

## 강인 적응 비선형 제어 설계

김 동현\*, 김 응석\*\*, 현 근호\*\*\*, 양 해원\*  
한양대학교 전기공학과\*, 한라대학교 전기공학부\*\*, 신성대학 전기과\*\*\*

### A Robust Adaptive Nonlinear Control Design

Dong-Hun Kim\*, Eung-Seok Kim\*\*, Keun-Ho Hyun\*\*\*, Hai-Won Yang\*  
HanYang University\*. Halla University\*\*. ShinSung College\*\*\*

**Abstract** - In this paper, we design a robust adaptive controller for a nonlinear systems with uncertainties to be rejected via disturbance adaptation law. The nonlinear system considered in this paper has unknown nonlinear functions being influenced by external disturbance. The upper bounds of unknown nonlinear functions at each time is estimated by using disturbance adaptation law. The estimated nonlinear functions are used to design stabilizing function and control input. Tuning function is used to estimate unknown system parameter without overparametrization. A set-point regulation error converges to a residual set close to zero asymptotically fast.

### 1. 서 론

적응제어는 미지의 상수 파라미터를 가진 시스템을 다루기 위하여 설계되었다. 하지만 비선형 적응제어 문제에 있어서 미지의 외란 혹은 시변 파라미터가 존재할 때 제어기를 설계하는 문제는 쉽지 않아서 비선형 시스템의 강인 적응제어 문제는 지난 몇 년 동안 많은 관심의 대상이었다. 실제 용용시에 존재하는 시변외란 혹은 비모형화 다이나믹스를 가진 비선형 시스템에 대한 강인 적응제어 문제가 최근에 활발히 연구되어지고 있는 것은 선형 시스템 대상의 제어 문제가 비선형 시스템 대상의 제어문제로 관심이 옮겨 지면서 많은 기술적인 문제점이 나타나는 데서 기인한다. 시스템을 비선형 적응제어로 설계 가능케 해준 역할은 적응 백스테핑 알고리즘의 도입 이었다[1]. 적응 백스테핑 기법을 이용한 적응제어기 설계는 비선형 시스템 뿐만 아니라 선형 시스템에도 적용 가능하며 기존의 적응제어기에 비하여 특성이 우수한 것으로 알려져 있다. 최근에는 적응 백스테핑에서 더 진보된 형태로 overparametrization을 없앨 수 있는 튜닝 함수 설계 방법도 사용되고 있다[2]. 적응 백스테핑 방법은 상대차수 제한조건, overparametrization 같은 비선형 적응제어 연구 초기에 생겨 났던 몇 가지 기술적인 문제를 없애 주었다. 더욱이 최근에는 백스테핑 제어기의 과도 특성에 관한 정보를 제공하는 연구들이 행하여지고 있다[3]. 이러한 사실들은 튜닝 함수를 이용한 적응 백스테핑 방법에 대한 장인성에 대한 사실들을 제공해 주었다. 시변 외란이나 비모형화 특성을 가지는 비선형 시스템 문제에 있어서 강인 제어와 적응제어가 합쳐진 많은 제어 기법들이 제시되고 있다[4]. 그러나, 이러한 적응제어기는 구조화된 불확실성이 존재하는 경우 효과적이었지만 구조화되지 않은 불확실성에 대해서는 효과적인지 알 수 없고, 엄격한 가정을 하여 제어기의 효율성이 멀어지게 된다[5]. 따라서, 최근 몇 년간 불확실성과 외란이 존재하는 경우 적응 백스테핑기법을 이용한 제어기를 어떻게 설계할 것인가에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다[6][7].

본 논문에서는 유계의 불확실성이나 외부외란을 가진 비선형 시스템에 대하여 강인 적응제어 기법을 이용하여 유계의 불확실성이나 외부외란에 의한 영향을 소거한다. 시스템의 구조는 parameteric strict 피드백 형태로 변환된 형태를 이용하여 불확실성의 상한값을 적응률을 이용하여 추정하며 이를 안정화 함수와 제어입력에서 사용한다. 따라서, 기존의 강인 제어방식에 비해 특별한 가정이 없으며 엄격한 제한없이 전역 안정화를 가능하게 하였다. 제어기 설계는 튜닝 함수를 이용한 적응 백스테핑 방법을 사용한다. 컴퓨터 모의 실험을 통하여 수학적으로 입증된 본 제어기의 효용성을 확인하기로 한다.

