

자기부상 시스템의 강인한 부상제어기 구현

*김종문, 김춘경, 김국현
한국전기연구소 계측제어연구그룹

Implementation of Robust Controller of a Magnetic Suspension System

*Kim, Jong-Moon, Kim, Choon-Kyung, Kim, Kook-Hun
Korea Electrotechnology Research Institute, Instrumentation and Control Research Group

Abstract - This paper presents an application of H_∞ control design for a magnetic suspension system which has strongly nonlinearity and parameter variations. The designed controller is tested by numerical simulations and experiments.

1. 서 론

자기부상 시스템은 비접촉으로 대상체를 부상시켜 추진 또는 회전시키는 시스템을 말하며. 그 응용분야로서 자기부상열차, 플라이 휠, 클린룸 이송장치 등을 들 수 있다. 이것은 부상원리에 따라 흡인식과 반발식으로 나눌 수 있는데, 본 논문에서는 흡인식 부상방식을 대상으로 한다. 일반적으로 흡인식 부상방식은 상전도 마그네트에 의해 구현되나, 제어 관점에서 보면 이 시스템은 매우 큰 비선형성과 불안정 제어특성 그리고 파라미터 변동 등 많은 제어문제를 가지고 있다[1]. 또한 자기부상 시스템의 레일이 유연하거나, 자기베어링에서 회전속도가 매우 커지게 되면 회전축이 휘어져서 제어가 힘들어 지게 된다. 따라서 이러한 다양한 제어문제를 해결하기 위해 여러 강인 제어 알고리즘이 제시되어 왔는데 그 중의 하나가 바로 H_∞ 제어기[2]이다.

H_∞ 제어기는 상태공간식에서 최적 해를 구하게 되며 비모델 핵심, 각종 외란 등을 설계 단계에서 고려할 수 있다는 장점이 있다. 또한 MATLAB과 같은 소프트웨어 툴에 의해 쉽게 설계가 가능하다.

본 논문에서는 자기부상 시스템에 대한 H_∞ 제어기를 설계 및 구현을 하였으며, 시뮬레이션과 실험결과에 대해 언급하고자 한다.

2. 본 론

2.1 자기부상 모델링

그림 1의 단일자석 자기부상 시스템의 모델링은 레일이 강체이고, 누설자속이 없다는 가정하에 이루어져 있다.

마그네트와 레일 사이의 공극 $z(t)$, 속도 $\dot{z}(t)$ 그리고

마그네트 전류 $i(t)$ 를 상태변수로 하고, 부상

제어기로부터의 제어입력 $v(t)$ 과 공극 $z(t)$ 를 각각 입력과 출력으로 하는 비선형 방정식을 공칭 공극 z_o , 공칭 전류

i_o 에서 선형화 과정을 거쳐 다음과 같은 상태방정식을 구할 수 있다.

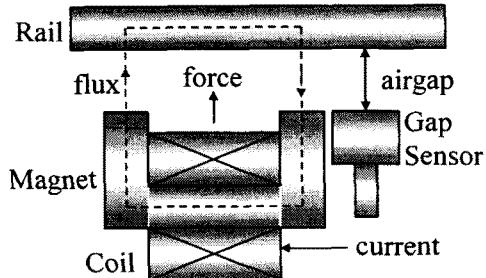


그림 1. 단일자석 자기부상 시스템

Fig. 1 Single Magnet Suspension System

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x(t) = [z(t) \ \dot{z}(t) \ i(t)]'$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{K_z}{M} & 0 & \frac{K_i}{M} \\ 0 & \frac{K_z}{K_i} & -R \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{K_{ch}}{L_c} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0], D = 0$$

이다. 그리고 각 변수의 값은 표 1에 표시하였다.

이 상태방정식을 전달함수 형태로 고치면 상전도식 자기부상 시스템의 극점이 s 평면의 오른쪽에 위치하여 개루프 불안정하다는 것과 선형화 과정에서 공극, 전류 및 힘 사이에 비선형성이 강하다는 것을 알 수 있다. 그러나 앞에서 레일이 강체라고 가정을 하였지만 실제적인 자기부상 시스템에서는 유연한 레일이 대부분이기 때문에 이를 고려하면 위의 상태방정식에서 더 고차의 모드가 나타나게 된다.

한편, 위의 상태방정식 (2)은 별도의 전류 피드백을 하지 않은 경우이며, 자기부상 시스템에서 전류센서를 사용하여 전류 피드백을 하면 상태방정식의 A 행렬은 다음과 같이 된다.

