

CDM을 적용한 4가지 PID제어기의 성능비교

손상균 이해수 구춘근 이상철 정찬수
 숭실대학교 경기공업대학 성남기술대학 동서울대학 숭실대학교

Performance Comparison of 4-PID Controllers using CDM

Sang-Gyun.Son Hae-Soo.Lee Choong-Keon.Koo Sang-Chul.Lee Chan-Soo.Chung
Dept. Electrical Eng. Soongsil Univ. Automatic Control Lab

Abstract - In this paper, Using CDM(Coefficient Diagram Method), we set target polynomial constraints and design 4-PID controller which have different structures such as Textbook PID-controller, Derivative of output PID-controller, set point of I only controller(I-PD controller) and PI controller followed by lag network(PI lag network controller) were tested by simulations. The plant we used are that used in IFAC 93 benchmark test. A controller designer, using CDM could use these results to select the controller's structure which is the best one for him.

1. 서 론

본 논문에서 사용한 PID제어기는 산업현장에서 가장 널리 이용되는 제어기이다. 실생활에 가장 널리 적용될 수 있었던 이유는 구조가 간단하여 쉽게 학습 및 적용이 가능하며, 이미 많은 이론과 장비가 개발되어 쉽게 접목 시킬 수 있기 때문이다.

본 논문에서는 CDM을 사용하여 모의실험을 통한 네 가지 서로 다른 구조를 가진 PID제어기들을 설계하고 성능을 평가, 비교한다.

IFAC 93 벤치마크 테스트를 적용하여 CDM으로 설계한 네 가지 구조의 PID 제어기 즉, 표준 PID 제어기, 출력미분 PID제어기, I-PD 제어기 그리고 진상보상 PI 제어기의 모의실험을 한다. 또한, 그 결과를 비교, 평가하여 CDM을 통해 제어기를 설계하려는 사람에게 유익한 정보를 제공하고자 한다.

2. 본 론

2.1 IFAC93 플랜트

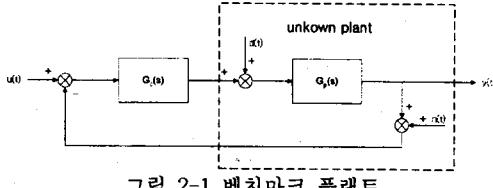


그림 2-1 벤치마크 플랜트

공정 플랜트는 IFAC93[4],[5]의 플랜트 중 제어 시스템 전반에 있어서 영향이 적은 고주파를 제외한 플랜트로 식(2-1)과 같다.

$$G_P(s) = \frac{K(-T_2 s + 1)\omega_0^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2)(T_1 s + 1)} \quad (2-1)$$

모든 스트레스 단계에서 공정값은 $T_1=5$, $T_2=0.4$, $\omega_0=5$, $\zeta=0.3$ 그리고 $K=1$ 을 가진다.

실험시 공정파라메타들은 다음과 같은 스트레스 단계들에 의해 변화한다.

스트레스 단계 1.

$T_1=5 \pm 0.2$, $T_2=0.4 \pm 0.05$, $\omega_0=5 \pm 1.5$, $\zeta=0.3 \pm 0.1$ 그리고 $K=1$

스트레스 단계 2.

$T_1=5 \pm 0.3$, $T_2=0.4 \pm 0.1$, $\omega_0=5 \pm 2.5$, $\zeta=0.3 \pm 0.15$ 그리고 $K=1 \pm 0.15$

스트레스 단계 3.

$T_1=5 \pm 0.3$, $T_2=0.4 \pm 0.15$, $\omega_0=5 \pm 3$, $\zeta=0.3 \pm 0.15$ 그리고 $K=1 \pm 0.5$

이때, 변수들은 지시한 한계 안에서 정규분포를 가진다. 공정값들을 적용하면 식 (2-2)와 같다.

$$G_P(s) = \frac{(-0.4s+1) \times 25}{5s^3 + 16s^2 + 128s + 25} \quad (2-2)$$

이 시스템에 IFAC93에서 정의한 스트레스 단계 1, 2, 3을 적용함으로써 제어기들의 성능을 비교한다.

