

## CT3) 대전된 포집구와 입자의 포집효율에 관한 일반 해 Analytic Solution of the Single Collection Efficiency between the Charged Sphere Collector and Particles

이승주·정창훈·이규원  
광주과학기술원 환경공학과

### 1. 서 론

Granular Bed Filter에서의 미세입자 제거에 대한 연구, 특히 정전기력을 이용한 미세입자의 포집효율에 관한 연구는 수많은 연구자들에 의해 수행되어 왔으나, 이론식 내의 입자들의 관성, 유동장 그리고 입자에 작용하는 전기력의 복합성 때문에 직접적인 일반 해를 구하기가 어려운 것이 사실이다.

정전기력을 이용한 입자의 여과특성 및 효율에 대한 이론적 연구는 주로 외부 전기장을 주었을 경우와 포집체와 입자가 모두 대전되었을 경우를 중심으로 수행되어 왔다. Nielsen과 Hill(1976)은 입자의 대전으로 인한 포집구에서의 포집효율을 유동장내에서 쿨롱힘, electrical image force 등 다양한 정전기력에 따른 이론적, 수치적 예측을 하였으며, Kojevnikova와 Zimmels(2000)는 대전된 포집구들과 역하전된 입자의 거동을 2차원 상태에서 수치적으로 모사하였다. 또한 Banks와 Kurowski(1983)는 입자와 섬유사이에 작용하는 모든 정전기력을 단일 식으로 고려하여 단일섬유의 입자 포집효율을 수치적으로 구하였다.

본 연구에서는 Granular Bed Filter에서 입자의 전기적 합력, 즉 쿨롱힘과 image force가 대전된 포집구의 포집효율에 대한 이론적 연구를 Banks와 Kurowski(1983)의 연구방법에 착안하여, 입자의 관성을 무시할 수 있는 영역에서 포집효율에 대한 수학적인 해를 구하였다.

### 2. 수학적 모델

#### 1) 포집체 주위의 입자의 운동

외력이 작용할 경우, 반경  $r$ , 질량  $m$ 인 입자의 궤적은 다음과 같은 미분방정식으로 나타내어진다.

$$m \frac{du}{dt} = -6\pi\mu r(u - \bar{u}) + F \quad (1)$$

단,  $\bar{u}$ 는 미세입자의 속도,  $\bar{u}$ 는 유동장내의 유체속도,  $\mu$ 는 유체의 viscosity이며  $F$ 는 외부전기장 및 포집체의 분극, 대전된 포집체와 분극 된 입자사이에 작용하는 힘을 포함한 모든 외력이다. 만약 입자의 관성을 무시할 수 있고, 유체의 평균속도를  $U_0$ 라 한다면, 무차원 수  $u = \bar{u}/U_0$ ,  $v = \bar{u}/U_0$  라하고 식(1)은 다시 다음과 같이 나타내어 질 수 있다.

$$v = u + BF/U_0 \quad (2)$$

여기서,  $B = 1/6\pi\mu r$ 로 입자의 mobility이다.

#### 2) 대전된 포집구와 입자사이에 작용하는 힘

미세입자에 작용하는 힘은 포집구의 대전량  $Q$ , 입자의 전하량  $q$ , 입자의 분극성과 포집구 주위의 전기장  $E$ 에 기인하며 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$F = qE + 4\pi\epsilon_0 g_s \left( \frac{r^3}{2} \right) \nabla |E|^2 \quad (3)$$

여기서,  $g_s = (\epsilon_s - 1)/(\epsilon_s + 2)$ 이며  $\epsilon_s$ 는 입자의 dielectric constant이다.

