

물체의 충돌 시 탄성파에 의한 질량중심의 이동 효과에 대한 해석

정 병 태 (인천전문대학)

요약

두 물체의 충격운동량-충격 및 탄성파 발생의 순으로 작용하도록 하면 계 내에서 충돌 후 생기는 운동량의 관성 속도와 충돌기간동안 발생하는 탄성파의 충격에너지 전달속도가 다른 경우가 있다. 이것은 충돌기간동안 총운동량은 보존되나 선운동량이 비 보존되는 경우가 있어서 충돌기간동안 비 보존된 내부 운동량의 시간 적분만큼 충돌을 가한 질량중심이 이동했다는 의미이다.

충돌기간동안 충격파는 탄성파에 근사시키고 그것은 군속도에 근사시켜 이론적 근거를 만들고 실험에 의해 확인했다.

폐쇄된 계 내에서 내부에너지를 이용하여 특별한 두 물체의 충돌기간동안 비 보존되는 운동량 때문에 질량중심이 이동되는 것에 대해 해석한다.

1. 서론

물질에 따라 sound의 속도가 공기중에서와 물질내부에서 다르다.

물질내부에서 군(group velocity) 속도로 전달되기 때문이다. 그 군속도는 충격파와 탄성파의 속도와 같이 생각할 수 있다.

2 Body 충돌문제에서 충돌 상황을 살펴보면 충돌전과 충돌기간 충돌후의 3가지 단계로 나눌 수 있다.

질량이 m 이고 속도가 V 인 물체가 정지한 질량 m 인 물체에 충돌할 경우 지금까지 통상 다루어진 결과는 충돌전과 충돌기간 및 충돌후의 단순히 선 운동량이 보존되고 에너지가 보존되는 것으로만 계산해 왔다.

운동하는 어떤 물체가 정지한 물체에 충돌하면 실제로는 충돌기간중 물질 내에서 탄성파의 군속도(group velocity)가 충돌전이나 후의 속도보다 크다.

본 연구는 충돌기간중의 내부 속도 변화에 따르는 운동량과 에너지 관계를 실험data 결과를 토대로 이론적인 관계식을 세운다.

2. 충돌기간 중의 해석

그림2에서 질량 $m_1=m_2=m$ 직경이 각각 d 인 충돌전후 속도를 $v_1=v_1'$ 이고 충돌기간중의 속도를

m_1 이 m_2 에 접촉해서 떨어지는 시간 Δt 때 V_g 라고 하면 $\frac{d}{\Delta t} = V_g$ 이고

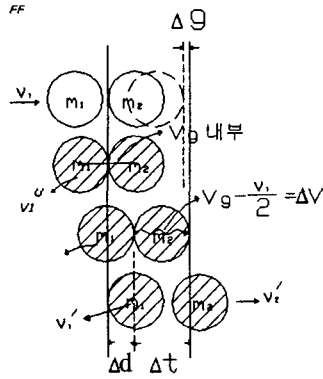


그림1. 강체 충돌 모델

충돌 기간중에는 m_2 내부 운동량이 mV_g 이므로 총 운동량 보존을 위해서 역학적 운동량이 아닌 P_λ 의 물리량을 둔다.

$$mv_1 = mVg - P_\lambda$$

이것은 다시 $Vg = v_1 + \Delta V$ 로 두어

$$mv_1 = m(v_1' + \Delta V) - P_\lambda = mv_1' + m\Delta V - P_\lambda$$

$$P_1 = P_1' + P_d - P_\lambda$$

로 들 수 있다.

폐쇄된 계에서는 $P_1 - P_1' = 0$ 이므로

$P_1 = P_1'$ 로 보면 $P_d - P_\lambda = 0$ 이다. 여기에서 에너지 관계는 완전탄성은 있을수 없으므로 비탄성인 경우 충돌전보다 기간중에 운동에너지가 커서 발열충돌에 해당한다.

$$\frac{1}{2}mv_1'^2 + Q = \frac{1}{2}mv_1'^2 + \frac{1}{2}m\Delta V^2 + mv_1'\Delta V$$

$$\therefore Q = \frac{1}{2}m(Vg^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}mV_g^2 - m\Delta V v_1$$

$$P_1 \rightarrow E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$P_d \rightarrow E_d = \frac{1}{2}\Delta mv_1^2$$

$$P_\lambda \rightarrow E_\lambda = m\Delta V v_1$$

또 $m\Delta v = \Delta mV$ 로 두어도 질량중심은 변하지 않는다.

$$E_\lambda = m\Delta V v_1 = \Delta mv_1^2 = P_\lambda v_1$$

로 대응되므로 P_λ 는 관성질량으로 인한 wave 나 heat 의 발산인 스칼라 량 이라고 볼 수 있다.

