

이족로봇의 선형모델결정과 제어에 관한 연구

박인규*, 김진걸

인하대학교 대학원 자동화공학과, 인하대학교 기계·항공·자동화공학부

A Study on the Determination of Linear Model and Linear Control of Biped Robot

In-Gyu Park, Jin-Geol Kim

Dept. of Industrial Automation Engineering, Inha Univ.

Abstract - Linearization of the biped dynamic equations and design of linear controller for the linearized equations are studied in this paper. The biped robot with inverted pendulum type trunk, used to stabilize the dynamic balancing of the biped robot during dynamic walking period, is modelled with 14 DOF and simulated. Despite of well defined linear control theories so far, the linear control methods was limited to the applications for a walking robot, because they have been inherently strong nonlinear properties, such as a modeling parameter uncertainties, external forces as noise, inertial and Coriolis terms by three dimensional modeling and so on. To linearize the nonlinear equations of motion of biped robot on MIMO and time varying linear equations of motion, 1st order Taylor series is used to formulate the linear equation. And a 2nd order numerical perturbation method is used to approximate partial differential equations. Using the linearized equations of motion, a linear controller is designed by pole placement method with feed forward compensation. Using the obtained linearized equations and linear controller, the continuous walking simulation is performed.

1. 서 론

이족로봇 혹은 다족로봇의 동적 보행을 구현하기 위하여 많은 연구가 수행되었다. 그러나, 이들 로봇이 가지는 비선형 특성들과 지면에 대한 절대 고정부의 부재로 인하여 동적 보행의 수행에 많은 어려움이 존재한다.

특히, 지면접촉과 이탈의 순간에 발생하는 불규칙한 노이즈 특성의 지면반발력과 3차원 공간운동의 해석으로 인한 관성항의 영향 등으로 비선형 운동방정식의 해석에 요구되는 노력이 상당히 많이 걸리거나 수치적분 오차의 누적으로 해석이 불가능해진다⁽¹⁾.

이러한 현상을 극복하면서 동적 보행을 구현하기 위하여, 선형, 비선형, 혹은 인공지능 제어방법 등이 다양하게 적용되었다^(2~4).

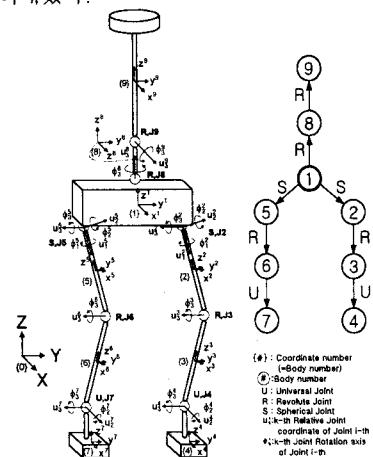
본 연구에서는 지금까지 잘 정의된 선형제어기법들을 이족로봇에 적용하기 위하여, 비선형 운동방정식을 1차 Taylor 급수를 이용하여 선형운동방정식을 표현한다. 그리고, 수치교란방법(numerical perturbation method)을 이용하여 선형방정식에 포함된 편미분을 근사적으로 풀이한다^(5,6).

또한, 얻어진 선형방정식을 이용하여 선형제어기법인 극좌표배치방법(pole placement method)을 적용하여 동적 보행을 수행한다. 이때, 이 선형제어기는 앞 먹임보상기를 이용하여 외란에 더욱 강한 특성을 갖도록 한다. 구성된 제어기를 이용하여 이족로봇의 연속적인 동적 보행을 모의실험한다.

2. 운동방정식의 선형화

2.1 시스템의 운동방정식

본 논문의 모의실험을 위하여 사용된 역전자 형태의 균형추를 가진 이족로봇의 다물체 동역학 모델을 Fig. 1에 나타내었다.