그럼 2-2는 식(2-2)의 공정 플랜트의 개루프 계단응답을 보이며 상당히 늦은 응답속도를 보임을 알 수 있다.

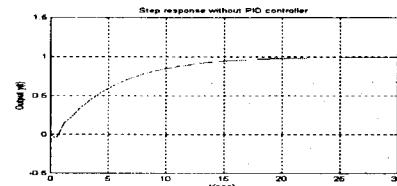


그림 2-2 공정 플랜트의 개루프 계단응답

2.2 4가지 PID 제어기 구조

본 논문에서 적용한 서로 다른 구조의 4가지 제어기는 그림 3-1과 같다.

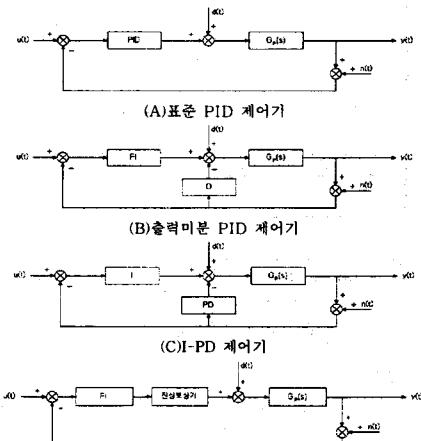


그림 2-3 PID 제어기의 네가지 구조

그림 2-3 (A)그림의 표준 PID 제어기 전달함수는

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (2-3)$$

그림 2-3 (B)그림의 출력미분 PID 제어기 전달함수는

$$PI : \frac{K_p s + K_i}{s}, \quad D : K_d s \quad (2-4)$$

그림 2-3 (C)그림의 I-PD 제어기 전달함수는

$$PD : K_d s + K_p, \quad I : \frac{K_i}{s} \quad (2-5)$$

그림 2-3 (D)그림의 진상보상 PI 제어기 전달함수는

$$PI : \frac{K_p s + K_i}{s},$$

$$\text{진상보상기} : K \frac{s+z}{s+p} = \frac{K}{\alpha} \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1} = H(jw)$$

$$\text{지상보상기} : K \frac{s+z}{s+p} = \frac{K}{\alpha} \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1} = H(jw) \quad (2-6)$$

$$\text{여기에서, } \alpha = \frac{p}{z}, \quad T = \frac{1}{p}$$

앞에서와 같이 그림 2-3의 네가지 PID 제어기의 구조를 설정하고, 각각의 구조에 IFAC93에서 정의한 세 단계의 스트레스를 각각 적용하여 그 결과를 비교한다. CDM 제어기 설계기법 적용시 출력의 형태를 비교분석함으로써 서로 다른 다양한 구조의 PID 제어기의 스트레스 단계에 따른 성능차이와 원인을 비교 및 분석한다.

2.3 모의실험 방법

적용한 4가지 PID제어 구조를 CDM을 통해 설계하고 이 제어기들의 지정점은 20초의 주기를 가진 +1과 -1사이에서 변화하는 사각파로서 규정한다.

IFAC93 벤치마크 테스트 조건에서 최소 300초의 모의실험을 제안하였으므로, 모의실험은 40초주기로 15번의 프로그램을 실행한다.

단위계단함수의 크기는 1로하고, 정정시간을 위한 범위는 (최종값 ± 0.05)로 한다.

결정된 제어기들은 사각파응답과 폐루프특성을 나타내는 극점과 영점을 시각적으로 비교분석함으로써 평가한다.

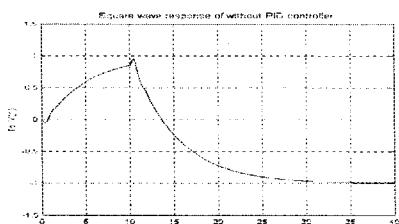


그림 2-4 공정 플랜트의 개루프 사각파응답

그림 2-4은 본 논문에서 적용한 플랜트의 개루프 사각파응답을 보여준다. 그림 2-4의 형태는 IFAC93 벤치마크 테스트에서 제안된 것으로, 이를 기본형으로 성능평가를 한다.