### 2. 문제 정의

제어대상 비선형 시스템은 parameteric strict feedback 형태로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1} + \theta^T \phi_i(x_1, \dots, x_n) + \Delta_i(x, t), \quad 1 \leq i \leq n-1 \\ x_n &= \phi_0(x) + \theta^T \phi_n(x) + \beta_0(x) u + \Delta_n(x, t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $\theta \in R^p$ 는 미지의 파라미터이고,  $\phi_0, \beta_0, \phi_i, 1 \leq i \leq n$ 은 알고 있는 비선형 함수이며, 모든  $x \in R^n$ 에 대해  $\beta_0(x) \neq 0$ ,  $\Delta(x, t)$ 는 불확실성 혹은 외부 외란에 의한 비선형 함수를 의미한다.

가정. 비선형 불확실성  $\Delta_i(x, t)$ 는 아래의 조건처럼 유계의 함수이다.

$$|\Delta_i(x, t)| \leq \rho_i, \quad 1 \leq i \leq n \quad (2)$$

여기서,  $\rho_i$ 는  $|\Delta_i(x, t)|$ 의 상한값이며 미지의 값이다.

제어목적은 0으로 set-point regulation하는 문제로 하고, 추적문제로의 확장도 이와 유사하게 수정하여 용용할 수 있다.

### 3. 제어기 설계

백스테핑 설계 방법은 반복적이다. 매  $i$ 번째 단계마다  $i$  번째 부시스템이 안정화 함수  $\alpha_i$ 와 튜닝함수  $\tau_i$ 로 설계한 리아프노프 함수  $V_i$ 에 의해 안정화 된다.  $\theta(t)$ 에 대한 적응규칙과 적응제어 입력  $u$ 는 마지막 단계에서 설계된다.

▼ 단계 1.

$z_1 = x_1$  와  $z_2 = x_2 - \alpha_1$  를 도입해  $\dot{x}_1 = x_2 + \theta^T \phi_1(x_1) + \Delta_1$  에 대입하면,

$$\dot{z}_1 = z_2 + \alpha_1 + \theta^T \phi_1(x_1) + \Delta_1$$

리아프노프 함수  $V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} \theta^T \Gamma^{-1} \theta$ 에 대해 정리하면,

$$\dot{V}_1 = z_1(z_2 + \alpha_1 + \theta^T \phi_1 + \Delta_1) + \theta^T \Gamma^{-1} (\theta - \Gamma z_1 \phi_1) \quad (3)$$

여기서,  $\hat{\theta} = \theta - \theta$ .

$$\hat{\theta} = \tau_1 \text{으로 놓으면, } \tau_1(x_1) = \Gamma z_1 \phi_1(x_1)$$

$V_1 = -c_1 z_1^2$ 이 되도록,  $a_1$ 을 정하면.

$$a_1(x_1, \hat{\theta}) = -c_1 z_1 - \hat{\theta}^T \phi_1(x_1) - \hat{\rho}_1 \text{sat}(z_1) \quad (4)$$

$$\text{sat}(z_k) = \begin{cases} 1 & \text{if } z_k \geq v_k \\ -1 & \text{if } z_k \leq -v_k \\ \frac{z_k}{v_k} & \text{otherwise} \end{cases}, \quad k = 1, 2, \dots, n$$

하지만,  $\hat{\theta} = \tau_1$ 은 사용하지 않고,  $\hat{\theta}$ 의 결정은 나중으로 미루자. 그러면, 리아프노프 함수의 미분항과,  $\dot{z}_i$ 은 다음과 같이 된다.

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + \hat{\theta}^T \Gamma^{-1} (\hat{\theta} - \tau_1) - z_1 \hat{\rho}_1 \text{sat}(z_1) + z_1 \Delta_1 \quad (5)$$

### ▼ 단계 i

단계 1과 같은 방법으로 i 번째 항을 정리해 보자.

$z_{i+1} = x_{i+1} - a_i$ 을 도입하면  $\dot{z}_i = x_{i+1} + \hat{\theta}^T \phi_i(x_1, \dots, x_i) + \Delta_i$ 를 다음과 같이 전개 할 수 있다.

$$\dot{z}_i = z_{i+1} + a_i + \hat{\theta}^T \phi_i + \Delta_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} (x_{k+1} + \hat{\theta}^T \phi_k + \Delta_k) - \frac{\partial a_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \hat{\theta}$$

$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2$ 에 대해 전개하면.

