

비선형 시스템의 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어

김 도우*, 양 해원, 조 민호
한양 대학교 전기공학과*

Adaptive Fuzzy Sliding-Mode Control of Nonlinear System

Do-woo Kim*, Hai-won Yang, Min-Ho Cho

Dept of Elec Eng Hanvana University*

Abstract - In this paper, we proposed a decoupled adaptive fuzzy sliding-mode control scheme in designing the SMC of a class of fourth-order nonlinear systems. These systems are decoupled the whole system into two second-order systems such that each subsystem has a separate control target expressed in terms of a sliding surface. Then, information from the secondary target conditions the main target, which, in turn, generates a control action to make both subsystem move toward their sliding surface, respectively. and Two sets of fuzzy rule bases are utilized to represent the equivalent control input with unknown system functions of the main target. The membership functions of the *THEN*-part, which is used to construct a suitable equivalent control of SMC, are changed according to adaptive law. Under this design scheme, we not only maintain the distribution of membership functions over state space but also reduce considerably computing time. we apply the decoupled adaptive sliding-mode control to control a nonlinear inverted pendulum system and confirms the validity of the proposed approach.

1. 서 론

퍼지 제어는 전문가의 경험과 지식에 대한 조건적 언어 표현과 근사 추론에 기초한 제어 규칙을 시스템 입출변수와 관계시킴으로서 다양한 비선형 시스템의 제어에 널리 이용되고 있다. 그러나, 모든 경우에 대해 이러한 전문가적 언어 규칙에 대한 적절한 퍼지 제어 규칙과 입출력 퍼지 집합의 소속함수를 얻기는 어려우며, 특히, 퍼지 제어는 안정도를 보장하는데 있어 문제점이 있다. 따라서 최근에는 이러한 퍼지제어의 안정도 문제점을 해결하기 위해 적응 알고리즘을 적용하기도 하고, 또는 적절한 스위칭 평면을 설정하여 스위칭 평면의 동특성에 따라 시스템이 제어되도록 불연속의 스위칭 입력을 인가하여 시스템의 파라미터가 변하는 경우나 외부 외란에 대해 둔감한 동특성과 안정도를 보장하며, 빠른 과도 응답 특성을 나타내는 장점을 갖고 있는 제어방식인 슬라이딩 모드 제어를 퍼지 제어에 접목하는 경향이 있다. [1], [2]에서는 퍼지 슬라이딩 모드의 안정도 문제를 고려하여, 등가 제어입력이 이미 존재한다는 가정하에 퍼지규칙을 이용 리칭모드 제어입력을 구성하였다. 그러나 이러한 방법은 시스템의 수학적 모델이 미지인 경우 적절한 등가 제어 입력을 얻을 수 없는 단점이 있다. 그리고 [3], [4]에서는 적응제어를 통해 퍼지 제어 규칙을 조절하는 방법과 미지 시스템의 퍼지 슬라이딩제어에 적용 알고리즘을 적용, 미지의 시스템을 근사화하여 등가 제어입력을 구하고, 리칭모드 제어입력에 퍼지 소속함수를 적용하는 방법을 제시하였다. 그러나 이 방법의 경우 리칭모드 제어입력을 구하는 조건에 있어 미지 시스템의

상한과 하한의 유계 경계에 대한 조건이 필요하다는 가정을 필요로 하며, 동시에 시스템의 차수가 고차인 경우 치나치게 많은 퍼지 규칙이 필요하다는 문제점을 갖는다. [5]에서는 Cart-pole과 같은 디커플링된 4차 비선형 시스템에 대해 퍼지 슬라이딩제어를 이용 디커플링된 두 부시스템의 각 제어 목적을 동시에 달성하는 방법을 제시하였다. 그러나, 이 방법 역시 시스템의 수학적 모델이 미지인 경우 적절한 제어를 할 수 없다. 따라서, 본 논문에서는 [5]에서 제시한 단일입력 다출력의 디커플링된 비선형 시스템에 대해 시스템의 수학적 모델이 미지인 경우를 가정하여, 적응 퍼지 슬라이딩모드 제어를 구성하는 방법을 제안한다. 본 논문의 전체 구성은 제시된 디커플링된 4차 비선형 시스템을 주 제어목적과 부제어 목적을 갖는 두 개의 2차 비선형 시스템으로 구분하고, 각 부시스템에 의한 슬라이딩 초평면을 구성한다. 그리고, 이중 부 목적 조건의 슬라이딩 초평면 정보를 스위칭 평면 조건에 따라 제어입력에 포함시킴으로서 두 부시스템의 퍼지 슬라이딩 초평면에 포함시킴으로서 두 부시스템의 각 제어 목적을 동시에 달성하고자 한다. 특히 본 논문에서는 보조 변수를 포함한 변형된 주목적 조건의 슬라이딩 초평면으로부터 두 개의 퍼지 제어 규칙을 정한다. 그리고, 주 제어 목적 부 시스템의 미지시스템 함수를 적응 알고리즘으로 근사화 함으로서 등가 제어입력과 리칭 모드 제어입력을 구한다. 따라서, 본 논문의 구성은 2장에서 Cart-Pole 시스템과 같은 단일입력 다출력 4차 비선형 시스템의 문제를 설정하고, 3장에서는 2장에서 제시한 디커플링된 시스템의 스위칭 평면 설정과 슬라이딩모드 존재 조건에 의한 제어입력 구성에 대해 논한다. 4장에서는 적응 퍼지 슬라이딩에 의해 주 제어 목적 부 시스템의 미지시스템 함수를 근사화 함으로서 근사 등가 제어입력과 리칭모드 제어입력을 구한다. 마지막으로 5장에서는 본 논문에서 제안한 디커플링된 비선형 시스템의 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어의 제어 성능을 확인하기 위해 [5]의 디커플링된 역진자 Cart-Pole 비선형 시스템을 이용하여, [5]에서 제시한 퍼지 슬라이딩 모드 제어와 제어 성능을 비교하는 컴퓨터 모의 실험을 수행한다.

