

여유자유도 로봇을 위한 최적토크제어

이보현* · 이기성
총의대학교 전기 · 정보 · 제어공학과

Torque Optimizing Control of Redundant Manipulators

Bohyun Lee * · Keeseong Lee.
Dept. of Electrical and Control Eng., Hongik Univ.

Abstract - 본 논문에서는 기구적으로 여유자유도를 갖는 로봇 매니퓰레이터 시스템을 대상으로 하여, 로봇 핸드가 주어진 궤적을 추종할 수 있는 관절 토크를 유도하기 위한 동적제어식을 새로이 구성하고, 동적제어식을 만족하는 관절 토크 해들을 중에 국소적으로 토크의 크기를 최적화하는 해를 사용하는 최적토크제어를 제안한다. 최적토크를 구하는 문제에 있어 관절 토크에 가중치 행렬을 적용하여 각 관절 토크의 최대 크기의 비율을 반영할 수 있도록 한다. 또한, 로봇 핸드 자코비안-관성 역행렬의 영공간에서 나타나는 영공간 관절 속도를 정의하고 이러한 영공간 관절속도가 최적토크제어에서는 로봇 시스템을 불안정하게 할 수 있다는 것을 보인다. 최적토크제어의 이러한 문제를 해결하기 위하여 영공간 관절 속도를 제거하기 위한 소산토크를 유도하고, 최적토크제어식에 소산토크를 추가하는 방법을 제안한다. 평면형 3-자유도 로봇을 대상으로 한 모의실험을 통해 제안된 제어 방법의 우수성을 검증하고 그 결과를 분석한다.

1. 서 론

로봇 매니퓰레이터의 작업은 대부분 end-effector의 위치와 방위로서 표시되므로, 매니퓰레이터가 추종해야 할 레퍼런스 궤적은 관절공간이 아닌 태스크 공간에서의 궤적이 된다. 의례적인 로봇 매니퓰레이터 제어 방법은 태스크 공간에서의 레퍼런스 궤적을 역기구학을 이용하여 관절 공간에서의 궤적으로 변환하고, 이 관절 공간에서의 궤적에 대하여 독립 관절 PID 제어[1]나 computed-torque 제어를 이용하여 궤적을 추종한다.

그러나, 기구적으로 여유자유도가 있는 매니퓰레이터에 대해서는 역기구학을 풀기가 어렵거나 불가능하다. 이러한 경우에는 보통 매니퓰레이터 자코비안의 generalized inverse를 이용하여 태스크 공간에서의 end-effector의 속도나 가속도를 관절 공간에서의 속도나 가속도로 변환시키는 방법을 이용한다. 자코비안 행렬의 영공간(null space) 벡터를 관절 속도에 추가하는 방법으로 매니퓰레이터의 여유자유도를 특이형상(singularity) 회피[2], 구동 토크의 최소화[3]-[5], 장애물 회피[6] 등에 이용할 수 있다.

위와 같은 방식의 제어는 관절 공간에서 제어가 이루어지므로 end-effector motion, contact force, impedance, active stiffness, force sensing feedback 등 end-effector와 밀접히 관련된 성질들을 효율적으로 제어하기가 어렵거나 불가능하다. 따라서, 태스크 공간에서의 궤적을 관절공간으로 변환시키지 않고, end-effector의 동력학을 모델링하여 이를 바탕으로 직접 태스크 공간에서 제어를 하는 방법이 제안되기 시작했다[7].

본 논문에서는 여유자유도 로봇에 대하여 되먹임 선형화와 디커플링을 이용하여 로봇 동력학을 독립적인 선형 모델로 바꾼 후 자코비안-관성 역행렬의 가중된 일반 역행렬(Weighted Generalized Inverse)를 적용한 최소 관절 구동 토크로 태스크 공간의 레퍼런스 궤적을 end-effector가 직접 추종하는 새로운 end-effector 동작 제어 방법을 제시한다.