2.4 CDM을 적용한 PID제어기 설계 알고리즘

제어기의 기본적인 구조는 기본적인 설계사양과 제어기의 실제적인 제한을 보장함과 동시에 제어기와 특성 다항식의 전달함수는 고려되어진 설계사양을 만족하도록 결정한다. 만약 해를 찾지 못한다면, 제어기의 기본적인 구조를 수정하여 그 과정을 반복하는 이러한 접근 방법

이 CDM기법으로 설계될 때 적용되어진다.

특성 다항식이 다음과 같이 주어진다고 가정하자.

$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (2.7)$$

그 때 안정도 지수(stability index) γ_i , 등가 시정수(Equivalent time constant) τ 와 안정도 한계지수(stability limit) γ_i^* 는 다음과 같이 정의된다[7].

$$\gamma_i = \frac{a_i^2}{a_{i+1} a_{i-1}}, \quad i = 1 \sim n-1 \quad (2.8)$$

$$\tau = \frac{a_1}{a_0} \quad (2.9)$$

$$\gamma_i^* = \frac{1}{\gamma_{i+1}} + \frac{1}{\gamma_{i-1}}, \quad \gamma_n = \gamma_0 = \infty \quad (2.10)$$

이 때 특성 다항식을 a_0, τ 와 γ_i 로 다시 표현하면 다음과 같다.

$$P(s) = a_0 \left[\left\{ \sum_{i=2}^n \left(\prod_{j=1}^{i-1} \frac{1}{\gamma_j} \right) (\tau \cdot s)^i \right\} + (\tau \cdot s) + 1 \right] \quad (2.11)$$

설계 사항을 만족하는 특성 다항식의 계수들은 안정도 지수와 등가 시정수를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$a_i = a_0 \tau^i / \gamma_{i-1} \gamma_{i-2} \cdots \gamma_2 \gamma_1^{i-2} \quad (2.12)$$

일반적인 제어기 설계 순서는 다음과 같다.

우선 제어기의 형태를 가정한 후, 정상상태 도달시간의 2.5~3 τ 의 크기를 갖는 등가 시정수를 설계 사양을 만족하도록 선택한다. 다음, 안정도 지수는 manabe표준형인 [2.5 2 2]를 [1]권장하며, 나머지 항에 대해

$\gamma_i > 1.5 \gamma_i^*, (4 \leq i \leq n-1)$ 을 만족하도록 선택한다. 이렇게 선택되어진 등가 시정수와 안정도 지수를 식(2.12)에 대입하여 특성 다항식의 계수를 구한다.

CDM을 사용하여 PID 제어기를 설계하는 알고리즘을 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

CDM을 이용한 PID제어기 설계 알고리즘

1 단계

원하는 정착시간 T_s 로부터 등가 시상수 τ 값을 결정한다. ($T_s = (2.5 \sim 3)\tau$ 에서 τ 를 2.5로 한다.)

2 단계

일반적인 안정도 표에서부터 안정도 지수 γ_i 값의 특징을 결정한다.(구한 γ_i 는 [2.5 2 3.2793 2]이다.)

3 단계

식(2.7)으로부터 식 (2.3~6)와 같은 PID 제어기 포함한 특성 다항식을 구하고 식 (2.11)에서 1 단계과 2 단계에서 구한 τ 와 γ_i 를 포함한 특성다항식을 동등하게 놓는다.

4 단계

제어기의 계수 K_p, K_i, K_d 를 구한다.

그림 2-3에서 각각의 PID제어기를 포함한 $\frac{Y(s)}{U(s)}$ 를

각각 $G_A(s), G_B(s), G_C(s), G_D(s)$ 과 할 때 $G_A(s), G_B(s), G_C(s)$ 의 폐루프시스템의 특성다항식을 구하면 다음과 같다.

$$P(s) = 5s^4 + (16 - 10K_d)s^3 + (128 - 10K_p + 25K_d)s^2 + (25 - 10K_i + 25K_p)s + 25K_i$$

Manabe 표준형을 적용하여 CDM으로 도출한 특성다항식과 PID제어시스템의 폐루프 특성다항식이 같다고 놓고 각각의 PID계수값을 구한다.