(a) Coordinate system (b) Tree structure

Fig. 1 Biped system configuration

각각의 다리가 6 자유도, 균형을 잡기 위한 균형추 부분에 2 자유도를 가지게 하여 모두 14 자유도를 가진다. 외부의 구속으로부터 자유롭기 위하여 임의의 공간상에 존재하는 것으로 가정한다. 이때 시스템은 개형구조를 가진다. 본 시스템의 주 물체를 물체1로 선택하고, 각 물체의 기준물체에 대한 상대좌표 ϕ 를 일반화좌표 q 로 정의한다.

개방형 구조를 갖는 이족로봇 시스템에 대한 조인트좌표계로 표현한 운동방정식은 다음과 같이 나타낸다.

$$\bar{M}\bar{q} = \bar{g} \quad (1)$$

여기서

$$\begin{aligned} \bar{M} &= B^T MB \\ \bar{g} &= B^T(g - M\dot{B}\bar{q}) \end{aligned}$$

\bar{M} 과 \bar{g} 는 조인트 좌표시스템으로 변환된 시스템의 질량관성행렬과 외력과 속도 및 코리올리항을 나타내는 일반화된 힘을 각각 나타낸다.

2.2 운동방정식의 선형화

비선형 운동방정식의 선형모델결정은 비선형 방정식의 1차 Taylor 급수 전개로부터 얻는다. 이 급수 전개의 방법에는 일반적으로, 해석적인 방법과 수치적인 방법으로 구분한다. 해석적인 방법에는 선형운동방정식을 명확

하게(explicitly) 얻는 방법과 컴퓨터를 이용하는 반복 선형화방법(recursive linearization method)이 있다. 후자의 방법은 해석시간이 빠르고 실시간 동역학 해석에 유리하다. 본 논문에서는 비교적 개념이 쉽고, 많은 상용동역학해석 프로그램들에 이용되고 있는 수치적 교란방법을 이용하여 이족로봇의 선형 모델을 얻는다.

비선형방정식(1)을 선형화 하기 위하여 다음과 같이 변환한다.

$$\dot{q} = \bar{M}^{-1}g \equiv G \quad (2)$$

그리고, 1차 Taylor 급수를 이용하여 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} d\dot{q} \\ d\ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ \frac{\partial G}{\partial q} & \frac{\partial G}{\partial \dot{q}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\dot{q} \\ d\ddot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial G}{\partial u} \end{bmatrix} du \quad (3)$$

여기서 d는 공칭작용점(nominal operating point)으로부터의 교란을 의미한다.

식(3)의 자코비안 행을 계산하기 위하여 이차보간법(quadratic approximation technique)을 사용한다.

Fig. 2에 나타낸 것처럼, 임의의 함수 f의 편미분 $\frac{\partial f}{\partial y}$ 의 값을 근사적으로 얻는 방법은 다음과 같다. 여기서, 지역좌표(점선좌표)에서 정의된 2차의 점선곡선은 함수 f의 근사적으로 나타낸 곡선이다.

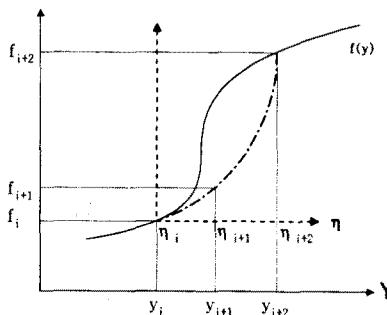


Fig. 2 Quadratic approximation of function f

함수 f는 임의의 미지계수 c, d, 그리고 e를 이용하여 정규화된 지역좌표 η 의 항으로 나타내면 다음과 같다.

$$f(\eta) = [\eta^2 \quad \eta \quad 1] \begin{bmatrix} c \\ d \\ e \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서, 지역좌표 η 와 전역좌표 y는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\eta = \frac{y - y_i}{y_{i+2} - y_i} \quad (5)$$

즉, η 가 0에서 1로 변할 때, y는 y_i 에서 y_{i+2} 로 변함을 나타낸다. 또한, 절대좌표 y에 관한 함수 f의 편미분은 다음과 같다.