특히 P_λ 는 역학적 운동량이 아닌 것으로 정의했으므로 E_λ 는 운동에너지가 아니고 E_1 과 E_d 는 운동 에너지다. 따라서 충돌전보다 충돌기간중에 운동에너지이므로 P_1 과

P_D 는 역학적 운동량이다. 그러므로 운동방정식을 Δt 시간에 대해 적분하면 p_λ 는 질량 이동량이 존재하지 않아서 0이고 결과 적분상수가 존재한다.

$$\int m v_1 dt = \int (m V_g - P_\lambda) dt + C$$

$$\therefore C = md$$

여기서 적분상수 C의 단위는 [질량*거리]량이다.
어떤 계내에서 선운동량 방정식의 시간적분 결과 C의 값이 존재 하면 그 계의 총질량이 M 일 때 그 계의 질량 중심 이동은 L 프레임에서

$$L_{CM} = \frac{C}{M} \text{ 만큼 CM의 이동이 존재하게 된다.}$$

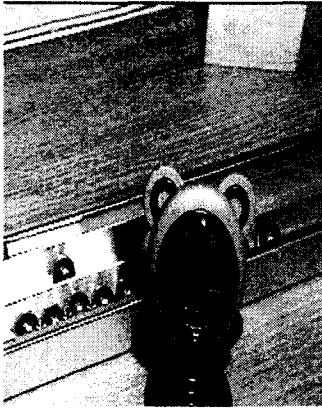


그림2. 충돌기간 0.03초 동안 포착한 사진

이론적으로는 질량 m 이 철인 경우 m_1 이 $v_1=300\text{m/s}$ 이고 m_2 는 $v_2=0$ 일 때 매질내에서 탄성파는 5km/s 속도로 전달되므로 $V_g=5\text{km/s}$ 이고 질량의 직경이 d 일때

$$\frac{d}{V_g} = \Delta t$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V_g - p_\lambda$$

$$m_1 (V_g - v_1) - p_\lambda = 0$$

$$\int_{\Delta t} m_1 (5000 - 300) dt = c$$

$$m * d * 4700 / 5000 = 2m L_{CM}$$

따라서

$$L_{CM} = \frac{4700}{2 * 5000} d$$

만큼 충돌기간동안 질량중심이 더 이동했다
실제 실험결과를 조사해보면

$$v_1 = 2\text{m/s}, \quad V_g = 6\text{m/s}, \quad \Delta t = 0.03 \text{ sec}$$

1개의 구는 약 20mm, 24g 10개로 실험한 결과

$$\int_{\Delta t} 4 dt = m \times 4 \times 0.03 = 0.024 \times 4 \times 0.03 = c$$

$$L_{CM} = \frac{0.024 \times 4 \times 0.03}{10 \times 0.024} = +0.012 \text{ [m]}$$

따라서 질량 m 의 충돌 방향으로 0.012m (약 12mm) 질량중심이 Δt 동안 더 이동 했다.

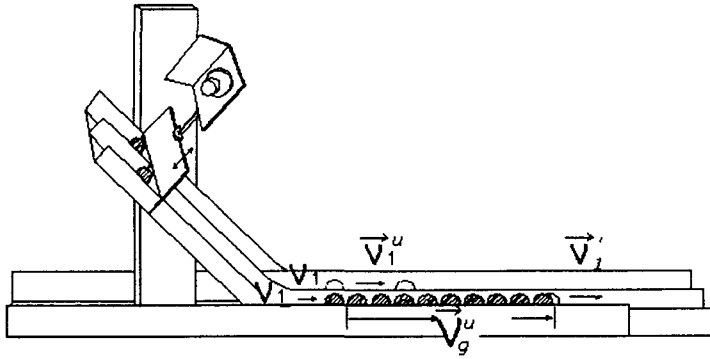


그림3. 실험장치

3. 결론.

근사해석 방법으로 조건들은 아래와 같다.

- a. 에너지 보존법칙 성립
- b. 총 운동량 보존법칙 성립
- c. 역학적 에너지가 아닌 것에 해당하는 운동량의 시간적분은 0으로 한다.
- d. 비 탄성충돌이되 물질 내부에서 완전탄성 충돌에 가까운 충돌 후 발열 반응이 나타나는 에너지 방정식을 얻는다.
- e. *물질내부에서의 가상속도는 균 속도에 해당하며 실제질량이 이동하는 속도에 관계된다.
- f. 새로운 개념은 충돌기간 동안만 역학적 에너지가 커졌다가 즉 선운동량의 시간적분이 (질량*거리) 보존되지 않고 증가하여 그 기간동안 두 물체의 CM의 이동속도가 커졌다가 충돌후 원상태로 된다.
- g. 폐쇄된 계 내에서는 외부로 질량 유출 없이 질량 중심이동을 충격이 가하는 시간동안 만 원 하는 방향으로 위치 이동효과를 얻는다. 이것은 새로운 운동형태를 뜻한다.

4. 참고 문헌**

1. 유체역학 엄기찬외 3 양서각 2000.1.20
2. 고체물리학 권숙일의 4 반도출판사. 1993.2.23
3. 역학 고제걸 청문각 .
4. Schaum's outlines FLUID DYNAMICS ,WILLIAM F.HUGES, McGrawohill ,1999
5. 이동현상론 , 이기준 외1 회중당 1990