2. 문제의 설정

제어 대상으로는 Cart-Pole 시스템과 같은 단일입력 다출력 4차 비선형 시스템에 대해 전체 시스템이 두 개의 2차 비선형 시스템으로 디커플링 된다는 가정에 따라 제어 대상 시스템을 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= f_1(x) + g_1(x)u \\ \dot{x}_3(t) &= x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) &= f_2(x) + g_2(x)u\end{aligned}\tag{1}$$

여기서, u 는 플랜트에 가해지는 제어입력을 나타내고, $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ 는 플랜트의 상태 벡터이며, 모든

상태 변수는 측정 가능하다. 그리고 식(1)의 플랜트에 대한 안정한 제어기를 구성하기 위해서는 다음과 같은 가정이 요구된다. $f_1(x)$, $f_2(x)$ 는 유계이며 미지의 비선형 연속 함수이고, $g_1(x)$, $g_2(x)$ 또한 미지의 비선형 이득함수로 이중 $g_1(x) \geq g_{\min} > 0$ 이다.

3. 디커플링된 시스템의 슬라이딩 모드 제어 3.1 스위칭 평면의 설정

슬라이딩 모드 제어기를 설계할 때 중요한 요소는 먼저 스위칭 평면상에서 슬라이딩 모드가 유지되도록 하는 것이다. 따라서, 본 논문에서는 디커플링 된 제어 시스템을 주 제어목적과 부제어 목적의 부 시스템으로 구분하고, 구분된 두 부 시스템 상태 변수에 의하여 두 개의 슬라이딩 초평면을 설정한다.

$$s_1 = \tilde{\lambda}_1^T \tilde{x}_1 = 0, \quad \tilde{\lambda}_1 = [\lambda_1, 1]^T \quad (2)$$

$$s_2 = \tilde{\lambda}_2^T \tilde{x}_2 = 0, \quad \tilde{\lambda}_2 = [\lambda_2, 1]^T \quad (3)$$

여기서, λ_1 , λ_2 는 상수이고, $\tilde{x}_1 = [x_1, x_2]$ 는 주제어 목적에 관계된 상태 벡터이다. 그리고, $\tilde{x}_2 = [x_3, x_4]$ 는 부제어 목적에 관계된 상태 벡터이다. 그런데, 식(1)의 디커플링된 단일입력 다출력 4차 비선형 시스템의 경우와 같이 주제어 목적과 부제어 목적이라는 분리된 제어목적을 갖는 두 개의 부 시스템에 의한 식(2), (3)의 슬라이딩 초평면 s_1 , s_2 중 한 개의 슬라이딩 초평면으로부터 제어입력 $u = u^*$ 를 구현한다면, 단지 식(1)의 시스템은 한가지 제어 목적만을 구현 할 수 있을 뿐이며 두 개의 제어 목적을 모두 만족시킬 수 있는 한 개의 제어입력을 도출할 수 없다. 물론 식(1)의 시스템을 수학적으로 변형하여 제어입력을 구할 수는 있지만 이는 매우 복잡하고, 까다롭다는 문제점이 있다. 그러므로, 본 논문에서는 시스템이 주로 제어하고자 하는 주제어 목적의 슬라이딩 초평면 조건상에 부제어를 위한 조건의 정보를 보조 변수를 통해 전달한다. 그리고, 이러한 보조변수에 의해 변형된 주제어 목적의 슬라이딩 초평면을 통한 슬라이딩 모드 제어 입력 u^* 의 구성으로 주제어 목적과 부제어 목적을 동시에 구현한다. 따라서, 우선 식(1)의 시스템을 부시스템 A, B로 구분하고, 다음과 같이 정한다. $\tilde{x}_1 = 0$ 으로 점근적으로 수렴하도록하는 부 시스템 A의 슬라이딩 초평면 s_1 을 주제어 목적의 슬라이딩 초평면이라하고, $\tilde{x}_2 = 0$ 으로 점근적으로 수렴하도록하는 부 시스템 B의 슬라이딩 초평면 s_2 를 부제어 목적을 갖는 슬라이딩 초평면이라 한다. 그리고, 감쇠진동을 갖는 보조변수 z 를 초평면 s_2 에 대해 설정하고, 주제어 목적의 슬라이딩 초평면 s_1 에 포함시키면 식(2)의 슬라이딩 초평면 s_1 은 다음 식(4)와 같이 변형된다.