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (6)$$

Fig. 2의 세 개의 점들에서 계산된 함수의 값들을 지역좌표의 항으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} f_i \\ f_{i+1} \\ f_{i+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_i^2 & \eta_i & 1 \\ \eta_{i+1}^2 & \eta_{i+1} & 1 \\ \eta_{i+2}^2 & \eta_{i+2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ d \\ e \end{bmatrix} \quad (7)$$

위의 식(7)을 미지계수 c, d, 그리고 e의 항으로 나타낸

후, 식(4)에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$f(\eta) = [\eta^2 \quad \eta \quad 1] \begin{bmatrix} \eta_i^2 & \eta_i & 1 \\ \eta_{i+1}^2 & \eta_{i+1} & 1 \\ \eta_{i+2}^2 & \eta_{i+2} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_i \\ f_{i+1} \\ f_{i+2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

이때, η 는 η_i 와 η_{i+2} 사이를 0에서 1로 변한다. 그리고, η_{i+1} 의 위치를 두 끝점의 중간점으로 선정하였을 경우 식(8)은 다음과 같이 된다.

$$f(\eta) = [\eta^2 \quad \eta \quad 1] \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{(0)} \\ f_{(1/2)} \\ f_{(1)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

위의 식(9)를 지역좌표에 관한 편미분을 한 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \eta} &= [2\eta \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{(0)} \\ f_{(1/2)} \\ f_{(1)} \end{bmatrix} \\ &= -3f_{(0)} + 4f_{(1/2)} - f_{(1)} \end{aligned} \quad (10)$$

절대좌표에 관한 지역좌표의 미분은 식(5)의 관계로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{y_{i+2} - y_i} \quad (11)$$

따라서, 임의의 함수 f의 편미분 $\frac{\partial f}{\partial y}$ 는 식(6)의 체인의 법칙을 이용하여 다음과 같이 근사적으로 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{-3f_{(0)} + 4f_{(1/2)} - f_{(1)}}{y_{i+2} - y_i} \quad (12)$$

3. 상태궤환 제어기

3.1 PD 궤환 제어기

선형화된 시스템 모델을 상태궤환제어에 적용하기 이전에, 이 선형화된 시스템의 완전한 해의 존재 유무를 파악하기 위하여 시스템의 제어성(controllability)과 관측성(observability)에 대한 조사를 수행하여야 한다.

제어입력이 직접 각 조인트에 적용되는 경우의 운동방정식은 식(1)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{M}\ddot{q} = P(q, \dot{q}) + u \quad (13)$$

여기서 u는 제어입력을, P는 일반화된 힘의 요소로써, 제어입력을 제외한 나머지 항이다. 이 식(13)을 선형화를 한 식의 형태는 식(3)과 같으며, 식(13)을 해석의 편리를 위하여 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} d\dot{q} \\ d\ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ \bar{M}^o{}^{-1}P_2^o & \bar{M}^o{}^{-1}P_3^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\dot{q} \\ d\ddot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{M}^o{}^{-1}P_3^o \end{bmatrix} du \quad (14)$$

다시 이 식을 전개하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{M}^o d\ddot{q} + P_1^o d\dot{q} + P_2^o dq + P_3^o du = 0 \quad (15)$$

여기서, “o”는 임의의 공칭값에 대한 선형화가 이루어진 행렬을 의미한다. 임의의 공칭값에 대하여, 위 식(15)의 행렬들은 상수가 되고,

$$dq(t) = q(t) - q^o \quad (16)$$

가 된다. 이때, 식(16)을 제어하고 안정화시키기 위하여 PD제어기를 설계할 수 있다. 이 조건을 만족시키는 케환제어입력 u 가 다음과 같다고 가정을 한다.

$$du = -K_p dq - K_v \dot{dq} \quad (17)$$

여기서 K_p 와 K_v 는 케환 제이행렬이다. 위 식(17)을 식(15)에 대입하면 다음과 같은 선형 폐루프 운동방정식을 구성할 수 있다.

$$\bar{M}^o \dot{dq} = -(K_v + P_1^o) \dot{dq} - (K_p + P_2^o) dq = 0 \quad (18)$$

이 운동방정식이 점근적으로 안정하기 위하여, 모든 극점들의 위치가 실수부에 존재하여야 한다.