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= -\sum_{k=1}^{i-1} c_k z_k^2 + \left( \sum_{k=1}^{i-2} z_{k+1} \frac{\partial a_k}{\partial \hat{\theta}} \right) (\tau_{i-1} - \hat{\theta}) \\ &\quad + z_i [z_{i-1} + z_{i+1} + a_i + \Delta_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} (x_{k+1} + \Delta_k) \\ &\quad - \frac{\partial a_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \hat{\theta} + \hat{\theta}^T (\phi_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} \phi_k)] \\ &\quad + \hat{\theta}^T \Gamma^{-1} [\hat{\theta} - \Gamma \sum_{k=1}^{i-1} z_k (\phi_k - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} \phi_k)] \\ &\quad - \sum_{k=1}^{i-1} (z_k \hat{\rho}_k \text{sat}(z_k) - z_k \Delta_k) \end{aligned}$$

$\hat{\theta} = \tau_i$ 로 놓으면,

$$\tau_i(x_1, \dots, x_i, \hat{\theta}) = \tau_{i-1} + \Gamma z_i (\phi_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} \phi_k) \quad (6)$$

$$\hat{\theta} - \tau_{i-1} = \hat{\theta} - \tau_i + \Gamma z_i (\phi_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} \phi_k)$$

위의 식을 사용해서  $\dot{V}_i$ 를 전개하면.

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= -\sum_{k=1}^{i-1} c_k z_k^2 + \sum_{k=1}^{i-2} z_{k+1} \frac{\partial a_k}{\partial \hat{\theta}} (\tau_{i-1} - \hat{\theta}) \\ &\quad + z_i [z_{i-1} + z_{i+1} + a_i + \Delta_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} (x_{k+1} + \Delta_k) \\ &\quad - \frac{\partial a_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \hat{\theta} + (\hat{\theta}^T - \sum_{k=1}^{i-2} z_{k+1} \frac{\partial a_k}{\partial \hat{\theta}} \Gamma) (\phi_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} \phi_k)] \\ &\quad + \hat{\theta}^T \Gamma^{-1} (\hat{\theta} - \tau_i) - \sum_{k=1}^{i-1} (z_k \hat{\rho}_k \text{sat}(z_k) - z_k \Delta_k) \end{aligned}$$

$\dot{V}_i = -\sum_{k=1}^i c_k z_k^2$ 이 되도록  $a_i$ 를 전개하면.

$$\begin{aligned} a_i(x_1, \dots, x_i, \hat{\theta}) &= -z_{i-1} - c_i z_i + \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} x_{k+1} \\ &\quad + \frac{\partial a_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \tau_i + \left( \sum_{k=1}^{i-2} z_{k+1} \frac{\partial a_k}{\partial \hat{\theta}} \Gamma - \hat{\theta}^T \right) (\phi_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} \phi_k) \\ &\quad - \hat{\rho}_i \text{sat}(z_i) - \sum_{k=1}^{i-1} \left[ \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} \hat{\rho}_k \text{sat}(z_i, \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k}) \right] \quad (7) \end{aligned}$$

$$\text{sat}(z_i, \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k}) = \begin{cases} 1 & \text{if } z_i \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} \geq \omega_k \\ -1 & \text{if } z_i \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} \leq -\omega_k \\ z_i \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} \frac{1}{\omega_k} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$k = 1, 2, \dots, n-1$

하지만,  $\hat{\theta} = \tau_i$ 은 사용하지 않고,  $\hat{\theta}$ 의 결정은 나중으로 미루자. 그러면, 리아프노프 함수의 미분항과,  $\dot{z}_i$ 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= -\sum_{k=1}^{i-1} c_k z_k^2 + z_i z_{i+1} + \left[ \sum_{k=1}^{i-2} z_{k+1} \frac{\partial a_k}{\partial \hat{\theta}} - \hat{\theta}^T \Gamma^{-1} \right] \\ &\quad (\tau_{i-1} - \hat{\theta}) - z_i \hat{\rho}_i \text{sat}(z_i) + z_i \Delta_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} [z_i \hat{\rho}_k \\ &\quad \text{sat}(z_i, \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k}) + z_i \Delta_k] - \sum_{k=1}^{i-1} [z_k \hat{\rho}_k \text{sat}(z_k) - z_k \Delta_k] \quad (8) \end{aligned}$$

