

## 찌그러진 액체 제트에서의 혼돈 현상

### Chaotic ray dynamics in a deformed liquid jet

김상욱\*, 이상범\*\*, 문희중\*\*\*, 안경원\*, 이재형\*\*, 장준성\*\*

\*한국과학기술원 거시양자광레이저 연구단 및 물리학과, \*\*서울대학교 물리학과, \*\*\*한국원자력연구소  
swkim@laputa.kaist.ac.kr

굴절률이 외부보다 큰 원통(cylinder)이나 구(sphere)는 경계면에서의 빛의 전반사(total internal reflection)에 의해 손실이 매우 적은 high-Q 공진기가 될 수 있음이 잘 알려져 있다. 이때 발견되는 공명모드를 '속삭이는 회랑 모드(whispering gallery mode; WGM)'라고 하며, 색소가 첨가된 고체 구, 액체 방울, 액체 제트 등의 미소 공진기나 반도체 microdisk 등에서 구현되었다. 이러한 미소공진기는 일반적으로 완전한 구나 실린더의 형태로 만들어지는데, 이 경우 공진 모드를 analytic 하게 구할 수 있고 기하 광학적으로 비교적 간단히 이해할 수 있다. 하지만 최근 Nockel 등에 의해 공진기에 변형을 가한 경우 여러 가지 재미있는 현상이 일어날 수 있다는 것이 밝혀졌다<sup>(1, 2)</sup>.

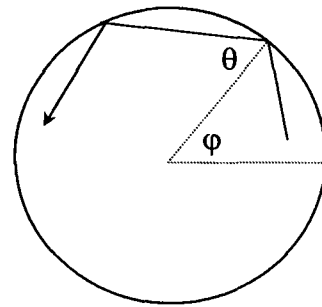


그림 1.  $(\phi, \theta)$  좌표계

공진기에 변형이 가해지면 공진기 내부에서 빛의 기하 광학적 진행이 혼돈을 보이게 된다. 혼돈이란 초기 조건의 작은 변화가 지수 함수적으로 증폭되는 것을 의미하는데, 이때 빛의 진행은 매우 임의적인(stochastic) 운동을 하게 된다. 원통형 공진기의 경우 공진기 내부에서 진행하는 빛의 입사(반사)각이 항상 같기 때문에 처음에 WGM로 출발한 빛은 영원히 WGM로 남아 있을 수 있다. 그러나, 변형에 의해 대칭성이 깨지면 입사(반사)각이 같지 않게 되고, 혼돈에 의한 임의적 운동이 가능하게 되어 WGM로 출발한 빛도 임계각보다 작아져서 공진기 밖으로 나갈 수 있게 된다. 따라서 공진 모드와 Q 값에 큰 영향을 주게 된다.

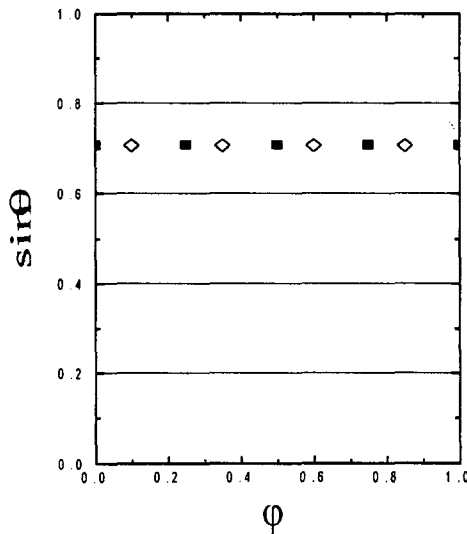


그림 2. 원형 공진기의 포앙카레 단면

2차원 공진기 내부에서의 빛의 기하 광학적 진행은 그림 1의 간단한 좌표계를 도입하여 쉽게 설명할 수 있다. 빛은 직진하다가 공진기 내부 벽에 부딪힐 때에만 진로를 바꾸므로,  $(\phi, \theta)$ 를 추적하면 빛의 운동을 완전히 기술할 수 있다. 여기서  $\phi$ 는 빛이 공진기에 부딪치는 위치를 x축으로부터의 각도로 나타낸 것이고,  $\theta$ 는 입사(반사)각을 나타내는데, 이것을 포앙카레 단면이라 부른다. 원통형 공진기의 경우 입사(반사)각이 언제나 같으므로 그 운동이 그림 2와 같이  $(\phi, \sin \theta)$  좌표계에서  $\phi$ 축에 평행한 직선으로 된다. 이 각각의 직선이 임계각보다 위에 있으면  $(\sin \theta > \sin \theta_c)$  WGM가 되고, 아래에 있으면 공진기 밖으로 나가는 빛이 된다. 원통형 공진기에 변형을 줄 경우 무슨 일이 일어나는지를 이해하기 위해서는 원통형 공진기의 특별한 궤도들을 고찰해야 한다. 그림 3과 같은 주기 궤도들은  $(\phi, \sin \theta)$  좌표계에서 직선이 아닌 4개의 점으로 표시되는 운동을 하게 되는데 (그림 2의 ■), 원의 대칭성 때문에 이 4개의 점은  $\phi$  방향으로 이동시킬 수 있다 (그림 2의 ◇). 즉, 사각형 궤도를 임의의 각도로 돌리더라도 모두 같은 상황임을 의미한다. 하지만 변형

