제하고서는 SRM의 성능을 예측하기가 어렵다. 그러나 설계 단계에서 토크 제어기까지 설계하여 성능을 평가하는 것은 설계 과정을 더욱 복잡하게 만들뿐만 아니라 SRM이 최적의 상태로 동작하고 있는지를 보장할 수 없다는 단점이 있기 때문에 성능 평가에 일관성이 없어지게 된다.

Kjaer[1]등은 SRM을 서보 제어 응용에 적용하기 위해 동적인 특성을 평가하는 방법을 제시하였다. 자속 쇄교와 전압과의 관계를 이용한 간단한 스위칭 제어기를 설계하였고 토크 제어를 단순한 시간 지연 항으로 모델링하여 토크 제어가 전체 시스템의 성능에 큰 영향을 미치지 않는다는 가정 하에 성능 평가를 수행하였다. 그러나 이와 같은 방법은 SRM이 최적의 상황에서 동작한다는 보장이 없기 때문에 성능 평가의 신뢰성에 한계가 있다. Materu와 Krishnan[2]는 6/4 SRM의 기하학적인 형상으로부터 정상 상태 평균 토크를 예측할 수 있는 해석적인 방법을 제시하였다. 이 방법은 SRM의 형상이 달라질 경우 적용하기 어렵다는 문제가 있다. Kim과 Hal[3]은 여러 가지 목적 함수에서 최적의 토크 공유 함수와 전류 파형을 구하는 방법을 제시하였다.

본 연구에서는 성능 평가에서의 이러한 문제점을 보완한 SRM의 성능 평가 기법을 제안한다. 제안한 방법은 SRM의 설계 단계에서 일반적으로 얻을 수 있는 자속 쇄교-전류 곡선으로부터 SRM의 토크-속도 특성 곡선을 예측하는 방법을 제시한다. B-스플라인 함수를 이용하여 SRM에 가해질 수 있는 상전류 파형을 모두 모델링하고 각각의 회전자의 속도에서 최대의 토크를 낼 수 있는 전류 파형을 구하게 된다[4,5]. 제안된 방법은 상전류 제어뿐만 아니라 스위칭 각도 제어까지 고려한 모든 상전류 파형을 표현할 수 있기 때문에 SRM이 최적으로 동작하는 상황에서의 토크-속도 특성임을 보장할 수 있다. 제안된 방법은 SRM의 설계 단계에서 별도의 제어기 설계 없이 간단히 성능을 평가할 수 있는 방법을 제시한다.

2. 모델링

그림 1은 자속 쇄교-전류 ( $\lambda-i$ ) 곡선과 일정한 전류가 가해졌을 때의 상토크의 크기를 보여 주고 있다. 전류의 크기가 작거나 회전자가 비정렬 위치에 있을 경우에는 자속 쇄교와 전류가 선형적인 관계를 가지고 있다. 그러나, 전류가 점점 커지고 회전자가 정렬 위치에 근접할수록 회전자와 고정자의 극은 높은 자기장이 흐르게 되어 자기 포화 현상이 생기고 이로 인해 자속 쇄교와 전류에는 비선형성이 증가하게 된다. 이러한 자기적 특성 곡선은 유한요소 해석이나 실험을 통하여 측정할 수 있다. 토크의 측정은 토크 센서를 이용하여 직접 측정할 수 있고 비선형 특성까지 고려한  $\lambda-i$  곡선의 측정은 자속 쇄교법[6]을 이용하여 구할 수 있다. 자속 쇄교 법은 스텝입력의 전압을 가하고 한 상의 양단에서의 전류 응답을 구하여 입력 전압과 저항에서의 전압 손실의 차를 시간에 대해 적분을 하는 방법으로 쉽게 구할 수 있다. 자속 쇄교는 다음과 같이 표현된다[7].