식(14)를 간략히 나타내면 다음과 같다.

$$d\dot{x} = A dx + B du \quad (19)$$

만일, 이 선형모델이 제어가능하다면, 제어성 행렬 M_c 는 $2n$ 개의 완전랭크(full rank)를 가져야 한다. 행렬 M_c 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} M_c &= [B \ AB \ \cdots \ A^{n-1}B] \\ &= \left[\begin{array}{cccc} 0 & \bar{M}^o & \cdots & \\ \bar{M}^o & \bar{M}^o & \cdots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ \bar{M}^o & \bar{M}^o & \cdots & \bar{M}^o \end{array} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

일반적으로, 질량관성행렬 \bar{M}^o 은 특이성을 가지지 않으므로, 첫 번째 열은 n 선형독립 열이 된다. 그리고, 두 번째 열의 경우 시스템의 평형상태에 대한 선형화인 경우에는 P_1 의 값은 0이 된다. 그러나, \bar{M}^o 값이 특이성(singularity)을 가지지 않으므로, 제어성 행렬 M_c 는 선형화된 시스템에 대하여 완전랭크를 가진다.

또한, 모의실험의 출력은 모든 조인트의 위치와 속도들을 대부분 포함한다. 즉, 선형화된 시스템의 출력 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{dq} \\ \ddot{dq} \end{bmatrix} = I_{2n \times 2n} dx \quad (21)$$

선형화된 시스템의 관측성 행렬 M_o 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_o \equiv [I \ A^T \ \cdots \ (A^T)^{n-1}] \quad (22)$$

첫 번째 행은 I -행렬로써, $2n$ 개의 랭크를 가지고, 두 번째 행 역시 $2n$ 개의 랭크를 가진다. 그래서, 관측성 행렬 M_o 역시 완전 행 랭크(row rank)를 가진다.

PD 케환제어를 갖는 선형 폐형 시스템의 극점들은 완전 제어성을 만족하므로 임의로 지정할 수 있다. 원하는 시스템을 다음과 같다고 가정하면,

$$d\dot{q} + C_d \dot{dq} + K_d dq = 0 \quad (23)$$

여기서, C_d 와 K_d 는 원하는 폐형 극점들과 원하는 시스템 응답을 고려하여 선정한다. 식(18)과 식(23)으로부터 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$K_v = \bar{M}^o C_d - P_1^o \quad (24)$$

$$K_p = \bar{M}^o K_d - P_2^o \quad (25)$$

3.2 실제 시스템의 제어

결정한 선형시스템과 폐형 극점들을 만족시키기 위한 케환제어기의 구성을 Fig. 3에 나타내었다.

케환제어기는 원하는 극점의 위치들과 함께 식(24)과 식(25)의 제이행렬을 이용하여 안정한 폐루프 시스템을 만들 수 있다. 그래서, 전체 시스템을 안정화시키

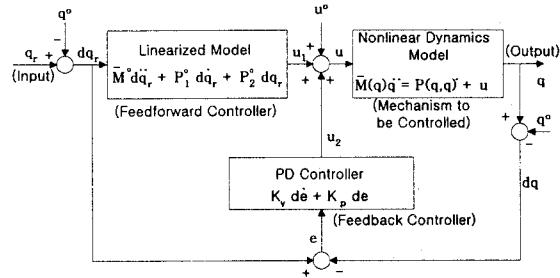


Fig. 3 Block diagram of controller and dynamic system

기 위하여 다음과 같은 제어입력을 생성할 수 있다.

$$u_2 = K_v(dq_r(t) - dq(t)) + K_p(q_r(t) - q(t)) \quad (26)$$

여기서 $dq(t) = q(t) - q^o$, $dq_r(t) = q_r(t) - q^o$, $q_r(t)$ 는 원하는 시스템의 형상을 나타낸다.