2. 본 론

2.1 로봇 동역학식 선형화와 디커플링

n 개의 자유도를 갖는 로봇 매니퓰레이터의 동역학 방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$M(q)\ddot{q} + n(q, \dot{q}) = \tau \quad (1)$$

여기서 $q \in R^n$ 은 관절 좌표계 벡터, $\tau \in R^n$ 은 input generalized force, $M(q) \in R^{n \times n}$ 은 inertia 행렬, $n(q, \dot{q}) \in R^n$ 은 마찰과 중력, 코리올리력, 원심력을 포함하는 벡터이다. 위치와 방위를 표현하는 태스크 공간 벡터를 $x \in R^m$ 로 표기하면, 태스크 공간 속도벡터 \dot{x} 와 관절공간 속도 벡터 \dot{q} 의 관계는 다음과 같이 매니퓰레이터 자코비안 행렬로 표시된다

$$\dot{x} = J(q)\dot{q} \quad (2)$$

또한, 태스크 공간에서의 가속도 벡터와 관절 공간에서의 가속도 벡터는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\ddot{x} = J(q)\ddot{q} + J(q, \dot{q})\dot{q} \quad (3)$$

동역학 모델 (1)에 되먹임선형화와 디커플링 기법을 적용하면 n 개의 독립적인 선형 동역학 모델을 얻을 수 있다. 관절 공간에서 이러한 기법을 적용한 것이 유명한 computed-torque 제어이고, 태스크 공간에서는 resolved-acceleration 제어 방법이 이런 유형들 중의 하나이다.

태스크 공간 추종오차를 $e \in R^m$ 로 표시하자. 추종오차는 다음과 같이 정의된다.

$$e = x_d - x \quad (4)$$

여기서 x_d 는 end-effector의 레퍼런스 궤적이다. 추종오차를 두 번 미분하고, 식 (3)을 이용하면 아래 식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{e} = \ddot{x}_d - J(q)\ddot{q} - J(q, \dot{q})\dot{q} \quad (5)$$

로봇 동역학식 (1)에 의하면

$$\ddot{q} = M^{-1}(q)[\tau - n(q, \dot{q})] \quad (6)$$

이 얻어지고, 이를 (5)에 대입하면

$$\ddot{e} = \ddot{x}_d - J(q, \dot{q})\dot{q} - JM^{-1}[\tau - n] \quad (7)$$

이 얻어진다.

선형화 제어 입력 $u(t)$ 와 상태 변수 $z(t)$ 를 다음과

같이 정의하자.

$$u(t) = \ddot{x}_d - J\dot{q} - JM^{-1}(\tau - n) \quad (8)$$

선형화 제어 입력 $u(t)$ 에 의해 선형화된 로봇 동역학 모델을 구할 수 있다.

$$\ddot{e} = u \quad (9)$$

선형화 제어 입력 $u(t)$ 를 (9)의 선형화 모델을 안정시키도록 구성하면 (8)을 만족하는 관절 제어 입력 토크 τ 는 추종오차가 0이 되도록 로봇 매니퓰레이터를 동작시킨다. 이러한 성질에 의해 선형화 제어 입력 $u(t)$ 를 다음과 같은 PD feedback으로 구성한다.

여기서 k_p 와 k_v 는 위치오차와 속도오차에 대한 이득값을 나타낸다. (9)와 (10)에 의하면, 위치오차는 다음과 같이 선형화되고 디커플링된 동역학식을 구성한다.

$$\ddot{e} = -k_v \dot{e} - k_p e \quad (11)$$

2.2 최적토크제어

(8)식으로부터 관절 제어 입력 토크 τ 를 구하기 위해 다음 식을 구성한다

$$\tilde{\tau} = \Gamma \ddot{x} \quad (12)$$

여기서, $\Gamma = JM^{-1}$, pseudotorque $\tilde{\tau} = \tau - n$, pseudoendpoint 가속도 명령 $\ddot{x} = \ddot{x}_d - u - J(q, \dot{q})\dot{q}$ 이다. Γ 가 full rank 즉, $\text{rank } \Gamma = m$ 이고, $m < n$ 이라고 가정하면, τ 의 방정식(11)은 무수히 많은 해를 가진다. 이러한 해들 중에 지역적인 의미에서 가장 작은 크기를 가지는 토크 해를 다음과 같이 제안한다.