$$\lambda_k(\theta, i_k) = \psi_s(1 - e^{-i_k f_k(\theta)}) \quad (1)$$

여기서,  $\psi_s$ 는 포화 쇄교자속이고,  $f_k(\theta_k) = c_0 + c_1 \cos N_r \theta_k + \dots + c_n \cos n N_r \theta_k$ 이다. 여기서,  $c_j$ 는 상계수이며  $\theta_k = \theta - 2\pi(k-1)/N_s$ 이다.  $N_r$ 과  $N_s$ 는 회전자와 고정자의 극의 수이다. 식 (1)을 전류에 대해서 적분하고 회전자의 위치에 대해서 편미분하면 다음과 같은 토크 식을 얻을 수 있다

$$T_k(\theta, i) = \frac{\psi_s}{f_k(\theta)^2} \frac{\partial f_k(\theta)}{\partial \theta} \{1 - (1 + i_k f_k(\theta)) e^{-i_k f_k(\theta)}\} \quad (2)$$

상 토크는 주기적이고, 모든 정수  $n$ 에 대하여  $n\pi$  지점에서 대칭적이며 전류에 대해서 단조증가하는 함수이다.

자속 쇄교 방정식으로부터 나온 전기적 운동 방정식과 토크 식을 바탕으로 SRM의 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \lambda_k(\theta, i_k)}{\partial i_k} \frac{di_k}{dt} + \frac{\partial \lambda_k(\theta, i_k)}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} + R i_k = V, \quad (3)$$

$$\omega = \dot{\theta} \quad (4)$$

$$J \dot{\omega} = \sum_{k=1}^m T_k(\theta, i_k) - T_L(\theta) \quad (5)$$

여기에서,  $\theta$ ,  $\omega$ ,  $i_k$ ,  $R$ ,  $V$ ,  $J$ ,  $L$  그리고  $T(\theta, i)$ 는 각각 회전자의 위치, 회전자의 각속도, k-번째 상 전류, 코일의 저항, 상 전압, 관성 모멘트, 상의 수와 부하 토크를 나타낸다. 이 식으로부터 알 수 있듯이, 전기적 그리고 전자기적 식은 전류와 회전자의 위치에 대해 매우 비선형적인 특성을 보여준다. 따라서, 회전자의 위치에 상관없이 일정한 토크를 얻기 위해서는 토크 제어가 필요하다.

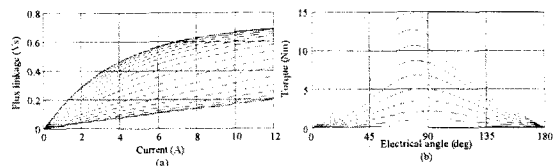


그림 1. (a) 자속 쇄교-전류 선도 (b) 토크 형태

\* 이 연구는 국방과학연구소(ADD)의 지원을 받아 수행하였다.  
(ADD-98-2-1)  
\*corresponding author

### 3. SRM의 토크 제어

SRM은 비선형성이 강하고 불연속적인 토크 특성을 가지고 있기 때문에 상전류 파형을 구할 수 있는 일반적인 방법이 존재하지 않는다. 그러므로 광범위한 동작속도에서 일정한 토크 값을 얻기 위해서 토크 제어가 필요하다. 저속에서 모든 회전자 위치에서 일정한 토크를 생성하기 위해서는 정확한 전류 제어가 중요하다. 그러나 속도가 증가할수록 전류 제어의 시간 지연으로 인해 토크-속도 성능이 나빠지기 때문에 고속에서 높은 토크특성을 얻기 위해서는 스위칭 각도 제어가 필요하다.