$$s_1 = \lambda_1(x_1 - z) + x_2 \quad (4)$$

따라서, 식(4)의 변형된 주제어 목적의 슬라이딩 초평면으로부터 구해지는 제어입력 u^* 은 식(2)의 $\tilde{x}_1 = 0$ 으로 점근적으로 수렴되는 조건을 $x_1 = z$, $x_2 = 0$ 조건으로 바꿔야 한다. 그러므로 식(4)의 슬라이딩 초평면 s_1 을 통하여 식(3)의 s_2 에 대한 슬라이딩 조건을 구현하기 위해서 보조변수 z 를 다음과 같이 정의한다. z 는 부제어 목적에 관계된 슬라이딩 초평면 s_2 의 정보로서 다음과 같이 슬라이딩 초평면 s_2 에 대해 1보다 작은 값을 갖는 감쇠 진동의 스위칭 함수로 정한다.

$$z = z_{upper} \cdot sat(s_2/\phi_z) \quad 0 < z_{upper} < 1 \quad (5)$$

여기서, ϕ_z 는 보조변수 z 의 채터링을 줄이기 위해 s_2 의 선형영역을 설정한 양의 정수이다. 그리고, 식(5)에서 정한 $sat(\cdot)$ 은 식(6)과 같은 선형영역 스위칭 함수이다.

$$sat(s_2/\phi_z) = \begin{cases} sgn(s_2/\phi_z), & \text{if } |s_2/\phi_z| \geq 1 \\ s_2/\phi_z, & \text{if } |s_2/\phi_z| < 1 \end{cases} \quad (6)$$

식(5)의 보조변수 정의를 통해 $s_2 \rightarrow 0$ 일 때 $z \rightarrow 0$ 이 되므로 만일, 식(4)의 슬라이딩 초평면 s_1 으로부터 적절한 제어입력 u^* 이 구현된다면 $x_1 \rightarrow 0$ 이 되고, $s_1 \rightarrow 0$ 이 된다. 따라서, 이와 같은 제시된 방식에 의해 식(1)과 같은 디커플링된 시스템의 주제어 목적과 부제어 목적은 동시에 구현될 수 있다.

3.2 슬라이딩 모드존재 조건에 의한 제어입력 구성

본 절에서는 식(4)의 주제어 목적에 관계된 변형된 슬라이딩 초평면 s_1 의 수렴 조건을 만족하기 위해 식(7)과 같이 초평면 s_1 에 대한 슬라이딩 모드의 존재 조건으로 정의한다.

$$\dot{s}_1 \dot{s}_1 < 0 \quad (7)$$

그리고, 식(7)의 슬라이딩 모드의 존재 조건을 만족하는 슬라이딩 모드 제어입력 u^* 를 설계한다. 따라서, 제어입력을 구성하기 위해서 식(8) 같은 슬라이딩 초평면 s_1 의 미분 방정식을 도입하면 항상 식(7)의 조건을 만족하게 된다.

$$\dot{s}_1 = -Q \cdot sat(s_1 g_1) \quad (8)$$

$$sat(s_1 g_1) = \begin{cases} sgn(s_1 g_1), & \text{if } |s_1 g_1| \geq 1 \\ s_1 g_1, & \text{if } |s_1 g_1| < 1 \end{cases} \quad (9)$$

그리고, 식(4)의 s_1 을 미분하고 식(8)에 대입하면

$$\dot{s}_1 = \lambda_1 x_2 - \lambda_1 z + f_1 + g_1 u^* = -Q \cdot sat(s_1 g_1) \quad (10)$$

이 된다. 여기서, 슬라이딩 모드일 때에 시스템의 상태 궤적은 초평면 $s_1 = 0$ 상으로 제한된다. 따라서, 식(10)의 슬라이딩 동작은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{s}_1 = 0 \quad (11)$$

그리고, 이때 식(11)의 슬라이딩 동작을 만족하는 연속적인 제어입력을 구할 수 있다. 이 연속적인 제어입력인 등가 제어입력은 식(13)과 같고

$$u_{eq} = g_1^{-1}[-\lambda_1 x_2 + \lambda_1 z - f_1] \quad (12)$$

이러한, 등가 제어입력을 포함한 플랜트에 가해지는 제어입력인 u^* 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u^* = u_{eq} - g_1^{-1} Q \cdot sat(s_1 g_1) \quad (13)$$