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{K_z}{M} & 0 & \frac{K_i}{M} \\ 0 & \frac{K_z}{K_i} & -\left(\frac{K_{ch}}{L} K_b + \frac{R}{L}\right) \end{bmatrix} \quad (3)$$

2.2 제어기 설계 (3)

그림 2와 같은 피드백제어기를 포함한 폐루프 시스템을 고려한다. 곱셈형 모델링오차를 고려하였으며, 플랜트와 제어기 전달함수행렬 G, K , 가중함수 W_1, W_3 모두 정방행렬이다.

전달함수행렬이 $G(s)$ 로 주어지는 동역학 시스템의 H_∞ 노음(norm)은 다음과 같이 정의된다.

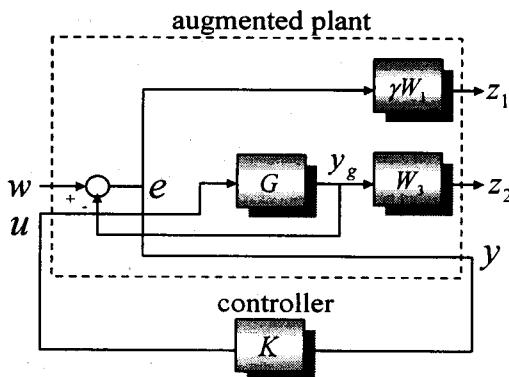


그림 2. 플랜트, 제어기 및 가중함수

Fig. 2 Plant, Controller, Weighting Functions

$$\|G\|_\infty = \sup_{\omega} |\bar{\sigma}(G(j\omega))| \quad (4)$$

W_1, W_3 는 각각 오차 신호, 출력 신호에 대한 가중함수이고, Sensitivity Matrix S 와 Complementary Sensitivity Matrix T 는 다음과 같이 정의된다.

$$S = (I + GK)^{-1} \quad (5)$$

$$T = GK(I + GK)^{-1} = I - S(s) \quad (6)$$

S 와 T 는 항상 위의 조건을 만족시켜야 하므로, 전주파수 영역에서 추종성능과 모델링오차에 대한 강인성을 함께 개선시킬 수는 없다. 그리고 외란 제거 규격과 강인 안정 규격은 다음과 같다.

$$|\bar{\sigma}(S(j\omega))| < |\gamma^{-1} W_1^{-1}(j\omega)| \text{ for all } \omega \quad (7)$$

$$|\bar{\sigma}(T(j\omega))| < |W_3^{-1}(j\omega)| \text{ for all } \omega \quad (8)$$

일반적으로 가중함수 W_1 과 W_3 외에 제어입력에 대한 가중함수 W_u 도 고려하지만, 이 논문에서는 설계를 간략화하기 위하여 포함하지 않았다.

H_∞ 제어기 설계문제는 식 (9)의 T_{zu} 를 내부적으로 안정화시키면서 다음과 같이 강인성과 성능에 대한 H_∞ 노음을 최소화하는 제어기 K 를 구하는 문제로 간략화될 수 있다.

$$\|T_{zu}\|_\infty \leq 1 \quad (9)$$

여기서, $T_{zu} = [W_1 S \quad W_3 T]$ 는 폐루프전달함수로서, weighted mixed sensitivity function이 된다.

본 논문에서는 설계 파라미터 γ 와 가중함수 W_1 과 W_3 을 다음과 같이 정하였다.

$$\gamma = 5.2$$

$$W_1(s) = \frac{1.33}{\frac{s}{2\pi \cdot 0.16} + 1}$$

$$W_3(s) = 10^{-5} \left(\frac{s}{2\pi \cdot 0.002} + 1 \right) \left(\frac{s}{2\pi \cdot 160} + 1 \right) \cdot \left(\frac{s}{2\pi \cdot 200} + 1 \right)$$

$W_3(s)$ 의 차수는 플랜트의 분모와 분자의 차수의 차와 같게 정한다.

2.3 시뮬레이션 결과

2.3.1 시스템 파라미터

본 논문에서 사용된 단일자석 자기부상 시스템의 파라미터는 표 1과 같다.