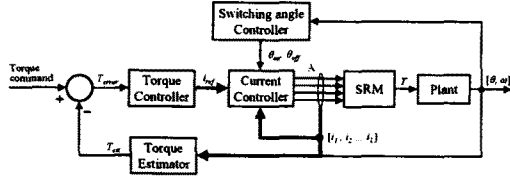


그림 2. 전형적인 토크 제어기의 블록 선도

그림 2는 전형적인 토크 제어기의 블록 다이어그램을 보여 주고 있다. 토크를 직접 측정하는 것은 가격이나 기계 구조의 취약성으로 인해 적합하지 않기 때문에 토크 관측기를 이용하여 상전류로부터 간접적으로 생성된 토크를 계산한다. 토크 제어기에서는 입력 토크값과 측정값의 오차를 구하여 생성된 토크가 입력과 같아지도록 기준 상전류를 생성하게 된다. 전류 제어기에서는 생성된 상전류는 정보를 이용하여 적절한 게이팅 신호를 컨버터에 가하게 된다. 스위칭 각도 제어기는 회전자의 속도에 따라 상전류의 온-오프 타이밍을 조절하여 고속에서의 토크 리플을 줄이거나 향상된 토크-속도 특성을 얻거나 효율을 좋게 하는 등의 특성을 얻을 수 있게 된다. 회전자가 양토크의 생성을 시작하는 비정렬 위치에 근접할 경우 전류가 가해지게 되고 부토크를 생성하기 시작하는 정렬 위치에 근접할 경우 전류는 감쇠시키는 작용을 한다. 저속에서는 거의 비정렬 위치와 정렬 위치에서 스위칭이 이루어지지만 속도가 높아지면 그림 3과 같이 이 위치에 도달하기 이전에 전류를 상승 또는 하강시키게 된다. 여기서  $\theta_{on}$ ,  $\theta_s$ ,  $\theta_{off}$ ,  $\theta_e$ 는 각각 비정렬, 정렬 위치, 스위칭 on/off 각을 나타낸다.

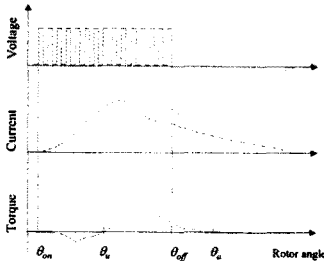


그림 3. SRM 토크 제어의 전형적인 파형

SRM의 토크-속도 특성은 제어기의 구조나 제어 알고리즘에 따라 크게 달라지기 때문에 토크-속도 특성을 구하기 위한 일반적인 방법이 없었다. 그러므로 SRM의 성능을 평가하기 위해서는 그림 2와 같은 토크 제어기를 구성해야 한다. 그러나 SRM의 초기 설계 단계에서 토크 성능 평가를 위해서 이러한 복잡한 토크 제어기를 설계하는 것은 설계자에게 지나친 부담으로 작용할 뿐만 아니라 설계된 모터가 최적의 상태로 동작하고 있는지를 보장할 수 없기 때문에 정확한 성능 평가라고 할 수 없다는 단점이 있었다.

본 연구에서는 토크 제어기 설계를 배제하기 위하여 그림 2의 복잡한 제어기를 그림 4와 같이 블록 박스로 가정하고 블랙 박스의 입력과 출력만을 고려하여 모터의 성능을 평가하는 방법을 제시한다. 그러면 성능 평가 문제는 특정 속도에서 SRM이 생성한 토크가 최대가 되도록 상전류 제어 신호인  $i_{ref}$ 를 구하는 문제가 된다.  $i_{ref}$ 는 저속에서는 전류 제어만을 고속에서는 전류 제어와 스위칭 제어를 동시에 고려할 수 있어야 한다. 임의의 전류 파형을 모든 회전자 위치에서 표현하기 위해 그림 5와 같이 일련의 B-스플라인 함수를 이용하여 제어신호  $i_{ref}$ 를 표현한다. 그러면 한 상에서 일정한 토크  $\tau_d$ 를 생성하는 전류 파형은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