### ▼ 단계 n

$z_n = x_n - a_{n-1}$ 을 도입하면  $\dot{z}_n = \phi_0(x) + \theta^T \phi_n(x) + \beta_0(x) u$ 을 다음과 같이 전개 할 수 있다.

$$z_n = \phi_0 + \theta^T \phi_n + \Delta_n + \beta_0 u - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} (x_{k+1} + \theta^T \phi_k + \Delta_k) - \frac{\partial a_{n-1}}{\partial \theta}$$

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} z_n^2 + \sum_{k=1}^n \frac{1}{2 \gamma_k} \tilde{\rho}_k^2 \text{로 설정해서 전개하자.}$$

여기서,  $\tilde{\rho}_k = \hat{\rho}_k - \rho_k$ .

$$\begin{aligned} V_n &= -\sum_{k=1}^{n-1} c_k z_k^2 + \left( \sum_{k=1}^{n-2} z_{k+1} \frac{\partial a_k}{\partial \hat{\theta}} \right) (\tau_{n-1} - \hat{\theta}) + z_n [z_{n-1} \\ &\quad + \beta_0 u + \phi_0 + \Delta_n - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} (x_{k+1} + \Delta_k) - \frac{\partial a_{n-1}}{\partial \theta} \hat{\theta} \\ &\quad + \theta^T (\phi_n - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} \phi_k)] \\ &\quad + \theta^T \Gamma^{-1} [\hat{\theta} - \Gamma \sum_{k=1}^{n-1} z_k (\phi_k - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} \phi_k)] \\ &\quad - \sum_{k=1}^{n-1} [z_k \hat{\rho}_k \text{sat}(z_k) - z_k \Delta_k] + \sum_{k=1}^n \frac{1}{\gamma_k} \tilde{\rho}_k \hat{\rho}_k \end{aligned}$$

$V_n$ 에서  $\hat{\theta} - \theta$ 를 제거하기 위해,  $\hat{\theta}$ 를 다음과 같이 정한다.

$$\hat{\theta} = \tau_n(z, \hat{\theta}) = \tau_{n-1} + \Gamma z_n (\phi_n - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} \phi_k) \quad (9)$$

$$\hat{\theta} - \tau_{n-1} = \tau_n - \tau_{n-1} = \Gamma z_n (\phi_n - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} \phi_k) \text{를 고려해}$$

$V_n$ 을 다시 정리하면,

$$\begin{aligned} V_n &= -\sum_{k=1}^{n-1} c_k z_k^2 + z_n [z_{n-1} + \beta_0 u + \phi_0 + \Delta_n - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} \\ &\quad (x_{k+1} + \Delta_k) - \frac{\partial a_{n-1}}{\partial \theta} \hat{\theta}] \\ &\quad + (\hat{\theta}^T - \sum_{k=1}^{n-2} z_{k+1} \frac{\partial a_k}{\partial \theta} \Gamma) (\phi_n - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} \phi_k) \\ &\quad - \sum_{k=1}^{n-1} [z_k \hat{\rho}_k \text{sat}(z_k) - z_k \Delta_k] + \sum_{k=1}^n \frac{1}{\gamma_k} \tilde{\rho}_k \hat{\rho}_k \quad (10) \end{aligned}$$

위의  $V_n$ 식에서 제어입력  $u$ 를 다음과 같이 설정한다.

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{\beta_0} [-z_{n-1} - c_n z_n - \phi_0 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} x_{k+1} + \frac{\partial a_{n-1}}{\partial \theta} \tau_n \\ &\quad + (\sum_{k=1}^{n-2} z_{k+1} \frac{\partial a_k}{\partial \theta} \Gamma - \hat{\theta}^T) (\phi_n - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} \phi_k) \\ &\quad - \hat{\rho}_n \text{sat}(z_n) - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} \hat{\rho}_k \text{sat}(z_n, \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k})] \quad (11) \end{aligned}$$

그리면, 리아프노프 함수의 미분항과,  $\dot{z}_n$ 은 다음과 같아 된다.