표 2. 시스템 파라미터
Table 1. System Parameters

파라미터	값	단위
무게 M	3.3	kg
전류 계수 K_i	36.3	N/A
공극 계수 K_z	15615	N/m
저항 R	3.4	Ω
공칭 인덕턴스 L	0.28	H
마그네트 극 길이 l_m	0.085	m
마그네트 극 폭 l_u	0.012	m
코일 권선수 N	726	회
공칭 제어전압 v_o	1.25	V
공칭 공극 z_o	0.004	m
공칭 전류 i_o	1.72	A
초퍼 이득 K_{ch}	5.0	
전류 이득 K_b	0.2	V/A
샘플링 주기 T_s	0.25	msec

2.3.2 시뮬레이션 결과

H_∞ 제어기의 제어성능을 확인하기 위하여 본 논문에서는 입력 추종 성능과 플랜트 입력 외란 제거에 관한 시뮬레이션과 실험을 하였다. 시뮬레이션은 MATLAB S/W(4)로 하였으며, 입력 추종성능은 자기부상 시스템의 기준 입력을 4 mm에서 5 mm로 변화시켰고, 외란 제거 성능은 H_∞ 제어기의 출력신호에다가 외란으로서 스텝 형태의 전압을 더하여 플랜트에 가하였고, 그 크기는 공칭 제어전압의 2배에 해당하는 2.5 V로 하였다.

그림 3은 입력 추종성능의 시뮬레이션 결과로서 약 60 %의 오버슈트가 있으나 0.2 초 이내에 수렴이 가능하다. 여

기서 오버슈트는 더 줄일 필요는 있으나 수렴시간은 대체로 만족한다. 여기서 제어 사양은 적용 대상에 따라 충분히 검토하여 정하여야만 성능과 장인성을 균형있게 얻을 수 있다.

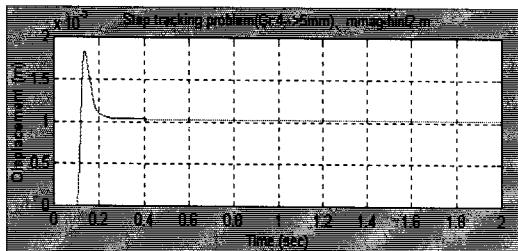


그림 3 입력추종 시뮬레이션: 기준입력 4 → 5 mm
Fig. 3 Input Tracking Sim.: Ref.: 4 → 5 mm

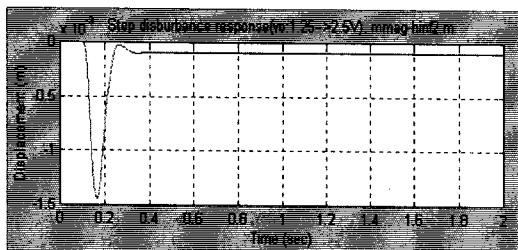


그림 4 외란 제거 시뮬레이션: vo: 1.25 → 2.5V
Fig. 4 Disturb. Rej. Sim.: vo: 1.25 → 2.5V

그림 4는 플랜트 입력 외란제거 성능에 관한 시뮬레이션 결과로서, 공칭 제어전압 v_o 이 1.25 V이므로 스텝형태로 2.5 V로 증가시켰다. 그 결과 역시 0.2초 이내에 수렴하여 대체로 만족스런 결과를 얻을 수 있었다.

2.4 실험 결과

2.4.1 실험 장치 설명

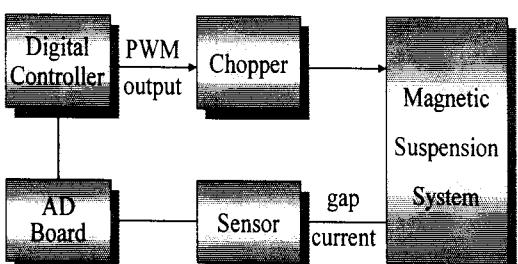


그림 5 디지털 부상제어 시스템

Fig. 5 Digital Suspension Control System

그림 5는 자기부상 제어 시스템에 대한 전체 그림이다. 이 논문에서는 부상제어기로서 VME 버스를 기반으로 한 DEC의 alpha 230 CPU 보드를 사용하였다. 샘플링 주파수는 4 kHz이고, Real-time Operating System인 VxWorks[5] 환경하에 C 프로그램으로 제어용 코드를 구성하였다.

이 제어 프로그램은 DEC의 WorkStation에서 개발되어 compile 된 후, TCP/IP를 통하여 CPU 보드에 다운로드되고, 실행된다. 센서는 전류 센서와 KAMAN사의 갭 센서 모두 2가지를 사용하였다. Analog-to-Digital (AD) 보드는 12bit의 resolution을 갖고, 0 ~ +5 V까지 변환이 가능하다. 디지털 제어기는 AD 보드로부터 읽은 디지털 신호를 이용하여 제어 알고리즘을 계산한 후, 제어기 출력 신호를 초퍼에 PWM 형태로 출력한다. 초퍼는 1-4상한 방식으로서, 스위칭 소자는 IGBT를 사용하였고, 스위칭 주파수는 10kHz, DC 입력전압은 40V이다.