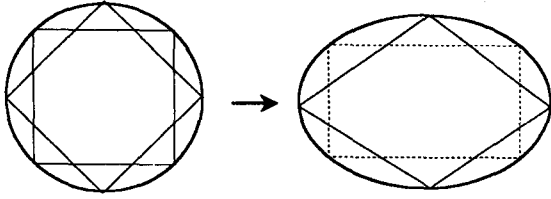


그림 3. 변형과 주기 궤도

이 가해지면 이제 대칭성이 깨어지므로 그림 3에 있는 것과 같은 2개의 주기 궤도만이 가능하게 된다. 이 중 하나는 안정적인 주기궤도(실선)를 이루며, 다른 하나는 불안정한 주기궤도(점선)를 이루게 된다. 불안정한 주기궤도는 언제나 혼돈을 보이며 안정적인 주기 궤도는 그 주위에 안정적인 주기궤도들의 집합을 이루게 된다. 이러한 주기궤도가 아닌 것들은 변형이 충분히 작을 때에는 직선이 조금 휘어진 곡선 위에서 안정된 운동을 하게 된다. 이는 대단히 일반적인 비선형 동역학의 결과로서 KAM theory라 불린다<sup>(3)</sup>. 그림 4를 보면 (0.5, 0.65) 근방에서 안정적인 주기궤도를 볼 수 있다. 그 사이사이에는 모두 혼돈을 보이는데, 이는 불완전 주기 궤도에 의한 것이다.

$\sin\theta = 0.93$  근방에서는  $\varphi = 0$  에서 1까지 끊어지지 않고 이어진 궤도를 볼 수 있는데, 이런 궤도를 KAM tori라고 한다.

최근 H. J. Moon등은 액체 색소를 분사시켜 원기둥을 만들고 여기에 바람을 불어 찌그러진 미소 공진기를 구현하여 레이징 실험을 하였다<sup>(4)</sup>. 이 방법은 기존의 반도체 레이저에 비해 변형을 제어하기 쉽다는 장점이 있어, 변형에 의한 혼돈 현상을 연구하는 데에 좋은 도구를 제공한다. 실험적으로 변형이 커져감에 따라 각각의 peak들이 red shift 하며, radial mode number  $l$ 이 큰 것은 점차 없어지고  $l$ 이 작은 것들이 차례로 발진하는 것을 볼 수 있었다. 실험결과를 설명하기 위해 찌그러진 공진기의 형태를  $r = 1 + \lambda \cos 2\varphi$  라 가정한다. 그림 4는  $\lambda = 0.8$  일 때의 포앙카레 단면이다. 실험에 사용된 색소의 굴절률이 1.329이며,  $\theta$ 에 해당하는 임계각이 굵은 점선으로 표시되어 있다. 각각의 peak들이 red shift하는 것은 공진기가 찌그러짐에 따라 둘레 길이가 늘어나 각 모드의 파장이 늘어나는 효과를 주기 때문으로 이해할 수 있다. 레이징 모드의 변화는 그림 4에서 이해할 수 있는데, 우선 준고전적 방법과 adiabatic 근사를 써서 그림 4에서와 같이 각 모드  $l$ 에 해당하는 기하광학적 궤도를 구한다.  $l = 5$  모드는 찌그러짐이 없을 경우 발진 가능한 모드였으나, 찌그러짐에 의해 그 궤도가 혼돈해져서 stochastic한 운동을 통해 빛이 임계각보다 작아 질 수 있다. 따라서 더 이상 레이징 모드가 될 수 없다. 하지만  $l = 3$  모드는 아직 주기적 안정궤도들이 있는 영역에 있으므로 레이징 코드로 발진할 수 있다. 이와 같이 찌그러진 미소 공진기에서 혼돈을 이용한 빛의 기하 광학적 분석을 통해 레이징 모드의 특성을 정성적으로 이해할 수 있다.

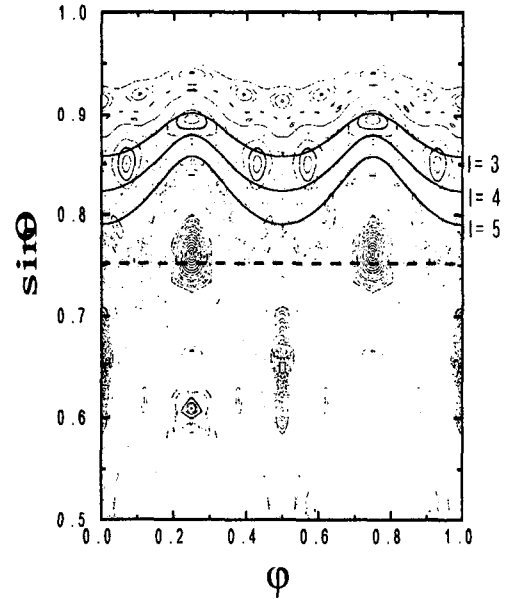


그림 4. 찌그러진 공진기의 포앙카레 단면

참고문헌

- 1 J. U. Nockel and A. D. Stone, Nature 385, 45 (1997).
- 2 C. Gmachl et al., Science 280, 1556 (1998).
- 3 L. E. Reichl, The Transition to Chaos in Conservative Classical Systems: Quantum Manifestations (Springer-Verlag, New York, 1992).
- 4 H. J. Moon et al., Opt. Lett. 22, 1739 (1997).