$$\tau_s = \Gamma^* [\ddot{x}_d + k_v \dot{e} + k_p e - J(q, \dot{q}) + \Gamma n] \quad (13)$$

위 식에서 Γ^* 는 Γ 의 가중된 일반 역행렬 (Weighted Generalized Inverse)이며 다음과 같은 성질들을 만족하는 행렬로 유일하게 정의된다.

$$\begin{aligned} \Gamma \Gamma^* \Gamma &= \Gamma \\ \Gamma^* \Gamma \Gamma^* &= \Gamma^* \\ [W_x \Gamma \Gamma^*]^T &= W_x \Gamma \Gamma^* \\ [W_e \Gamma^* \Gamma]^T &= W_e \Gamma^* \Gamma \end{aligned} \quad (14)$$

$W_e \in R^{n \times n}$ 와 $W_x \in R^{m \times m}$ 는 가중치 행렬들로서 positive definite 행렬들이다.

τ_s 는 $[\tilde{\tau} - \Gamma \ddot{x}]^T W_x [\tilde{\tau} - \Gamma \ddot{x}]$ 을 최소화하는 해들 중의 하나로, 다시 $\tau^T W_x \tau$ 의 값을 최소로 하는 일종의 최소자승해이다. 이러한 의미에서 τ_s 는 최적토크라고 정의할 수 있다.

Γ 가 full rank인 경우, Γ^* 는 다음과 같이 결정된다.

$$\Gamma^* = W_e^{-1} \Gamma^T [\Gamma W_e^{-1} \Gamma^T]^{-1} \quad (15)$$

이러한 경우 (13)과 (15)로 결정되는 토크 τ_s 는 (12)식을 만족하는 해들 중에 가장 작은 크기(W_e -weighted ℓ^2 norm)를 가지는 해로서 태스크 공간에서의 추종오차가 0이 되도록 로봇 매니퓰레이터를 동작시킨다.

2.3 영공간 속도 안정화

(13)식으로 주어지는 최적토크는 다음 (16)식으로 표현되는 Γ 의 영공간에서 활동하는 동역학 항을 조절할 수 없다는 단점을 가진다.

$$[I_n - \Gamma^* \Gamma][M \dot{q} + n] = 0 \quad (16)$$

이는 시스템에 수용하기 힘든 큰 속도나 가속도를 초래하게 되고, 시스템을 불안정하게 할 수 있다. 본 절에서는 이러한 영공간 동역학 항을 제거하기 위해 영공간 관절속도를 정의하고, 이를 제거하는 방법을 제안한다.

투사 행렬 $[I_n - \Gamma^* \Gamma]^T$ 을 이용하면 관절 속도를 다음과 같이 수직적인 두 개의 항으로 분해 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \dot{q}_e + \dot{q}_n \\ \dot{q}_n &= [I_n - \Gamma^* \Gamma]^T \dot{q} \\ \dot{q}_e &= [\Gamma^* \Gamma]^T \dot{q} \end{aligned} \quad (17)$$

위 식에서 \dot{q}_e 는 $\dot{q}_e^T W_e \dot{q}_n = 0$ 이므로, 서로 수직이라고 할 수 있다. \dot{q}_n 이 영공간 관절 속도로 정의되며, 다음과 같은 성질을 만족한다.

$$\dot{q}_n^T \tau = 0 \quad \forall \tau \in R(\Gamma^*) \quad (18)$$

위 식에서 $R(\cdot)$ 은 range space를 나타낸다. 로봇의 에너지는 운동에너지와 위치에너지의 합인 Hamiltonian으로 표시될 수 있으며, 그 변화율은 로봇에 가해지는 토크와 출력되는 관절속도의 내적으로 표시될 수 있다.

$$\dot{H} = \dot{q}^T \tau \quad (19)$$

이러한 에너지 관점에서 식 (18)의 의미를 설명할 수 있다. (13) 식으로 표시되는 최적토크는 에너지 변화 측면에서 영공간 관절 속도에 전혀 영향을 미칠 수 없다. 다시 말해, 영공간 관절속도에 의해 나타나는 에너지를 최적토크로는 변화시킬 수 없다.

