

## 경쟁적 퍼지 다항식 뉴론을 가진 자기 구성 네트워크의 설계

박호성\*, 오성권\*, 김현기\*\*

\*원광대학교 전기전자공학부, \*\*수원대학교 전기전자정보통신공학부

## Design of Self-Organizing Networks with Competitive Fuzzy Polynomial Neuron

Ho-Sung Park\*, Sung-Kwon Oh\* and Hyun-Ki Kim\*\*

\*School of Electrical &amp; Electronic Engineering, Wonkwang Univ.

\*\*Dept. of Electrical Engineering, Suwon Univ.

**Abstract** - In this paper, we propose the Self-Organizing Networks(SON) based on competitive Fuzzy Polynomial Neuron(FPN) for the optimal design of nonlinear process system. The SON architectures consist of layers with activation nodes based on fuzzy inference rules. Here each activation node is presented as FPN which includes either the simplified or regression polynomial fuzzy inference rules. The proposed SON is a network resulting from the fusion of the Polynomial Neural Networks(PNN) and a fuzzy inference system. The conclusion part of the rules, especially the regression polynomial uses several types of high-order polynomials such as liner, quadratic and modified quadratic. As the premise part of the rules, both triangular and Gaussian-like membership functions are studied. Chaotic time series data used to evaluate the performance of our proposed model.

## 1. 서 론

최근들어, 컴퓨터의 급속한 성장에 따라 첨단 인공지능 기법을 통한 모델 개발의 이론적 발전과 실무적용에서 상당한 성과를 얻고 있다. 기존에 여러 가지 형태의 시스템을 모델링 하는데 있어서 그 시스템의 변수들을 경험적으로 추측할 수 있는 전문가를 필요로 하였으나 이와 같은 경우엔 전문가의 선입관이 추가되기 때문에 객관적인 모델을 구축할 수가 없었다. 특히, 모델의 고계 비선형과 다변수 문제를 다룰 때에는 모델의 평가를 위해서 거대한 양의 데이터들이 필요하다. 이러한 문제를 풀기 위해 A. G. Ivakhnenko[1]는 GMDH(Group Method of Data Handling) 알고리즘을 소개하였다.

GMDH는 시스템의 입력과 출력사이의 비선형 관계를 동정하기 위한 분석적인 기술이다. GMDH를 기반으로 구축된 다항식 네트워크는 표준 인공 신경망보다 더 적은 수의 노드를 가지지만 적용성면에서는 더 우수한 특성을 가진다. 이러한 구조는 과학과 공학[2,3]등 다양한 분야에서 사용되어 왔으며 우수한 예측 능력을 가진 모델을 구축한다.

본 논문에서는 새로운 뉴로퍼지 형태로써 경쟁적 퍼지 다항식 뉴론을 가진 자기 구성 네트워크(Self-Organizing Networks : SON)를 제안한다. 제안된 SON은 확장된 GMDH 알고리즘과 퍼지 추론시스템의 융합으로부터 일어지는 네트워크이다. SON의 각 노드 즉, 퍼지 다항식 뉴론(Fuzzy Polynomial Neuron : FPN)은 간결한 퍼지 추론 시스템과 같은 연산을 한다. 규칙 후반부에서 회귀 다항식의 몇 가지 형태를 이용함으로써 FPNN의 구조는 시스템 환경에 적응시키기 위해 쉽게 변화한다.

또한 데이터에 있어서 학습 데이터를 이용한 모델의

동정과 테스트 데이터를 이용한 모델의 평가로 나누어 모델의 근사화 능력과 예측성능 모두를 고려하여 실 공정 적용성에 그 방향을 맞추었다. 본 논문의 평가를 위해서 Chaotic time series 데이터[4]를 이용하여 제안된 모델의 타당성과 정확성을 시뮬레이션을 통해 확인한다.