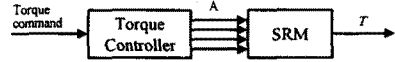


그림 4. 모든 종류의 토크 제어기

$$I(\theta, \tau_d) = \sum_{j=1}^n a_j(\tau_d) b_j(\theta) \quad (6)$$

여기서 B-스플라인 함수는 동일한 구간 간격  $\delta$ 으로  $\theta_0, \theta_s$  사이에서 정의된다.  $j$ 번째 기초 B-스플라인 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$b_j(\theta) = B\left(\frac{\theta - (j-1)\delta}{3\delta}\right)$$

$$B(s) = \begin{cases} 0 & \text{for } s < 0 \text{ or } s > 1 \\ 9s^2/2 & \text{for } s \in [0, 1/3) \\ (-18s^2 + 18s - 3)/2 & \text{for } s \in [1/3, 2/3) \\ (3 - 3s)^2/2 & \text{for } s \in [2/3, 1] \end{cases}$$

식(6)은 전류 제어 뿐만 아니라 스위칭 각도 제어까지 고려한 임의의 전류 파형을 표현할 수 있기 때문에 최적의 전류 파형을 찾는 것은 식(6)의 B-스플라인 함수의 최적의 계수 값을 찾는 것과 같다.

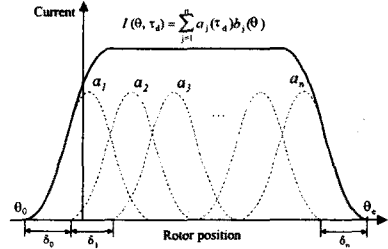


그림 5. B-spline 함수의 급수를 이용한 전류 파형의 매개변수와

### 4. 토크-속도 성능 최적화 문제 정의

#### 4.1 일정 토크 조건

회전자의 모든 위치에 대해 일정한 토크를 발생하기 위해서 전체 토크는 SRM의 각 상들이 생성하는 토크의 조합으로 나타나야 한다. 하나의 상에 대해서 얼마나 큰 토크가 생성되는가를 결정하는 함수를 토크 공유함수(Torque Sharing Function: TSF)라고 한다. 그림 6은 전류 제어와 스위칭 각도 제어가 가해질 때, TSF의 정의를 보여준다.  $h_1(\theta, \tau_d)$ ,  $h_2(\theta, \tau_d)$ ,  $h_3(\theta, \tau_d)$ 와  $h_4(\theta, \tau_d)$ 는 각각  $\theta \in [0, \pi/2]$ 에서 A상의 상토크,  $\theta \in [\pi/2, \pi]$ 에서의 하강 토크, 비정렬 위치의 근처에서의 부토크 그리고 정렬 위치에서의 토크 값들을 나타낸다. 그리고 D상과 B상으로 정의된 상 A의 전과 후의 영역도 겹쳐서 나타내었고 C상은 D상의 앞 상이다.  $\theta \in [0, \pi/2]$ 에서의 전체 토크는 A상의 상승 토크  $h_1(\theta, \tau_d)$ , D상의 하강 토크  $h_2(\theta + \pi/2, \tau_d)$ , B상의 상승전류에 의해 발생하는 부토크  $h_3(\theta + \pi, \tau_d)$ , C상의 잔류 전류에 의해서 발생하는 부토크  $h_4(\theta - \pi/2, \tau_d)$ 의 합이다. 동일한 상변환이 계속 반복되고 TSF 또한  $\pi/2$ 의 주기로 반복된다.

모든 회전자 위치에서 일정한 토크  $\tau_d$ 를 생성하기 위해서는  $h_1$ 부터  $h_4$ 까지의 함수는 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.

$$h_1(\theta, \tau_d) + h_2(\theta + \pi/2, \tau_d) + h_3(\theta - \pi/2, \tau_d) + h_4(\theta + \pi, \tau_d) = \tau_d \quad (7)$$

상전류의 물리적인 제한은 다음과 같이 TSF 함수를 한정한다.