2.4.2 제어 실험결과

그림 6은 설계된 H_∞ 제어기에 대한 보드 다이아그램으로서 분모가 4차이고, 분자가 3차이다. 그리고 10Hz에서 100Hz 사이에서는 30dB/dec의 기울기를 갖고 있으며, 미분 동작을 하여 부상 시스템의 안정도에 결정적인 기여를 한다. H_∞ 제어기를 실제 디지털로 구현하기 위해 아날로그 영역에서 구한 제어기를 디지털 영역으로 변환하기 위하여 다음과 같이 bilinear transformation을 하였다.

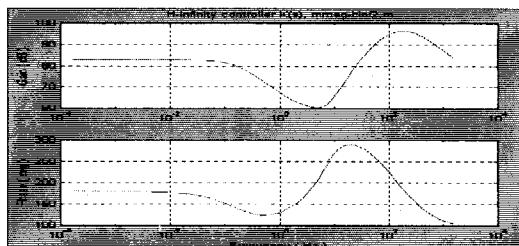


그림 6 설계된 H_∞ 제어기의 bode plot

Fig. 6 Bode plot of designed H_∞ controller

$$s = \frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1} \quad (10)$$

여기서 T_s 는 샘플링 주기이다.

실험은 시뮬레이션과 마찬가지로 입력 추종 성능과 입력 외란 제거 성능 두 가지를 수행하였다. 그림 7은 입력 추종 성능 결과로서, 그림 3과 같이 0.2 초 이내에 수렴하지만 약 50 %의 오버슈트가 있어서 오버슈트를 줄이는 것이 필요하다고 생각된다. 그림 8는 플랜트 입력 외란제거 성능에 관한 실험 결과로서, 공칭 제어전압 v_o 이 1.25 V이므로 스텝 형태로 2.5 V로 증가시켰다. 그 결과 역시 0.2초 이내에 수렴하였다.

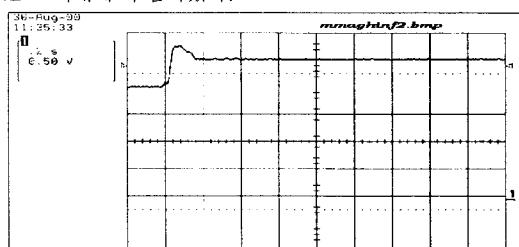


그림 7 입력 추종 실험: 기준입력 4 → 5mm

Fig. 7 Input Tracking Exp.: Ref.: 4 → 5mm

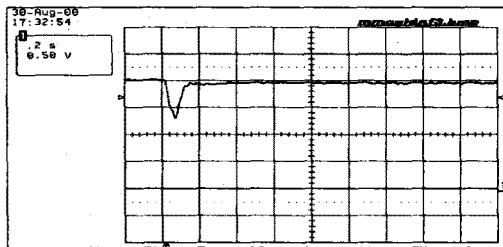


그림 8 외란 제거 실험 $v_o: 1.25 \rightarrow 2.5V$
Fig. 8 Disturb. Rej. Exp., $v_o: 1.25 \rightarrow 2.5V$

3. 결 론

지금까지 자기부상 시스템의 H_∞ 제어에 관한 시뮬레이션 및 실험결과를 보였다. 그 결과로서, 자기부상 시스템의 외부 외란에 대한 안정된 제어특성을 보임을 알 수 있고, 기준입력에 대한 빠른 추종성능을 얻을 수 있음을 확인할 수 있었다.

앞으로 할 일은 동일한 성능지수를 이용한 기존의 제어방식과의 주파수 및 시간영역에서의 비교 등을 들 수 있다. 또한 유연한 레일을 가지는 자기부상 시스템에서의 강인한 제어 그리고 매우 정밀한 제어 규격, 예를 들면 위치오차, 추종 속도, 오버슈트 등을 만족하는 제어기 설계가 요구된다.

(참 고 문 헌)

- [1] P.K. Sinha, *Electromagnetic suspension: dynamics and control*, Stevenage, U.K. Peregrinus, 1987.
- [2] K. Glover and J.C. Doyle, "State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_∞ -norm bound and relations to risk sensitivity", *Syst. Control Letter*, vol.11, pp.167-172, 1988.
- [3] M. Fujita, F. Matsumura, and M. Shimizu, " H_∞ robust control design for a magnetic suspension system," *2nd International Symposium on Magnetic Bearing*, pp.349-356, July 12-14, 1990, Tokyo, Japan.
- [4] *Robust control toolbox, ver 2.0.6*, The Mathworks, 1998.
- [5] *VxWorks User's Guide*, The WindRiver, 1996.