## 2. 본 론

## 2.1 Fuzzy Polynomial Neuron(FPN)

FPN은 SON의 가장 기본이 되는 처리 단위로써 퍼지 집합과 뉴럴 네트워크의 개념을 상호 결합한 형태이다. 그림 1에서 보여진 것처럼 FPN은 2개의 기본적인 기능의 모듈로 구성되어 있다. "F"로 표기되어진 모듈은 퍼지 규칙의 전반부를 의미한다. 여기서  $x_p, x_q$ 는 입력 변수이다. "P"로 표기되어진 모듈은 퍼지 규칙의 후반부를 의미하고 1차, 2차, 변형된 2차 다항식과 같은 고계 다항식 형태로 나타난다. 따라서 FPN의 각 규칙의 형태는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

IF  $x_p$  is  $A_{pl}$  and  $x_q$  is  $B_{ql}$  THEN  $y$  is  $P_{lk}(x_i, x_j, a_{il})$  (1)

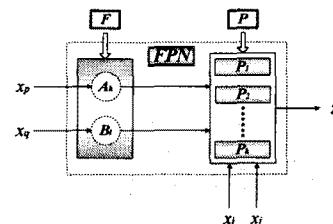


그림 1. FPN 모듈의 일반적인 형태

## 2.2 자기 구성 네트워크(SON) 알고리즘

본 논문에서 제안한 SON은 GMDH 알고리즘[1]을 기본으로 하고 있다. GMDH 알고리즘 식 (2)와 같이 모델링 하고자 하는 대상 시스템의 입력변수  $x_i$ 와  $x_j$ , 출력  $y$ 의 쌍에 대해서 2차 방정식을 계산함으로써 알고리즘을 시작한다.

$$y = A + Bx_i + Cx_j + Dx_i^2 + Ex_j^2 + Fx_i x_j \quad (2)$$

식 (2)의 방정식을 사용하여 기존의  $m$ 개의 입력  $x_1, x_2, \dots, x_m$ 에서 출력  $y$ 를 예측하는 2개의 입력을 선택하여  $m(m-1)/2$ 개의 노드의 수를 얻는다. 방정식  $y$ 의 추정모델  $\hat{y}$ 을 추정하여 최종 추정치는 다음과 같다.

$$\hat{y} = \hat{f}(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_0 + \sum_{k_1} c_{k_1} x_{k_1} + \sum_{k_1, k_2} c_{k_1 k_2} x_{k_1} x_{k_2} + \sum_{k_1, k_2, k_3} c_{k_1 k_2 k_3} x_{k_1} x_{k_2} x_{k_3} + \dots \quad (3)$$

이 식을 Ivakhnenko 다항식이라 한다.

이와같은 GMDH 알고리즘을 기반으로 하는 SON 알고리즘은 다음과 같다.

(단계 1) 출력변수  $y$ 에 관계하는  $n$ 개의 입력변수

$(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 를 설정한다.

[단계 2] 데이터의 특성에 맞는 최적의 모델을 구축하기 위해 모델을 선택한다.

[단계 3] 입력변수  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 을 가지고 선택한 모델에 따라 1층과 2층 이상부터 최종 출력층까지 각 노드의 입력변수 수와 페지 추론의 후반부 다항식을 결정한다. 각 층에 사용될 후반부 다항식은 다음 표 1과 같다.

표 1. 후반부 다항식

입력수	후반부 다항식 형태		추론 방법
	Type 1	Type 2	
2입력	$a_0$		간략 추론
	$a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$		회귀다항식 추론
	$a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1^2 + a_4x_2^2 + a_5x_1x_2$		
	$a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1x_2$		
3입력	$a_0$		간략 추론
	$a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3$		회귀다항식 추론
	$a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_1^2 + a_5x_2^2 + a_6x_3^2 + a_7x_1x_2 + a_8x_1x_3 + a_9x_2x_3$		
	$a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_1x_2 + a_5x_1x_3 + a_6x_2x_3$		

[단계 4] 입력변수  $x_1, x_2, \dots, x_n$  중 각 노드의 선택된 입력에 대해 페지 추론을 적용한다. 전반부 멤버쉽 함수는 삼각형과 가우시안 형태로 나누어서 정의하고, 페지 추론 방법은 간략 추론과 회귀다항식 추론을 사용한다. 2가지 추론에 의한 페지 추론 규칙과 파라미터 동정을 위한 매개변수 추정은 다음과 같다.