결국, CDM으로 설계된 K_p, K_i, K_d 계수값은 각각 2.0431, 1.0493, -1.6793이다.

Bode 선도를 이용한 전·지상 보상기 설계

1 단계

$$\frac{K_p s + K_i}{s} G_p(s) = G(j\omega)$$

위상여유 (P_m) 구한다.

2 단계

요구되는 위상조건을 만족시키기 위해 추가해야 할 위상 lead각을 결정하고, 이 위상 lead 각에 몇 도의 각을 추가하여 최대 위상 lead 각 $\phi(m)$ 을 결정한다.

3 단계

위의 보드선도를 참고하여 적절한 p, z 값을 설정하고 보상기 보드선도를 그려서 a 와 최대위상선행·지연주파수 w_{max} 을 구한다.

4 단계

근궤적선도를 이용하여 이득 K 에 대한 특성과 범위를 구한다. 폐루프 응답을 구해 설계지표에 맞는 K 를 구한다.

5 단계

$H(j\omega)G(j\omega)$ 에 대한 bode 선도를 그려서 설계된 결과를 확인·검토한다.

원하는 성능을 만족 못하면 다시 적절한 p, z 를 설정하여 위 단계를 반복한다.

40[%] 이내의 오버슈트와 7.5초 이내의 정정시간을 갖도록 전상 제어기를 설계한다.(설계지표)

전상은 $z=5, p=10$ 에서 이득이 3이상이 되어야 설계지표를 만족한다. 그러나 이득 여유가 0~3.12로서 이득여유가 작기 때문에 높은 스트레스 단계에서 견딜 수 없다.

그러나 지상보상기를 쓰면 K 의 범위가 0~3.38이고 원하는 K 값이 1.85에 있으므로 안정도 여유가 크다.

$K=1.85$ 에서 오버슈트가 35%, 정정시간 7.5를 갖는다.

결국, 구한 지상보상기는 $K \frac{s+z}{s+p} = 1.85 \frac{s+0.1}{s+0.01}$ 이다.

2.5 시뮬레이션 결과

((a): 표준PID제어기, (b): 출력미분PID제어기, (c): I-PD제어기, (d): 전상보상제어기 구조를 나타낸다.)

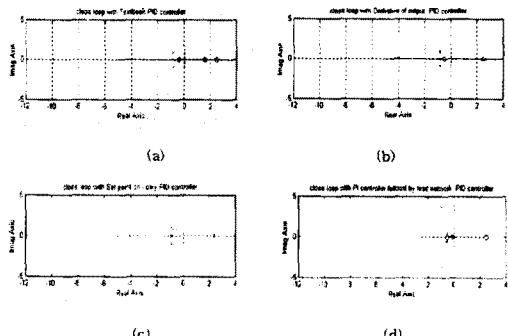


그림 2-5 공정 폐루프시스템의 극점과 영점의 위치

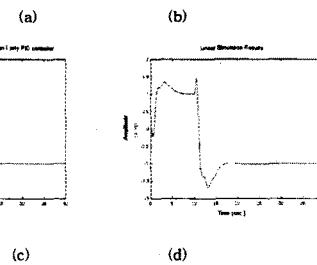
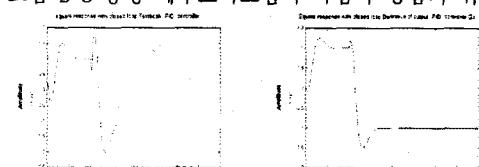


그림 2-6 공정플랜트 사각파 응답

그림 2-5에서 보는 바와 같이 $G_A(s), G_B(s), G_C(s)$ 는 특성방정식이 동일함으로 근의 위치가 같다. 보통 근의 위치는 제어시스템의 상대 안정도와 과도상태에 영향을 결정하는데, 근이 같은 경우라도 위의 시뮬레이션결과와 같이 영점의 위치에 의해 오버슈트와 상승시간이 다를 수 있다. 허나 정착시간은 CDM 설계지표를 동일하게 적용했으므로 7.5로 같다. CDM을 적용했음에도 불구하고 오버슈트가 50%정도까지 존재하는 이유는 [2] 폐루프시스템 전달함수의 영점이 다수 존재하는 Type2이상의 시스템이기 때문이다. 따라서 오버슈트는 불가피하다.