보다 좋은 정상상태응답을 얻기 위하여 선형모델로 구성된 앞 막임 제어기를 구성한다. 이 앞 막임 제어기로부터 얻어진 제어입력은 식(19)에서 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$u_1 = B^+(d\dot{x}_r - A dx_r) \quad (27)$$

여기서, $x_r = [q_r^T, \dot{q}_r^T]^T$ 벡터이고, B^+ 는 행렬 B 의 의사역행렬(pseudo inverse matrix)이다.

제어입력 u_o 는 선형화된 공칭점에 대한 상수 입력으로 다음과 같이 정의된다.

$$u_o = \bar{M}^o q^o - P(q_o, \dot{q}_o) \quad (28)$$

그래서, 시스템을 안정화 시키면서 작용하는 전체 제어입력은 다음과 같다.

$$u(t) = u_o + u_1 + u_2 \quad (29)$$

4. 모의실험

본 논문의 모의실험은 이족보행로봇이 2sec동안 정지한 상태에서 초기위치를 결정한 후, 6sec동안 두 보폭을 보행한다. 이때, 지면과의 접촉에 의한 접촉력을 측정하기 위하여 참고문헌[7]에서와 같이 Hertz 힘 모델과 Hysteresis 템평요소를 이용한다.

물체 1과 두 발의 절대 운동궤적을 Fig. 4와 Fig. 5에 각각 나타내었다. 이때, 물체 1의 높이는 40cm로 전보행구간에서 동일하며, 한 보폭은 14cm/step이고 시간은 3sec/step이다.

위의 궤적들을 기준입력으로, 그리고 이들을 통하여 구한 균형추의 궤적을 기준입력궤적으로 하여 모의실험을 수행한다. 모의실험을 위한 수치적분은 4차 Runge-Kutta법을 이용하였다. 강한 비선형특성을 포함한 실제 모델인 비선형방정식을 풀이하기 위하여 Sampling 시간을 0.00005sec로 비교적 좁은 간격으로 잡았으며, 공칭시스템의 값은 0.0001sec마다 선형화를 수행한 값으로 하였다. 이때, 시스템을 안정화 시키기 위한 PD케환행렬은 식(24)와 식(25)로부터 얻은 결과를 Table 1에 나타내었다.

모의실험을 한 결과를 Fig. 6에는 각 조인트의 오차를 Fig. 7에는 절대좌표계로 나타낸 기준물체인 힙의 동적보행의 결과로 나타난 높이 변화와 각도 변화를 보여 주고 있다. Fig. 7의 각 조인트 오차의 크기가 만족할 만큼 작게 나왔지만, 지면반�력의 불규칙한 입력으로 노이즈의 특성이 보인다. Fig. 8에서는 지면에 착지하는 부분과 킥작용을 하는 부분에서 높이변화뿐만 아니라 뒤틀림이 크게 발생한다.

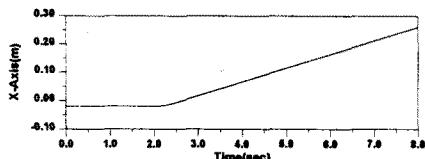
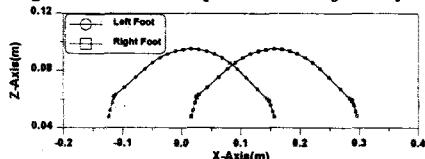
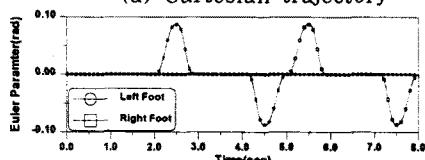


Fig. 4 Cartesian position trajectory of body



(a) Cartesian trajectory

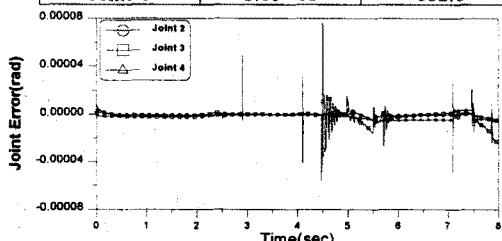


(b) Euler Parameter e2 trajectory

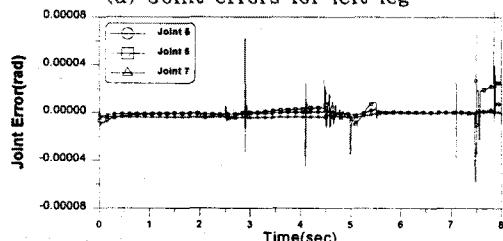
Fig. 5 Cartesian position and orientation of feet during two steps