### i) 간략 추론

후반부가 단일의 상수항만을 가지는 추론법을 간략 추론법이라 한다. 이 모델은 식 (4)와 같은 형태를 가지는 구현 규칙들로 구성된다.

R<sup>n</sup> IF  $x_1$  is  $A_{n1}$  and ... and  $x_k$  is  $A_{nk}$  Then  $a_{n0}$  (4)  
추론된 값  $y^*$ 는 다음과 같다.

$$y^* = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} y_j}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} a_{j0}}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} \quad (5)$$

후반부 파라미터의 동정은  $a_{j0}$ 로써 입출력 데이터가 주어졌을 때 최소자승법(Least square method)에 의해 구해진다.

### ii) 회귀다항식 추론

후반부가 1, 2, 변형된 2차 다항식 형태로 표현된 것으로 회귀다항식 추론이라 한다. 이 경우의 페지 모델은 다음과 같은 형태를 가지는 구현 규칙들로 구성된다.

R<sup>n</sup> IF  $x_1$  is  $A_{n1}$  and ... and  $x_k$  is  $A_{nk}$   
Then  $y = f_n(x_1, \dots, x_k)$  (6)

예로 후반부 다항식이 1차식인 경우의 추론된 값  $y^*$ 는 다음과 같다.

$$y^* = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} y_j}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} (a_0 + a_1x_1 + \dots + a_kx_k)}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} \quad (7)$$

[단계 5] 선형 회귀분석에는 학습 데이터를 사용하고, 성능지수 PI는 식 (8)을 사용한다.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x(i) - \hat{x}(i))^2} \quad (8)$$

위 식을 최소화하는 계수들을 구한다( $N$ 은 데이터 수). 각 공정에 맞게 계수들을 추정한 후반부 다항식에 테

스트 데이터를 대입하고, 테스트 데이터에 대한 식 (8)의 2승 오차치  $E$ 를 계산한다.

[단계 6] 얻어진  $n! / ((n-r)! r!)$  개의 오차값들에 대해서 값이 작은순으로 배열한다.

[단계 7] [단계 5]에서 얻어진  $E_1$ 이 다음의 부등식을 만족하는 경우에 알고리즘을 종료한다.

$$E_1 \geq E_* \quad (9)$$

단,  $E_*$ 은 전 층의 2승 오차치  $E_1$ 이다.

[단계 8] 전 층에서의 출력값을 다음 층으로의 새로운 입출력을 구성하고, [단계 4]로 간다.

알고리즘이 종료할 경우, 2승 오차치  $E_*$ 을 얻은 후 반부 다항식에 전 층의 후반부 다항식을 대입하고 동일한 조작을 1층까지 반복하여 최종 추정 모델  $f$ 를 얻는다.

### 2.3 자기 구성 네트워크(SON) 구조

본 논문에서 제안한 SON 모델의 전체적인 구조는 그림 2에 보여진 것처럼 FPN의 조합으로 구성되어 있다. 각 층에서의 FPN은 알고리즘에서 설명했듯이 각 층에서 가장 우수한 FPN 노드들만이 선택되어 다음 층으로 입력이 된다.

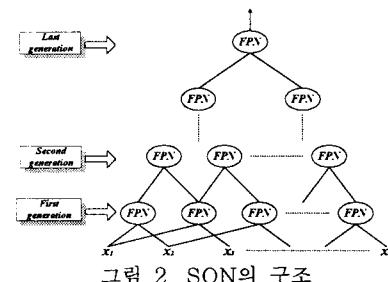


그림 2. SON의 구조

본 논문에서 제안한 SON 구조는 페지 입력에 따라서 구조 1. 각 층에서 동일 입력변수의 수를 가지는 경우와 구조 2. 각 층에서 서로 다른 입력변수의 수를 가지는 경우로 분류하였다.