4. 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기

이상과 같이 3.2절의 식(13)과 같은 제어입력인 u^* 를 구하기 위해서는 디커플링된 식(1)의 수학적인 모델이 필요하다. 그러나, 2절에서 가정했듯이 비선형 연속 함수 f_1 , g_1 은 유계영역만을 알뿐 정확히 시스템 상태를 알 수 없기 때문에 제어입력인 u^* 의 이상적인 제어기를 구성할 수 없다. 따라서, 본 절에서는 적응 퍼지의 함수 근사 특성을 이용하여 주제어 목적에 관계된 슬라이딩 초평면 s_1 상에서 미지의 비선형 연속 함수 f_1 , g_1 을 근사치 \hat{f}_1 , \hat{g}_1 로 추정하도록 한다. 우선, 근사치 \hat{f}_1 , \hat{g}_1 를 구성하기 위한 퍼지규칙을 정하면 다음과 같다.

$$i\text{ 번째 규칙 : IF } s_1 \text{ is } A_i, \text{ THEN } \hat{f}_1 \text{ is } (f_1); \quad (14)$$

j 번째 규칙: IF s_1 is B_j , THEN \hat{g}_1 is $(g_1)_j$ (15)

여기서, $i \in \{-n, -n+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, n-1, n\}$
 $j \in \{1, 2, \dots, n\}$

본 절에서는 근사치 \hat{f}_1 , \hat{g}_1 를 추정하기 위해 슬라이딩 모드 제어에 기초하여 주제어목적에 관련된 식(4)의 변형된 슬라이딩 초평면 변수 s_1 을 이용한다. 그러므로, 본 제시된 적용폐지 방식은 고전적인 적용 폐지 알고리즘과 같이 상태변수에 대한 입력 출력 폐지규칙으로서 근사치를 구성하는 방법에 비해 폐지 규칙의 수를 크게 줄일 수 있으며, 계산 속도도 기존 알고리즘에 비해 보다 빠르게 할 수 있다. 그럼 1의 (a), (b)와 그림 2의 (a), (b)는 각각 $\hat{f}_1(s_1|a)$, $\hat{g}_1(s_1|b)$ 를 추정하기위해 일정한 폭을 갖는 입력범위 $[-(s_1)_n, (s_1)_n]$ $[(s_1)_1, (s_1)_n]$ 와 출력범위 $[-a, a]$, $[0, b]$ 의 폐지규칙 IF-부 입력소속함수와 THEN-부 출력소속함수를 나타낸 그림이다. 따라서, THEN-부 출력소속함수를 식(14), (15)의 폐지규칙에 따라 정의하면 다음과 같다.

$$(f_1)_i = \frac{i}{n} a \quad (16)$$

$$i \in \{-n, n+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, n-1, n\}$$

$$(g_1)_j = \frac{j}{n} b \quad (17)$$

$$j \in \{1, 2, \dots, n\}$$

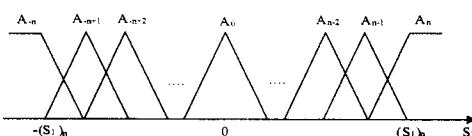
여기서, a, b 는 적용 알고리즘에 의해 주어진 각각의 출력 소속함수 영역에서 적용칙으로 유도되어지는 매개변수로서 근사치 $\hat{f}_1(s_1|a)$, $\hat{g}_1(s_1|b)$ 를 온라인 동작중 자유롭게 변화시킨다. 그리고, 최대평균법을 이용한 비폐지화 방법에 의한 근사치 $\hat{f}_1(s_1|a)$, $\hat{g}_1(s_1|b)$ 의 출력은 다음과 같다.

$$\hat{f}_1(s_1|a) = \frac{\sum_{i=-n}^n \mu_{(A_i)}(s_1) \cdot \frac{i}{n} a}{\sum_{i=-n}^n \mu_{(A_i)}(s_1)} = a \cdot \xi_{f_1}(s_1) \quad (18)$$

$$\hat{g}_1(s_1|b) = \frac{\sum_{j=1}^n \mu_{(B_j)}(s_1) \cdot \frac{j}{n} b}{\sum_{j=1}^n \mu_{(B_j)}(s_1)} = b \cdot \eta_{g_1}(s_1) \quad (19)$$

여기서

$$\xi_{f_1}(s_1) = \frac{\sum_{i=-n}^n \mu_{(A_i)}(s_1) \cdot \frac{i}{n}}{\sum_{i=-n}^n \mu_{(A_i)}(s_1)}, \quad \eta_{g_1}(s_1) = \frac{\sum_{j=1}^n \mu_{(B_j)}(s_1) \cdot \frac{j}{n}}{\sum_{j=1}^n \mu_{(B_j)}(s_1)}$$