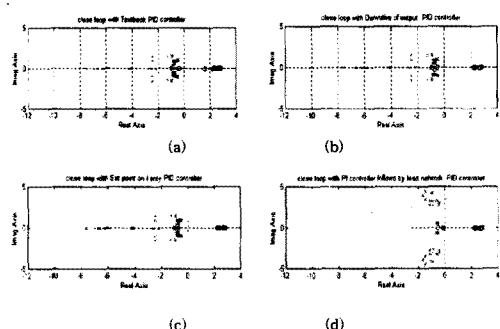


그림 2-7 스트레스1단계에서의 극점과 영점의 위치

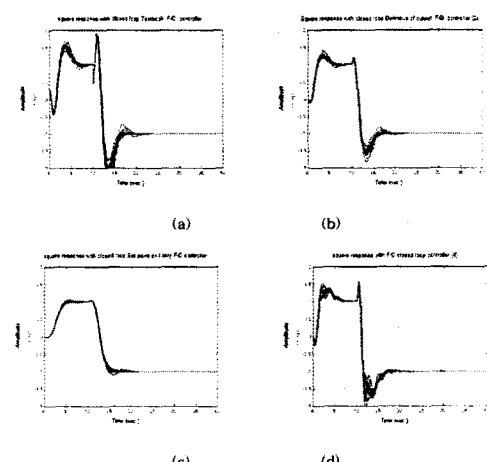


그림 2-8은 공정플랜트가 스트레스 단계1에서 불확실성을 가질 경우에 각각의 시스템 응답 특성을 보인다. I-PD제어기가 스트레스 단계1에서 가장 좋은 성능을 보임을 알 수 있다.