### 3. 시뮬레이션

본 논문에서 제안한 SON 알고리즘의 타당성 및 유용성을 평가하기 위해 예측 알고리즘의 성능 평가를 위한 대표적인 예제인 chaotic time series data[4]을 이용하였다. Mackey-Glass time series라고도 불리우는 이 데이터는 비선형 시스템으로부터 발생되는 카오스 신호의 일종으로 다음 식과 같은 비선형 동력학 방정식에 의해 생성된다.

$$\dot{x}(t) = \frac{0.2x(t-\tau)}{1+x^{10}(t-\tau)} - 0.1x(t) \quad (10)$$

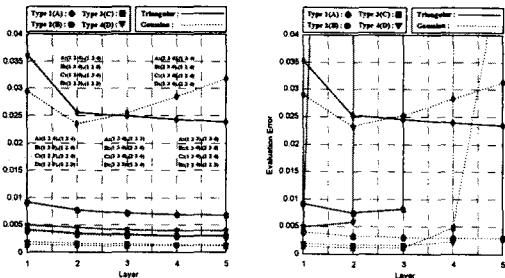
기존의 방법들과 비교를 위해 본 논문에서는 미래값  $x(t+6)$ 의 예측 성능을 알아본다. Mackey-Glass 시계열  $x(t)$ 로부터 아래와 같이 4 입력 1 출력 형태의 입출력 데이터 쌍 1000개를 구하였다.

$$[x(t-18), x(t-12), x(t-6), x(t); x(t+6)]$$

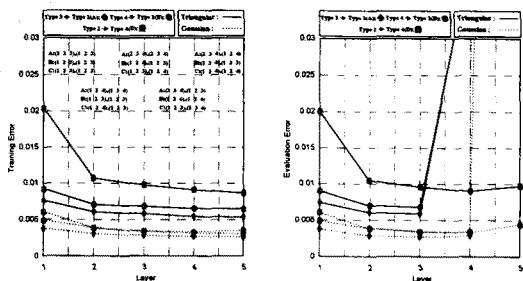
SON 알고리즘의 모델 선택에 따른 결과값들을 다음과 같이 그림으로 나타냈으며, 학습과 테스트 데이터에 대한 성능지수의 특성을 나타냈다. 각각의 그림에서 나타낸 노드 번호와 PI,  $E$ ,  $P$ 값들은 각 층에서 SON 구조에 의해 구해지는 가장 우수한 성능지수의 표시를 나타낸다. 그림에 표시한 노드 번호는 멤버쉽 함수가 삼각형일 때와 가우시안 일 때를 각각 표기한 것이다.

그림 3은 구조 1에 해당하는 각 층에서 동일 입력변수

의 수를 가지는 경우를 나타낸 것이다. 입력은 2입력을 사용하였으며 멤버쉽 함수의 수는  $(2 \times 2)$ 를 적용하였다.