$$\begin{aligned} V_n &\leq -\sum_{k=1}^n c_k z_k^2 - \sum_{k=1}^n |z_k| \tilde{\rho}_k + I_{1k} \sum_{k=1}^n \hat{\rho}_k (|z_k| - \frac{z_k^2}{\omega_k}) \\ &\quad - |z_n| \sum_{k=1}^{n-1} \left| \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} \right| \tilde{\rho}_k + I_{2k} \sum_{k=1}^{n-1} \hat{\rho}_k [|z_n| \left| \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} \right|] \\ &\quad - \left( \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} \right)^2 \frac{z_n^2}{\omega_k} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{\gamma_k} \tilde{\rho}_k \hat{\rho}_k \end{aligned}$$

여기서,  $I_{1k} = \begin{cases} 0 & \text{if } |z_k| \geq \omega_k \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$

$$I_{2k} = \begin{cases} 0 & \text{if } \left| z_n \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k} \right| \geq w_k \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad k=1, 2, \dots, n-1.$$

$$\dot{V}_n = - \sum_{k=1}^n c_k z_k^2 - \sum_{k=1}^{n-1} |z_k| \tilde{\rho}_k - |z_n| \tilde{\rho}_n$$

$$- |z_n| \sum_{k=1}^{n-1} \left| \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k} \right| \tilde{\rho}_k + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\gamma_k} \tilde{\rho}_k \tilde{\rho}_k + \frac{1}{\gamma_n} \tilde{\rho}_n \tilde{\rho}_n + \varepsilon$$

여기서,

$$\varepsilon = I_{1k} \sum_{k=1}^n \tilde{\rho}_k (|z_k| - \frac{z_k^2}{w_k}) + I_{2k} \sum_{k=1}^{n-1} \tilde{\rho}_k (|z_n| \left| \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k} \right| - (\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k})^2 \frac{z_n^2}{w_k}).$$

위의  $\dot{V}_n$  식에서  $\tilde{\rho}_k$ 을 다음과 같이 설정한다.

$$\tilde{\rho}_k = \begin{cases} \gamma_k (|z_k| + |z_n| \left| \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k} \right|) & , k=1, 2, \dots, n-1, \text{ if } \tilde{\rho}_i \leq \bar{\rho}_i \\ \gamma_k |z_k| & , k=n \\ \gamma_k [1 + \frac{\bar{\rho}_i - \tilde{\rho}_i}{\delta}] (|z_k| + |z_n| \left| \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k} \right|) & , k=1, 2, \dots, n-1, \text{ else} \\ \gamma_k [1 + \frac{\bar{\rho}_i - \tilde{\rho}_i}{\delta}] |z_k| & , k=n \end{cases} \quad (12)$$

여기서,  $\delta$ 는 양의 상수이며,  $\bar{\rho}_i$ 는  $\rho_i$ 값보다 적당히 큰 양의 상수로 설정한다. 그러면 식(14)의 두 경우 모두에 대하여 식(15)가 성립한다. 식(14)는  $\tilde{\rho}_i$ 가 임의의 어떤 값을 넘지 않도록 일반적인 적용칙을 수정한 형태이다.

$$\dot{V}_n \leq - \sum_{k=1}^n c_k z_k^2 + \varepsilon \quad (13)$$

목적궤적오차의 상한값  $\varepsilon_0$ 를 사용하여 다음과 같은 오차 집합을 정의하자.

$$E_0 = \left\{ z_k : \sum_{k=1}^n |z_k| < \varepsilon_0 \right\} \quad (14)$$

그러면, 식(18)을 만족하는  $c_k$ 가 존재한다.  $\varepsilon_0$ 은 사용자 설정 파라미터이다.

$$c_k \geq \frac{\varepsilon + \varepsilon_1}{\varepsilon_0^2} \quad (15)$$

여기서,  $\varepsilon_1$ 은 양수이다. 식(18)을 식(15)에 넣으면 다음과 같다.

$$\dot{V}_n = - \sum_{k=1}^n c_k z_k^2 + \varepsilon \leq - \varepsilon_1, \quad \forall e_i \in R^n - E_0 \quad (16)$$

따라서,  $z_i, \theta, \tilde{\rho}_i$ 는 다음과 같은 잔여집합에 점근적으로 수렴한다.

$$D = \left\{ z_i, \theta, \tilde{\rho}_i : \sum_{k=1}^n c_k z_k^2 \leq \varepsilon \right\} \quad (17)$$

#### 4. 모의 실험

제안된 제어기의 효용성을 입증하기 위하여 아래의 시스템을 고려해 보자[2].