(a) \hat{f}_1 -폐지규칙의 입력 소속함수

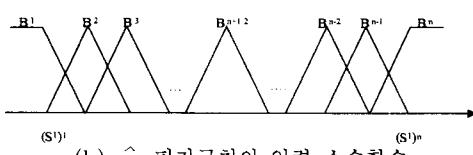
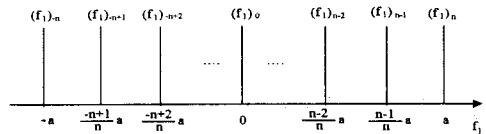
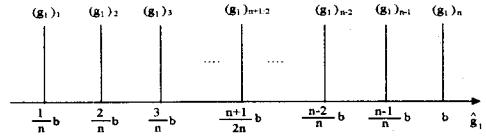


그림 1. 입력 소속함수



(a) \hat{f}_1 -폐지규칙의 THEN-부 출력 소속함수



(b) \hat{g}_1 -폐지규칙의 THEN-부 출력 소속함수

그림 2. THEN-부 출력 소속함수

그러므로, 이상에서 정한 근사치 $\hat{f}_1(s_1|a)$, $\hat{g}_1(s_1|b)$ 의 추정에 의하여 식(12)의 등가 제어입력은 추정 등가제어입력 \hat{u}_{eq} 으로 재구성된다.

$$\hat{u}_{eq} = \hat{g}_1(s_1|b)^{-1}(-\lambda_1 x_2 + \lambda_1 \dot{x} - \hat{f}_1(s_1|a)) \quad (20)$$

그리고, 적용 폐지의 함수 근사 특성을 이용하여 주제어 목적에 관계된 슬라이딩 초평면 s_1 상에서 미지의 비선형 연속 함수 f_1, g_1 을 근사치 \hat{f}_1, \hat{g}_1 로 추정하기 위한 튜닝요소 a 와 b 의 적용칙을 얻기위해 식(10)에 식(20)식을 대입하면 식(21)과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\dot{s}_1 = f_1(x) - \hat{f}_1(s_1|a) + [(g(x) - \hat{g}(s_1|b)) \hat{u}_{eq}] \quad (21)$$

만일, 최소근사오차 $\epsilon = [f_1 - a^* \xi_{f_1}(s_1)] + [g_1 - b^* \eta_{g_1}(s_1)] \hat{u}_{eq}$ 를 갖는 최적 매개변수 a^* 와 b^* 가 존재한다고 가정하고 식(22)와 같은 최소 근사오차를 정의하면

$$\omega_{f_1} = f_1(x) - \hat{f}_1(s_1|a^*), \quad \omega_{g_1} = g_1(x) - \hat{g}_1(s_1|a^*) \quad (22)$$

식(21)은 식(23)과 같이 다시 쓸 수 있고

$$\dot{s}_1 = \hat{f}_1(s_1|a^*) - \hat{f}_1(s_1|a) + \omega_{f_1} + [\hat{g}_1(s_1|b^*) - \hat{g}_1(s_1|b) + \omega_{g_1}] \hat{u}_{eq} \quad (23)$$

비폐지화 방법에 의한 근사치 $\hat{f}_1(s_1|a)$, $\hat{g}_1(s_1|b)$ 의 출력 식(18), (19)를 식(23)에 대입하면 식(24)과 같다.

$$\dot{s}_1 = \phi_1 \cdot \xi_{f_1}(s_1) + \omega_{f_1} + [\phi_2 \cdot \eta_{g_1}(s_1) + \omega_{g_1}] \hat{u}_{eq} \quad (24)$$

여기서, $\phi_1 = a^* - a$, $\phi_2 = b^* - b$ 이다. 이제 주제어 목적의 슬라이딩 초평면 s_1 과 파라메터 오차 ϕ_1, ϕ_2 가 최소화 되도록 튜닝요소 a 와 b 를 변화시키는 적용칙을 구성하기위해 리아프노프 함수 후보를 다음과 같이 정한다.

$$V = \frac{1}{2} s_1^2 + \frac{1}{2\gamma_1} \phi_1^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \phi_2^2 \quad (25)$$

여기서, γ_1, γ_2 는 양의 상수이다.

그리고, 식(25)의 리아프노프 함수 V 를 시간 t 에 대해 미분하면

$$\dot{V} = s_1 \dot{s}_1 + \frac{1}{\gamma_1} \phi_1 \dot{\phi}_1 + \frac{1}{\gamma_2} \phi_2 \dot{\phi}_2 \quad (26)$$

$$= \frac{1}{\gamma_1} \phi_1 (\dot{\phi}_1 + s_1 \xi_{f_1}'(s_1)) + \frac{1}{\gamma_2} \phi_2 (\dot{\phi}_2 + s_1 \eta_{g_1}'(s_1)) \hat{u}_{eq} + s_1 \epsilon$$