Table 1. PD feedback gain matrix

Joint	Gain	Kp	Kv
Joint 2		5.0e+05	1414.2
Joint 3		1.0e+05	632.5
Joint 4		1.0e+06	500.
Joint 5		5.0e+05	1414.2
Joint 6		1.0e+05	632.5
Joint 7		1.0e+06	500.
Joint 8		1.0e+05	632.5
Joint 9		1.0e+05	632.5



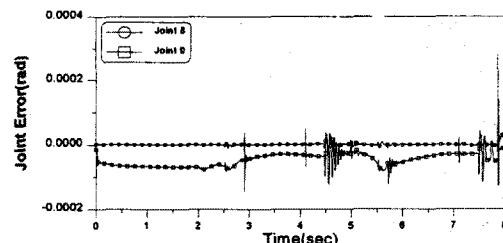
(a) Joint errors for trunk joint



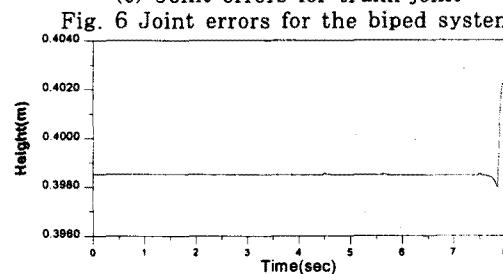
(b) Joint errors for biped system

5. 결 론

본 논문을 통하여 일반동역학 해석프로그램에서 사용 중인 선형화방법을 이용하여, 비선형특성이 강한 이족로봇의 선형화된 상태방정식을 얻었으며 시스템의 특성을 안정화시키기 위하여 상태궤환제어기를 도입하였다. 이



(a) Height of hip



(b) Twist angle of hip

Fig. 7 Cartesian hip trajectories results from simulation

때, 원하는 극점을 만족하는 시스템의 극점을 PD제어제어기법을 이용하여 구하였다.

동적보행을 위한 모의실험에서, 각 조인트의 오차는 상당히 만족할 값의 범위내에 들었지만 지만 반려의 영향을 최소화하는데는 무리가 있었음을 힘의 절대좌표값을 비교함으로 알 수 있었다. 충돌을 최소화하는 방안이 요구된다.

참 고 문 헌

- [1] 박인규, 김진걸, "이족로봇을 위한 동적 보행 해석", 대한전기학회 하계학술대회 논문집, D권, PP.2804-2807, 2000.
- [2] T. Mita, T. Yamaguchi, and T. Kawase, "Realization of a high speed biped using modern control theory", Int. J. of Control, Vol.40, PP.375-402, 1997.
- [3] S. G. Tzafestas, T. E. Krikochoritis, and C. S. Tzafestas, "Robust Sliding-mode Control of Nine-Link Biped Robot Walking", J. of Intelligent and Robotic Systems, Vol.20, PP.375-402, 1997.
- [4] C. Zhou and Q. Meng, "Reinforcement Learning with Fuzzy Evaluative Feedback for a Biped Robot", Int. Conf. on Robotics and Automation, PP.3829-3834, 2000.
- [5] W.S. Lee, S.P. Soon, and G. M. Lance, "Linearization of Controlled Multibody Mechanical Systems", Tech. Report R-49, Uni. of Iowa, 1989.
- [6] T. C. Lin and K. H. Yae, "Recursive Linearization of Multibody Dynamics and Application to Control Design", Tech. Report R-75, Uni. of Iowa, 1990.
- [7] 박인규, 김진걸, "슬라이딩 모드 제어기를 이용한 이족로봇의 강건체어", 대한기계학회 추계학술대회논문집, A권, PP.576-583, 2000.