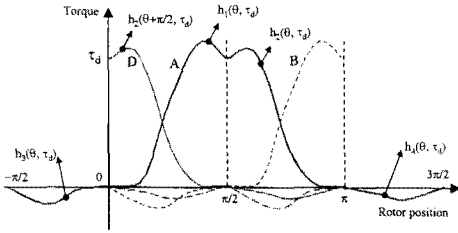


그림 6. 각도 제어를 포함하는 토크 공유함수의 정의

$$0 \leq h_1(\theta, \tau_d) \leq T(\theta, I_{max}), \quad \forall \theta \in [0, \pi/2], \quad (8a)$$

$$0 \leq h_2(\theta, \tau_d) \leq T(\theta, I_{max}), \quad \forall \theta \in [\pi/2, \pi], \quad (8b)$$

$$T(\theta, I_{max}) \leq h_3(\theta, \tau_d) \leq 0, \quad \forall \theta \in [-\pi/2, 0], \quad (8c)$$

$$T(\theta, I_{max}) \leq h_4(\theta, \tau_d) \leq 0, \quad \forall \theta \in [\pi, 3\pi/2], \quad (8d)$$

$$0 \leq I(\theta, \tau_d) \leq I_{max}, \quad \forall \theta \in R, \quad (8e)$$

$$|V(\theta, \tau_d)| \leq V_{max}, \quad \forall \theta \in R. \quad (8f)$$

토크  $T(\theta, I_{max})$ 는 각도 0과  $\pi$ 에 대해서 대칭이기 때문에,  $\theta \in [-\pi/2, 0]$ 와  $[\pi, 3\pi/2]$ 에서 극성은 서로 반대이다. 식(7)과 (8)을 만족하는  $h_1(\theta, \tau_d)$ 부터  $h_4(\theta, \tau_d)$ 는 무수히 많다.

#### 4.2 토크를 최대화하는 목적함수 정의

모터는 전기적 에너지를 기계적 에너지로 변환하는 구동기이기 때문에 제한된 전기적 입력으로부터 될 수 있는 한 큰 기계적 출력을 얻는 것이 바람직하다. 따라서, 요구 성능을 얻기 위해서, 주어진 속도에서 생성되는 토크가 큰 것이 바람직하다. 주어진 속도에서 토크 성능을 최대화하기 위한 목적 함수를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\text{Maximize Torque} \equiv \max_a \tau_{dk}(\omega_k) \quad (13)$$

여기서 전압은

$$V = \omega_k \left( \frac{\partial \lambda(\theta, i)}{\partial i} \frac{di}{d\theta} + \frac{\partial \lambda(\theta, i)}{\partial \theta} \right) + Ri, \quad i = I(\theta, \tau_d)$$

여기서,  $\omega_k$ 는 회전자의 속도이다. 목적 함수인 식(13)과 구속 함수인 식(11)과 (12)는 비선형 함수이기 때문에 최적의 전류 파형에 대해서 명확한 형태로 표현할 수 없다.

### 5. 토크-속도 성능 최적화 결과

최적화 문제를 풀기 위하여 MATLAB에 구현되어 있는 SQP (Sequential Quadratic Programming) 방법을 사용하였다. 포화 자속 쇄교  $\phi_s$ 는 0.725이고 상수  $c_j$ 는 실험적으로 측정된 자속 쇄교 값을 보간법을 이용하여 구하였고 값은 [0.13 -0.12 0.00088 0.00059 0.000013]이다.