이러한 영공간 관절 속도를 제거하기 위해서 (13)식에 다음과 같은 토크항을 추가하면 된다

$$\tau_{nd} = [I_n - \Gamma^* \Gamma] \tau_d \quad (20)$$

위 식의 형태로 추가되는 토크는 로봇 end-effector의 동적 특성에는 전혀 영향을 미치지 않는다. 위 식에서 τ_d 는 가상의 소산력(damping force)으로 다음과 같이 결정하면, 영공간 속도로 인해 나타나는 운동에너지를 제거할 수 있다.

$$\tau_d = -k_{nd} M(q) \dot{q}_n \quad (21)$$

(13)과 (20), (21)로부터 얻어지는 최종적인 제어 식은 다음과 같이 표시된다.

$$\tau = \tau_s - k_{nd} [I_n - \Gamma^* \Gamma] M [I_n - \Gamma^* \Gamma]^T \dot{q} \quad (22)$$

수 있다. (22)식을 적용할 경우, 영공간 관절 속도에 의한 운동에너지는 다음과 같은 특성을 갖는다.

$$\dot{H} |_{\dot{q} = \dot{q}_s} = -k_{nd} \dot{q}_n^T M \dot{q}_n < 0 \quad \forall \dot{q}_n \neq 0 \quad (23)$$

다시 말해, 시간에 따라 영공간 관절속도는 소산되어 0으로 근접해 간다.

2.4 모의 실험

본 절에서는 제안된 제어 식 (22)의 효과를 모의 실험을 통하여 검증하고, 그 결과를 분석한다. 모의 실험에 사용될 로봇은 3자유도를 갖는 수평형 로봇이며, 그 동역학 모델은 다음의 그림에 의해 결정된다.

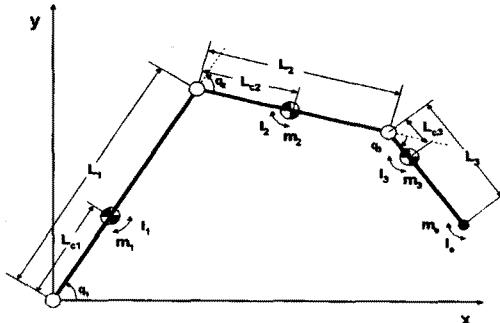


그림 1: 3-자유도 평면 로봇의 동역학 모델

위 그림에서 L_i 는 링크 길이, L_c 는 무게중심까지의 거리, m_i 는 무게중심에서의 질량, I_p 는 무게중심에서의 관성질량을 나타낸다. 각 축의 최대 토크는 1축부터 각각 200, 50, 10 N·m로 가정한다.

출발점 [0.3 0.3] m에서 목표점 [0.3 -0.3] m까지의 직선 운동을 목표로 한다. 운동시간은 0.7 초이며 속도 프로파일은 사나리풀로 주어진다. 최고속도는 1 m/sec이며 가속, 감속 시간은 각각 0.1 초로 주어진다. PD 되먹임에 사용된 제어 이득은 $k_p = 40000$, $k_v = 400$ 이다. 영공간 속도 제어를 위한 토크 항은 포함되지 않았다. 즉, $k_{nd} = 0$. 각축 최대토크의 크기를 고려하기 위해, 가중치 행렬은 다음과 같이 결정한다.

$$W_t = \text{diag}[200, 50, 10]^{-2}$$

동역학 모델은 Matlab의 ode45 함수를 이용하여 모의실험하였으며, 제어주기는 1 msec이다.