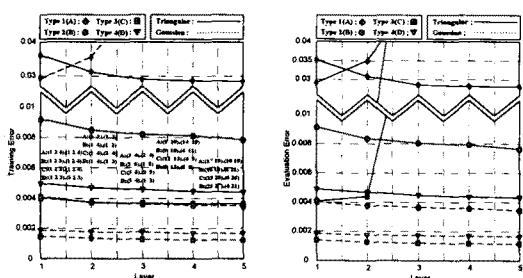


학습데이터  
(a) 동일 차수를 가지는 경우

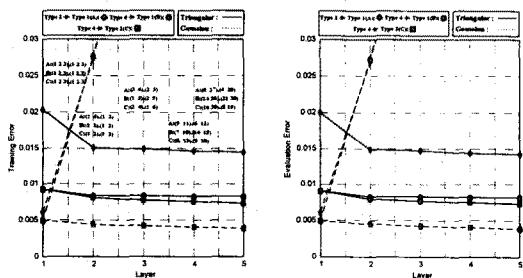


학습데이터  
(b) 서로 다른 차수 및 변형된 형태의 차수를 가지는 경우  
그림 3. 동일 입력변수의 수를 가지는 경우

그림 4는 구조 2에 해당하는 각 층에서 서로 다른 입력변수의 수를 가지는 경우로써 입력 변수를 1층에서는 3입력( $2 \times 2 \times 2$ )을, 2층 이상부터는 2입력( $2 \times 2$ )을 상호 결합하여 모델을 구축한 것이다.



학습데이터  
(a) 동일 차수를 가지는 경우



학습데이터  
(b) 서로 다른 차수 및 변형된 형태의 차수를 가지는 경우  
그림 4. 서로 다른 입력변수의 수를 가지는 경우

표 2. 기존의 퍼지모델과 동정오차비교

모델	Performance Index		
	PI	EPI	NDEI
Wang[5]	0.010		
Cascaded-correlation NN[6]			0.06
Backpropagation MLP[6]			0.02
6th-order polynomial[6]			0.04
Jang[7]	0.0016	0.0015	0.007
Our model	구조 1	case 1	0.0011
	구조 1	case 2	0.0026
	구조 2	case 1	0.0012
	구조 2	case 2	0.0038

#### 4. 결 론

본 논문에서는 경쟁적 퍼지 다항식 뉴론을 가지는 자기 구성 네트워크를 소개하고 이에 대한 특성을 연구하고 자세한 설계 절차를 제안하였다. 제안된 SON 구조의 특징은 복잡한 비선형계의 근사 동정과 예측이 가능하고, 입력변수의 선택방법, 멤버쉽 함수의 선택방법, 후반부 구조의 차수와 입력변수 수에 의한 후반부 구조의 표현방법, 각 네트워크 구조의 선택방법 등에 따른 최적구조 설계를 통하여 주어진 시스템 특성에 맞는 구조로 적응능력을 향상시킨 모델 구조를 생성할 수 있다는 점과 제한된 데이터 집합으로부터 정교하고 유통성 있는 모델을 구축할 수 있다는 점 그리고 기존의 다중 퍼셉트론의 경우와 같이 미리 구조가 정해져 있지 않고 학습하는 동안 스스로 생성된다는 특성이 있다.

#### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호 : 2000-1- 30300-009-3)지원으로 수행되었음.

#### (참 고 문 헌)

- [1] A. G. Ivahnenko, "The group method of data handling: a rival of method of stochastic approximation", *Soviet Automatic Control*, 1-3, pp.43-55, 1968.
- [2] V. Sommer, P. Tobias, D. Kohl, H. Sundgren, and L. Lundstrom, "Neural networks and abductive networks for chemical sensor signals: A case comparison", *Sensors and Actuators*, B, 28, pp. 217-222, 1995.
- [3] S. kleinsteuber and N. Sepehri, "A polynomial network modeling approach to a class of large-scale hydraulic systems", *Computers Elect. Eng.* 22, pp. 151-168, 1996.
- [4] M.C. Mackey and L. Glass, "Oscillation and chaos in physiological control systems", *Science*, 197:287-289, July, 1977.
- [5] L. X. Wang and J. M. Mendel, "Generating fuzzy rules from numerical data, with application", *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybern.*, 22 No. 6, pp.1414-1427, 1992.
- [6] R. S. Crowder III. Predicting the Mackey-Glass time series with cascade-correlation learning. In D. Touretzky, G. Hinton, and T. Sejnowski, editors, *Proceedings of the 1990 Connectionist Models Summers School*, pages 117-123, Carnegie Mellon University, 1990.
- [7] J. R. Jang and C. Sun, "Predicting Chaotic Time Series with Fuzzy If-Then Rules", *2nd IEEE Inter. Conf. Fuzzy Systems, San Francisco*, pp.1079-1084, 1993.