그림 7은 10%의 토크 리플을 허용한 상태에서 SRM의 토크-속도 곡선을 보여주고 있다. 0rpm에서 A점까지는 역기전력의 영향이 적어서 전류를 최대도 사용할 수 있는 영역이므로

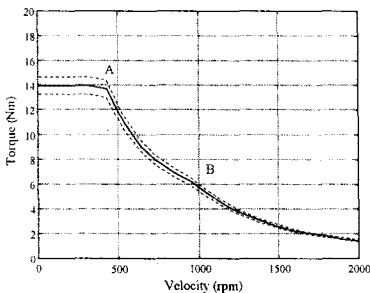


그림 6. 토크-속도 곡선 (10% 리플) 일정한 토크를 생성하고 있다. A점에서 B점까지는 속도가 점점 높아져 역기전력이 크기 때문에 전류의 한계 내에서 최대의 토크를 내도록 스위칭 각도 제어를 수행하게 된다. B점 이후에는 한상에서 연속적인 전류가 흐르지 않도록 하기 위해

스위칭 각도가 제한되기 때문에 역기전력의 영향이 그대로 전류에 비례하게 나타나서 토크는 회전 속도의 자속에 비례하여 감소하게 된다. 허용 토크 리플이 많을수록 토크-속도 성능이 개선되는 경향이 있다.

그림 8은 회전자가 기준 속도인 430rpm으로 회전할 때의 토크, 전류와 그에 따른 전압 파형을 보여주고 있다. 그림 8(a)의 굵은 선은 전체 토크를 나타낸다. 이 동작 속도 이전에는 역기전력이 상전압 보다 충분히 작아서 최대의 전류가 가해질 수 있다. 정렬 위치 부근에서는 인덕턴스가 커서 스위칭 오프 시에는 전압이 더 많이 가해지는 것을 볼 수 있다.

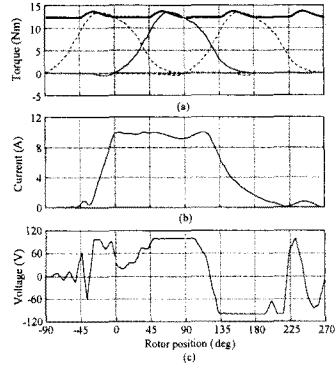


그림 8. 기준 속도 (A점에서의) (a) 토크 (b) 전류 (c) 전압 파형

## 6. 결 론

SRM의 자속 쇄교-전류 곡선으로부터 모터의 기본적인 특성 중의 하나인 토크-속도 성능을 평가할 수 있는 일반적인 방법을 제시하였다. 이 방법은 모터의 설계 단계에서 토크 제어기 설계와 같은 불필요한 과정을 생략함으로써 설계 절차를 간략화하며 최소의 계산으로 SRM의 성능을 평가할 수 있게 하였다.

## [참 고 문 헌]

- [1] P. C. Kjaer, J. J. Gribble, T. J. E. Miller, "Dynamic testing of switched reluctance motors for high-bandwidth actuator applications" IEEE/ASME Trans. on Mechatronics, vol. 2, no. 2, pp. 123-134, 1997.
- [2] P. Materu and R. Krishnan, "Analytical prediction of SRM inductance profile and steady state average torque", IAS, pp. 214-223, 1990.
- [3] C. H. Kim and I. J. Ha, "A new approach to feedback-linearizing control of variable reluctance motors for direct-drive applications", IEEE Trans. on Control Systems Technology, vol. 4, no. 4, pp. 348-362, 1996.
- [4] 최광환, 이대옥, 박기환, "토크 공유 함수법을 이용한 새로운 방식의 스위치드 리럭턴스 모터의 토크 제어," 한국자동차공학회의 논문집, pp. 262, 2000.
- [5] S. A. Bortoff, R. R. Kohan and R. Milman, "Adaptive control of variable reluctance motors: a spline function approach", IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 45, no. 3, pp. 433-444, 1998.
- [6] R. Krishnan and P. Materu, "Measurement and instrumentation of a switched reluctance motor", IAS, pp. 116-121, 1989.
- [7] M. I. Spong, R. Marino, S. M. Peresada and D. G. Taylor, "Feedback linearizing control of switched reluctance motors", IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 32, no. 5, pp. 371-379, 1987.