다음 그림2에 모의 실험의 결과를 제시하였다. 각 축 최대 토크를 고려하였을 때, 결과에 나타난 각 축의 토크 크기가 축들 간에 잘 분배되었음을 알 수 있다. 주의해서 볼 것은, end-effector의 운동이 끝나는 0.7초 이후에도 2축 토크가 0이 아니라는 점이다. 그리고, 0.7초 이후에 비록 end-effector는 고정된 위치에 있지만, 각 축은 계속해서 움직이는 현상을 발견할 수 있었는데, 이는 영공간 관절속도가 제거되지 않았기 때문이다. 이러한 현상은 k_{nd} 를 0이 아닌 적절한 값으로 조절하여 제거할 수 있다. 그림 3에는 제시된 제어 방법의 최적성을 보여주기 위해 관절 가속도 최적화 제어 방법을 적용했을 경우에 대해 토크 크기를 비교하였다.

3. 결 론

본 논문에서는 여유자유도 로봇에 대하여 되먹임 선형화와 디커플링을 이용하여 로봇 동역학을 독립적인 선형 모델로 바꾼 후 자코비안-관성 역행렬의 가중된 일반 역행렬을 이용하여 최적토크제어를 제안했다. 또한, 영공간 관절 속도를 정의하고 이를 제거할 수 있는 방법을 제안하여 최적토크제어를 보완하였다. 제시한 제어 방법에 대한 모의 실험과 그 결과를 수록하였다.

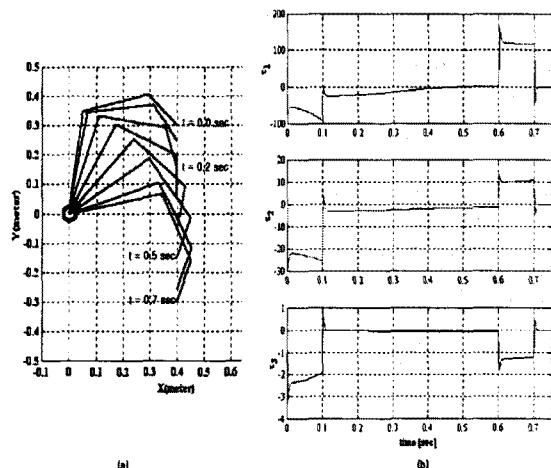


그림 2: 직선운동의 경우 로봇 궤적과 입력 토크

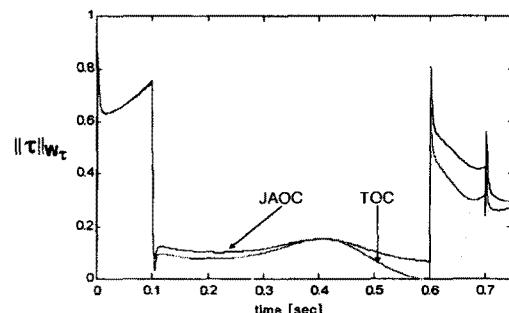


그림 3: 최적토크제어(TOC)와 최적가속도제어(JAOC)의 토크 크기 비교

(참 고 문 헌)

- [1] J. Y. S. Luh, "Conventional controller design for industrial robots-A tutorial", IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. SMC-13, 1983
- [2] T. Yoshigawa, "Manipulability and redundancy control of robotic mechanisms", Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp. 1004-1009, 1985
- [3] J. M. Hollerbach and K. C. Suh, "Redundancy resolution through torque optimization", Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp. 323-328, 1985
- [4] A. Nedungadi and K. Kazerounian, "A local solution with global characteristics for the joint torque optimization for a redundant manipulator", J. of Robotic Systems, vol. 6, no. 5, pp. 631-654, 1989
- [5] S. Ma, S. Hirose and D. Nenchev, "Improving local torque optimization techniques for redundant robotic mechanisms", J. of Robotic Systems, pp. 75-91, 1991
- [6] C. Y. Chung, B. H. Lee and J. H. Lee, "Collision Avoidance for Kinematically Redundant Robots Using Distance Algorithm", IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems, 1997
- [7] O. Khatib, "A Unified Approach for Motion and Force Control of Robot Manipulators: The Operational Space Formulation", IEEE J. Robotics and Automation, Vol. RA-3, No. 1, 1987