여기서 $\dot{\phi}_1 = -\dot{a}$, $\dot{\phi}_2 = -\dot{b}$ 이다. 그리고, $s_1 \epsilon$ 는 최소 근사오차로서 매우 작게 결정 할 수 있다. 따라서, 식(26)에 의해 적용칙을 식(27), (28)과 같이 정하면

$$a = r_1 s_1 \hat{e}_1(s_1), \quad (27)$$

$$b = r_2 s_1 \eta_{\epsilon_1}(s_1) \hat{u}_{\epsilon_2} \quad (28)$$

식(26)의 V 는 다음과 같이 된다.

$$V \leq s_1 \epsilon \quad (29)$$

따라서, 이상의 주제에 목적에 관계된 슬라이딩 초평면 s_1 가 $s_1 = 0$ 일 때의 적응최 식(27),(28)로부터 식(20)에서 재구성한 추정된 근사치 $\hat{f}_1(s_1|a)$, $\hat{g}_1(s_1|b)$ 에 의한 저주파 성분의 추정 등가제어입력 \hat{u}_{ϵ_2} 가 구성된다. 그리고, 식(13)의 제어입력 u^* 의 고주파성분 스위칭 입력인 리칭 모드 제어입력 $-g_1^{-1}Q \cdot \text{sat}(s_1 g_1)$ 을 식(30)과 같이 추정된 근사치 $\hat{g}_1(s_1|b)$ 에 의한 추정 리칭 모드 제어 입력으로 정의하면

$$\hat{u}_r = -\hat{g}_1^{-1}Q \cdot \text{sat}(s_1 \hat{g}_1) \quad (30)$$

플랜트에 가해지는 제어입력은 식(31)와 같이 된다.

$$u^* = u = \hat{u}_{\epsilon_2} + \hat{u}_r \quad (31)$$

따라서, 주제에 목적에 관계된 한 개의 슬라이딩 초평면 변수 s_1 을 이용하여 미지시스템 함수 f_1, g_1 를 근사함으로서 기존 적용 퍼지 알고리즘에 의해 플랜트에 가해지는 제어입력 계산 속도를 빠르게 할 수 있다. 특히 본 논문에서는 기존 이론[5]에서 리칭 모드 제어입력 설계 시 문제점인 시스템의 안정도 보장을 위해 리칭 모드 제어입력 이득값을 크게 설정함으로 발생되는 멀림 현상을 식(31)에서 보는 바와 같이 근사치 $\hat{g}_1(s_1|b)$ 에 의해 시스템의 변화에 따라 이득값이 튜닝되도록 함으로서 지나치게 큰 이득값의 설정에 따른 멀림 현상과 시스템 변화에 따른 제어의 안정성, 그리고 외란에 대한 강인성을 향상할 수 있다.

5. 모의 실험

본 절에서는 제시한 이론을 적용하기 위해 [5]의 디커플링된 역진자 Cart-Pole 비선형 시스템을 이용하여, 제어 성능을 컴퓨터 모의 실험을 수행한다. 그리고, [5]의 제어 성능과의 비교를 통해 제시한 이론의 제어 우수성을 입증한다. 일반적으로 역진자 시스템의 주 제어목적은 역진자의 각도가 $\theta=0$ 가 되도록 역진자의 균형을 제어하는 것이다. 그런데 실제에서 역진자의 균형을 제어하기 위한 역진자 시스템은 그림 3과 같이 Cart를 평면상에서 x 거리만큼 좌우 운동을 시킴으로서 제어하는 구조로 되어 있다. 그러나 보통의 역진자 시스템 제어의 경우에는 제어 목적을 진자의 균형만을 고려하여 시스템을 구성하기 때문에 실제 시스템의 경우와 맞지 않다.

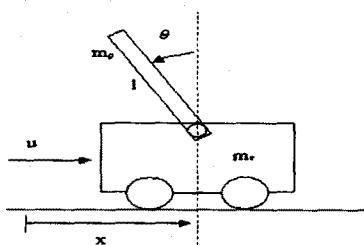


그림 3 역진자 Cart-Pole 시스템

따라서, 본 논문에서는 식(32)과 같이 디커플링된 역진자 Cart-Pole 시스템에 대해 제시한 이론을 적용하여 진자의 균형과 Cart의 운동을 동시에 제어하도록 한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{m_c g \sin x_1 - m_p \sin x_1 \cos x_1 x_2^2}{l \cdot (\frac{4}{3} m_c - m_p \cos^2 x_1)} + \frac{\cos x_1}{l \cdot (\frac{4}{3} m_c - m_p \cos^2 x_1)} u \\ \dot{x}_3(t) &= x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) &= \frac{-\frac{4}{3} m_p l x_2^2 \sin x_1 + m_p g \sin x_1 \cos x_1}{\frac{4}{3} m_c - m_p \cos^2 x_1} + \frac{4/3}{\frac{4}{3} m_c - m_p \cos^2 x_1} u \end{aligned} \quad (32)$$

여기서, x_1 은 역진자 각도(θ), x_2 는 역진자 각속도($\dot{\theta}$), x_3 는 Cart의 거리(x), x_4 는 Cart의 이동속도(\dot{x}) 그리고, u 는 Cart를 움직이도록 외부에서 가해주는 힘을 나타낸다.