식(3)으로부터 반경  $R$ , 대전량  $Q$ 인 포집구와 반지름  $r$ , 대전량  $q$ 인 입자사이에 작용하는 힘은 다음과 같다.

$$F = C_{Qq} \frac{1}{\rho^2} + C_Q \frac{1}{\rho^5} \quad (4)$$

여기서,  $C_{Qq} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 R^2}$ ,  $C_Q = \frac{-4Q^2 g_s (r^3/2)}{4\pi\epsilon_0 R^4}$ 이고  $\rho$ 는 포집구와 입자사이의 거리를 포집구

의 반경  $R$ 로 나는 무차원 수이다. 이를 구 좌표 계의 유동함수,  $\Psi_Q$ 로 나타내면 다음과 같다.

$$\Psi_Q = -\frac{B}{U_0} (C_{Qa} + C_a / \rho^3) \cos \theta \quad (5)$$

### 3) 포집구 주위의 Kuwabara 유동함수

Granular Bed Filters의 유동장 모사를 위해 다음과 같은 Kuwabara의 유동장이 사용되었다.

$$\Psi_{(\rho, \theta)} = \frac{UR^2}{K} [(1 - 2\alpha/9)/4\rho - 3\rho/4 + (1 - \alpha/2)\rho^2/2 - 3\alpha\rho^4/20] \sin^2 \theta \quad (6)$$

여기서,  $K = 1 - 9\alpha^{1/3}/5 + \alpha - \alpha^2/5$ 로 hydrodynamic factor,  $\alpha = (R/b)^3$  sphere concentration,  $b$ 는 Kuwabara cell 모델의 경계면까지의 반경을 지칭한다.

### 4) 입자의 포집효율

식(5)와 (6)에 Brown(1993)이 언급한 입자의 포집효율에 관한 엄밀해(Exact Solution) 개념을 도입하여 구한, 관성을 무시한 Granular Bed Filter에서의 서로 대전된 입자와 포집구 사이에 포집효율은 다음과 같다.

$$\eta = \frac{\pi \xi^2}{\pi R^2} = \frac{2 \Psi_\xi}{R^2 u} = \frac{-BQ}{4\pi \varepsilon_0 R^4 U_0^2} (q - 4Q g_s (\frac{r^3}{2}) / R^2 \rho^3) \quad (7)$$

## 3. 결론 및 고찰

그림 1은 일정량으로 대전된 포집구 주위의 대전되지 않은 입자들의 포집효율을 나타내는 그림이다. 입자의 크기가 커짐으로써 입자의 포집효율은 증가함을 알 수 있으며, 이는 Nielsen과 Hill(1976)의 결과의 경향과 일치한다. 그림 2는 일정량으로 대전된 포집구에 입자들의 대전량을 변화시킴으로서 나타나는 포집효율을 보여주고 있다. 연구결과 입자의 대전이 효율에 미치는 영향이 입자내의 image force의 영향보다 훨씬 크게됨을 알 수 있다.

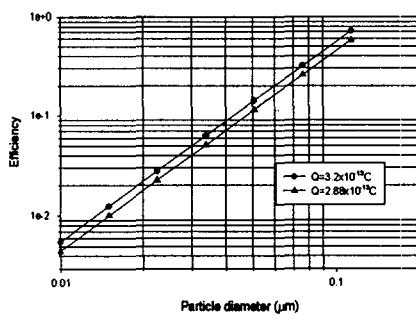


Fig. 1. Efficiency between the charged collector and noncharged particle

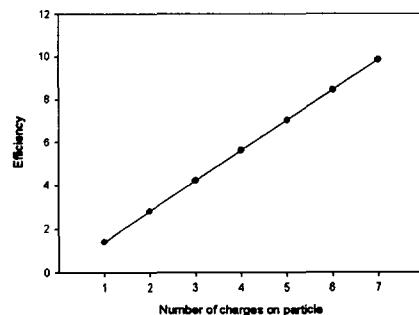


Fig. 2. Efficiency between the charged collector and charged particle

## 참 고 문 헌

- Banks, D. O. and Kurowski, G. J. (1983) A Perturbation Method for the Approximation of the Inertial Collection Efficiency for Fibrous Filter with Electrical Enhancement, *J. Aerosol Sci.*, Vol. 14 No.4 463-473
- Brown, R. C. (1993) Air Filtration - An Integrated Approach to the Theory and Applications of Fibrous Filters, *Pergamon Press*, New York
- Kojevnikova, S. and Zimmels, Y. (2000) Mechanism of Collection of Aerosols by an Array of Oppositely Charged Drops, *J. Aerosol Sci.*, Vol. 31 No.4 437-461
- Nielsen, K. A. and Hill, J. C. (1976) Collection of Inertialess Particles on Sphere with Electrical forces, *Ind. Eng. Chem., Fundam.*, Vol.15, No.3