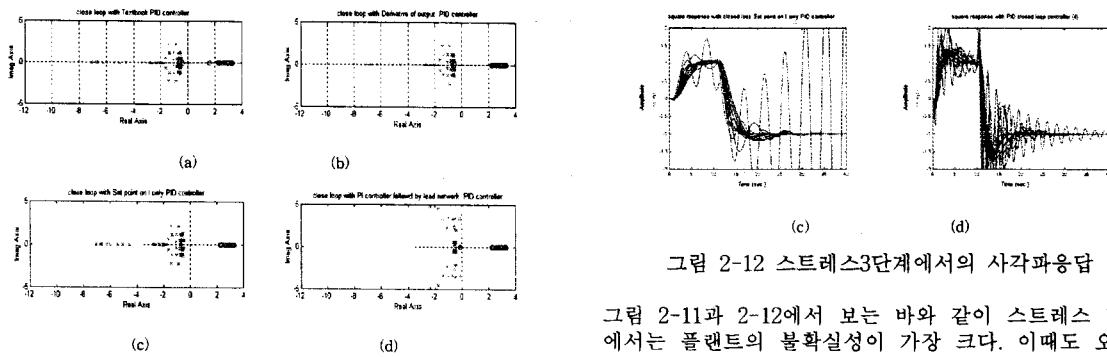


그림 2-9 스트레스2단계에서의 극점과 영점의 위치

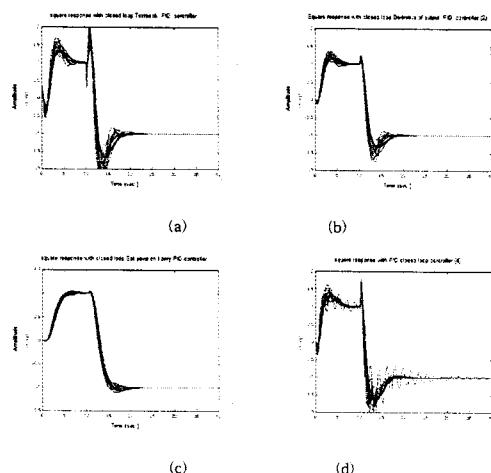


그림 2-10 스트레스2단계에서의 사각파 응답

스트레스 단계2에서도 역시 I-PD제어기가 영점에 대해 악영향을 받지 않으므로 가장 좋은 성능을 유지한다. 특히 제로점이 허수축 가까이 있을 경우 큰 오버슈트가 생긴다.

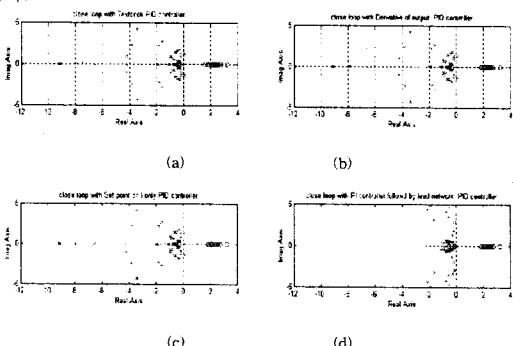


그림 2-11 스트레스3단계에서의 극점과 영점의 위치

그림 2-11과 2-12에서 보는 바와 같이 스트레스 단계3에서는 플랜트의 불확실성이 가장 크다. 이때도 오버슈트 등 전체 성능은 I-PD가 좋으나 불안정한 때도 있으므로 이런 경우 신뢰성을 갖기란 어렵다. 그러나 이득 여유를 크게 한 지상보상기를 적용한 PI제어 구조는 오버슈트는 I-PD제어기 보다 크나 안정도 측면에서는 가장 좋다.

3. 결 론

본 연구에서는 4가지 서로 다른 PID제어기 중 표준 PID, 출력미분PID, I-PD는 특성방정식이 서로 동일함으로서 같은 극점을 갖는다. 그럼에도 불구하고 이와 같은 오버슈트 크기와 서로 다른 특성을 나타내는 것은 영점의 영향이라고 볼 수 있겠다. 극점은 시스템 안정도 판별에 중요한 역할을 하지만 오버슈트는 영점의 위치에 영향이 큼을 알 수 있다. 또한 지상보상기를 종속접속하여 개루프 전달함수의 위상과 이득을 보상함으로써 오버슈트를 줄이고 높은 스트레스 저항력을 키울 수 있음을 알 수 있다. 특히 보상기의 z 값 설정으로 영점이 폴을 끌어들여 높은 스트레스 저항력에서도 폴이 우반평면에 넘어가는 것을 방지한다.

IFAC93 벤치마크 플랜트에 CDM기법을 적용하여 4가지 PID제어기 설계시 영점의 악영향이 가장 적은 제어기가 I-PD제어기이고 진상보상기를 추가한 PI제어 방법도 오버슈트 억제 및 스트레스3단계가 커짐에 따라 상대적으로 좋은 성능을 보임을 알 수 있다.

(참 고 문 헌)

- [1] S. Manabe, "Coefficient Diagram Method", 14th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace, p199~210, Aug 1998
- [2] 김영철, 외 4명, "계수도법 : 개설", Proceedings of the 13th KACC, Oct 1998
- [3] 정찬수, 외 4명, "구간 불확실 플랜트에서의 강인 제어기 설계", Proceedings of the KIEE Summer Annual Conference, D, pp.2639~2641, July 2000
- [4] Delarminat-P Houzot-P, "Application of Acsyde (Automatic-Control System-Design) to the Ifac-93 Benchmark", Automatica, vol. 30, No. 4, pp.589~591, 1994
- [5] Foss-BA, Wasbo-SO, "Benchmark Ifac-93-Adaptive Predictive Pi-Control of an Unknown Plant", Automatica, vol.30, No.4, pp.593~598, 1994