따라서, 식(32)의 시스템 매개변수를 다음과 같이 정한다.

g : 중력가속도(9.8m/s^2), l : 역진자 길이(0.5m) .

m_c : Cart무게(1kg), m_p : 역진자 무게(0.05kg):

식(32)의 역진자 Cart-Pole 시스템은 두 개의 부 시스템 A와 B로 디커플링되어 있다. 이중 부제어 목적에 관계된 부 시스템 B의 상태변수 x, \dot{x} 에 의한 슬라이딩 초평면 s_2 는 원점으로부터 Cart가 얼마나 이동했는지를 나타내는데 사용된다. 만일, $s_2 > 0$ 라면 이는 Cart의 위치가 원점으로부터 우측에 있다는 것을 의미하므로 Cart를 원점 위치로 보내기 위해 음의 제어 힘이 필요하고, 식(5)에서 정의한 바와 같이 슬라이딩 초평면 s_2 에 대한 감쇠 진동의 스위칭 함수 형태의 보조변수 z 는 양수가 되어야한다. 또 만일 $s_2 < 0$ 라면 보조변수 z 는 음수가 되어야한다.

따라서, 디커플링 된 역진자 Cart-Pole 시스템은 식(4)에서와 같이 감쇠진동의 특성을 갖는 보조 변수 z 를 주제어 목적의 슬라이딩 초평면 s_1 에 포함시킴으로서 적절한 슬라이딩 모드 제어입력을 구성한다. 그리고, 구성된 슬라이딩 모드 제어입력상의 미지의 비선형 연속 함수 f_1, g_1 를 추정하기 위한 식(14),(15)과 같은 \hat{f}_1, \hat{g}_1 의 퍼지 규칙에 의한 퍼지규칙 IF-부 입력소속함수와 THEN-부 출력소속함수는 그림 4, 5와 같다.

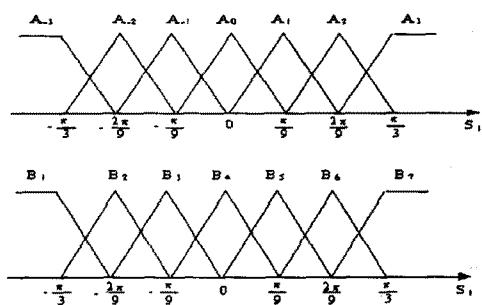


그림 4. \hat{f}_1, \hat{g}_1 퍼지규칙의 입력 소속함수

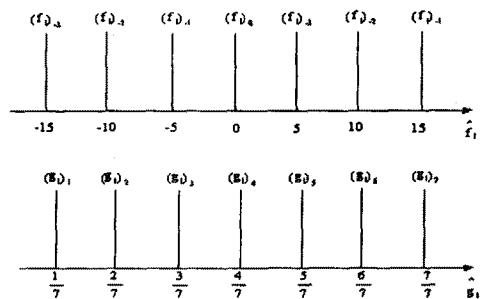


그림 5. \hat{f}_1, \hat{g}_1 퍼지규칙의 출력 소속함수

이와 같은 과정을 통해 식(32)의 역진자 Cart-Pole 시스템의 초기값이 다음과 같을 때

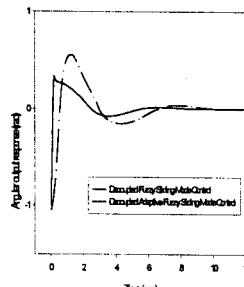
$$\theta = -60^\circ; \dot{\theta} = 0; x = 0; \dot{x} = 0;$$

본 논문에서 설정한 제어 매개변수 값은 다음과 같다.

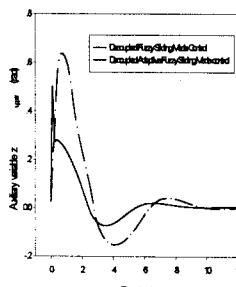
$$\lambda_1 = 8, \lambda_2 = 0.7, \phi_{upper} = 14, Z_{upper} = 0.9425, Q = 10$$

$$\gamma_1, \gamma_2 = 0.01;$$

그림 6은 역진자 Cart-Pole 시스템의 응답특성을 [5]의 퍼지 슬라이딩 모드 제어성능과 비교하여 나타낸 것이다.