$$\dot{x}_1 = x_2 + \theta x_1^2 + 0.2 \sin(t)$$

$$\dot{x}_2 = u + 0.5 \cos(2t)$$

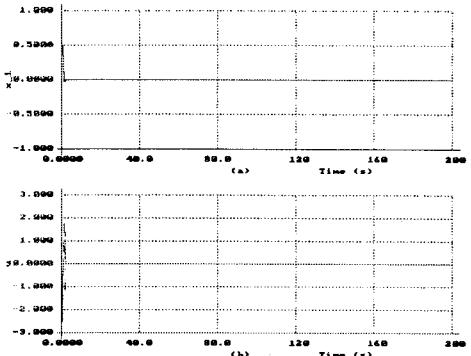
각각의 다이나믹스에서  $0.2 \sin(t), 0.5 \cos(2t)$ 가 비선형 외란이다.

그림1.(a)는 외란이 존재 하지 않을 때, 본 논문에서 제시한 방법의 결과이고, 그림1.(b)는 외란이 존재 할 때, 본 논문에서 제시한 방법의 결과이다. 그림1.(b)에서는 외란이 존재 하더라도  $x_1$ 이 0에 근접한 잔여 집합에 빠르게 수렴하고 있음을 보여 주고 있다.

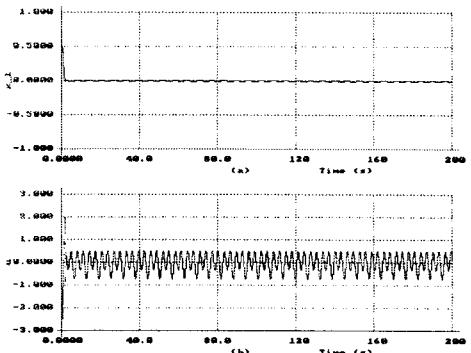
#### 5. 결 론

본 논문에서는 불확실성 혹은 외부 외란을 가진 parameteric strict 피드백 형태의 비선형 시스템에 대한 강인적용제어 기법이 제시되었다. 불확실성 혹은 외부 외란을 나타내는 미지의 비선형 함수에 대하여 적용

칙을 사용하여 상한값을 추정하여 이 값을 안정화 함수와 제어입력 설계에 사용함으로써 강인한 백스테핑 설계를 가능하게 하였다. 기존의 강인제어 방식에 비해 특별한 가정이 없으며 엄격한 제한없이 전역 안정화를 가능하게 하였다. 또한 기존의 튜닝 함수를 이용한 적응 백스테핑 기법에 특별한 수정없이 그대로 설계 할 수 있다. 미지의 비선형 함수가 존재하더라도 전체 시스템의 안정도가 보장되고 안정화 오차가 0에 근접한 잔여집합으로 점근적으로 빠르게 수렴함을 수학적으로 입증하였다. 컴퓨터 모의실험에서 외부 외란을 나타내는 미지의 비선형 함수가 존재하더라도 좋은 결과를 얻을 수 있었다.



(a) 외란이 존재 하지 않을 때의  $x_1, u$



(b) 외란이 존재 할 때의  $x_1, u$

그림1. 제안된 제어기의 결과

#### (참 고 문 헌)

- [1] I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotovic and A. S. Morse, "Systematic Design of Adaptive Controllers for Feedback Linearizable Systems," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 36, pp. 1241-1253, 1991.
- [2] M. Krstic, I. Kanellakopoulos and P. V. Kokotovic, "Adaptive Nonlinear Control without Overparametrization," *Systems & Control Letters*, vol. 19, pp. 177-185, 1992.
- [3] M. Krstic, I. Kanellakopoulos and P. V. Kokotovic, "Nonlinear Adaptive Control Design," *John Wiley & Sons*, 1995.
- [4] P. A. Ioannou and J. Sun, "Robust Adaptive Control," *Prentice Hall*, 1996.
- [5] H. K. Khalil, "Nonlinear Systems," *Prentice Hall*, 1996.
- [6] 김민수, 협근호, 양해원, "백스테핑 기법을 이용한 적응 비선형 제어기 설계에 관한 연구," *대한 전기학회 하계학술대회 논문집*, pp. 588-591, 1998.
- [7] R. A. Freeman and P. V. Kokotovic, "Backstepping Design of Robust Controllers for a Class of Nonlinear Systems," *Proceedings of the IFAC Nonlinear Control Systems Design Symposium*, pp. 307-312, 1992.