(a) 역진자의 각도 추종 특성

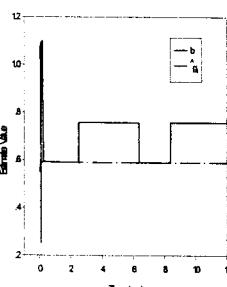


(b) 보조변수 z 추종 특성

그림 6-(a), (b)는 식(32)의 역진자 Cart-Pole 시스템에서 주제어 목적을 갖는 진자의 균형에 대한 부시스템의 비선형 연속 함수 f_1, g_1 을 알지 못한다는 가정에 의해 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어와 부 시스템의 비선형 연속 함수 f_1, g_1 을 안다는 가정에서의 퍼지 슬라이딩 모드 제어시 역진자 각도 추정특성과 보조변수 z 추종 특성을 나타낸 그림으로 그림 6-(c), (d)와 같이 주제어목적에 관련된 변형된 s_1 에 대한 과도 상태에서의 빠른 비선형 연속 함수 f_1, g_1 추종으로 역진자 각속도 변위는 [5]의 경우에 비해 다소 빠르지만 각도 변위 폭은 현저히 줄어듬을 볼 수 있고, 또한 주제어 목적인 역진자 각도 균형 ($\theta=0$)으로의 수렴이 빠르게 됨을 볼 수 있다.

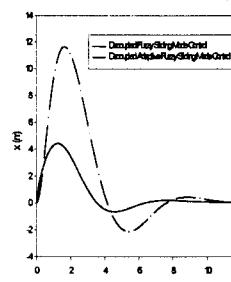


(c) $\hat{f}_1(s_1|a)$ 의 추정치 변화

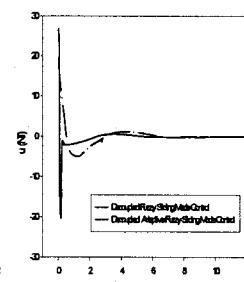


(d) $\hat{g}_1(s_1|b)$ 의 추정치 변화

또한, 그림 6-(e), (f)는 식(35)의 역진자 Cart-Pole 시스템에서 부제어 목적을 갖는 cart의 이동과 제어입력을 나타낸 그림으로 그림 6-(e)에서 cart의 이동 추종 특성도 빠른 비선형 연속 함수 f_1, g_1 의 추종에 의해 [5]의 경우에 비해 초기 과도 속도만 를 뿐 이동거리의 변화 특성에 있어서 매우 우수함을 알 수 있다. 그림 6-(f)의 제어 입력에서는 초기 빠른 f_1, g_1 의 추종 속도에 의해 과도 상태 입력이 [5]의 경우에 비해 다소 큰 것을 알 수 있었다.



(e) cart의 이동 추종특성



(f) 제어 입력 특성

그림 6. 제안된 방식과 [5]의 제어방식의 성능 비교

따라서, 그림 6의 디커플링 된 역진자 Cart-Pole 시스템의 응답특성의 비교를 통하여, 미지의 비선형 연속 함수를 갖는 디커플링된 비선형 시스템에 대한 본 논문의 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어 방식이 기존의 방식에 비해 매우 우수함을 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 디커플링된 비선형 시스템의 적응퍼지 슬라이딩모드 제어를 제안하였다. 제안된 논문을 통해 디커플링된 4차 비선형 시스템을 주 목적과 부 목적에 관계된 슬라이딩 초평면으로 구분하고, 부 목적 조건의 슬라이딩 초평면 정보를 제안된 감쇠진동의 보조 변수를 통해 주목적 조건의 슬라이딩 초평면에 전달하여, 주목적의 슬라이딩 초평면을 변형하고, 이를 통해 제어입력을 구성함으로서 디커플링된 4차 비선형 시스템의 두 가지 제어 목적을 동시에 달성하였다. 특히 주목적 조건의 변형된 슬라이딩 초평면에 의해 설정된 두 개의 퍼지 제어 규칙을 통해 주 제어 목적에 해당하는 부 시스템의 미지시스템 함수를 과도상태에서 빠르게 근사화함으로서 여러개의 튜닝 파라미터를 채용하는 고전적인 적응퍼지 알고리즘에 비해 디커플링된 비선형 시스템의 제어입력의 계산속도를 크게 감소시켰으며, 기존 이론에 비해 제시된 이론의 적용이 실제 시스템 적용에 우수함을 보였다.

(참 고 문 헌)

- [1] R. Palm, "Robust control by fuzzy sliding mode," *Automatica*, Vol. 30, no. 9, pp. 1429-1437, 1994.
- [2] S.-W. Kim and J.-J. Lee, "Design of a fuzzy controller with fuzzy sliding surface," *Fuzzy Sets Syst.*, Vol. 71, pp. 359-367, 1995.
- [3] Byungkook Yoo and Woongchul Ham "Adaptive Fuzzy Sliding control of Nonlinear System", *IEEE Transactions on fuzzy systems*, Vol. 6, No.2 May 1998.
- [4] Jen-Yang Chen, "Fuzzy sliding mode controller design : indirect adaptive approach". *Cybernetics and Systems : An International Journal*, No. 30, pp. 9-27, 1999
- [5] Ji-Chang Lo and Ya-Hui Kuo, "Decoupled fuzzy sliding mode control", *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, Vol. 6, No. 3, pp.1392-1398, August, 1998.
- [6] D. Dubois and H. Prade, *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*. New York: Adademic, 1980.
- [7] K. J. Astrom and B. Wittenmark, *Adaptive Control*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.
- [8] J.-J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.