

선로정수 예측을 위한 전차선로 등가 회로모델에 관한 연구

Equivalent Circuit Model of Catenary for Estimating Line Constants

이한민* 오광해** 김길상*** 창상훈****
Lee, Hanmin Oh, Kwanghae Kim, Gilsang Chang, Sanghoon

ABSTRACT

This paper presents a method to reduce the number of conductors of catenary system for estimating line constants. Conductors of a catenary system are grouped and reduced. For example, the model representing the contact and the messenger conductors with a single equivalent conductor is, probably more realistic than assuming the two conductors completely separated, since they are generally connected by droppers every few meters. Therefore, this paper shows the method to reduce the number of conductors using electric circuit theory. To verify the results, we compared the equivalent line constants obtained by proposed method with those obtained by measurement.

1. 서 론

AT 급전방식의 전차선로는 일반적으로 상·하행선 별로 급전선, 전차선, 조가선, 레일, 가공보호선, 접지선으로 구성되어 있다. 이들 전차선로는 상·하행선 별로 전차선과 조가선이 수 미터마다 드로퍼로 연결되어 있고 상·하행선 레일, 가공보호선, 접지선이 서로 연결되어 있다. 이런 시스템을 실제적으로 해석하기 위해서는 이들 도체들을 서로 연결되지 않은 도체로 가정하는 것보다 상행 급전선, 하행 급전선, 상·하행 각각의 전차선 도체군(전차선+조가선), 레일 도체군(상·하행 레일, 상·하행 가공보호선, 상·하행 접지선)의 5개 도체군으로 모델링하는 것이 현실적이다.

여러 도체를 하나의 등가 도체로 구성하는 대표적인 방법으로는 기하학적 평균반경(GMR)을 이용하는 방법이 있다. GMR은 근거리 도체들 간의 기하학적 평균 거리가 된다. 그런데 철도 시스템의 도체를 등가 도체군으로 구성하기 위해 GMR을 적용한다는 것은 무리가 있다. 이유는 레일 도체군을 구성하는 도체들의 도체 반경에 비해 가공보호선과 접지선의 거리가 7.5m, 가공 보호선

* 한국철도기술연구원, 연구원, 철도전력연구팀, 정회원
** 한국철도기술연구원, 선임연구원, 철도전력연구팀, 정회원
*** 한국철도기술연구원, 책임연구원, 철도전력연구팀, 정회원
**** 한국철도기술연구원, 책임연구원, 철도전력연구팀, 정회원

간 거리는 10.5m, 상행선 가공보호선과 하행선 레일과의 거리가 약 10m가 되므로 이들 도체들을 GMR에 의해 하나의 등가 도체로 구성하는데 무리가 있다.

따라서 본 논문에서는 GMR에 의한 무리한 도체 등가화 방법이 아닌, 회로 이론에 근거한 행렬 축약 방법 즉, kron의 행렬 축약을 응용한 방법을 적용하여 등가 도체군의 선로정수를 구하였다.

2. 전차선로 시스템의 구성

그림 1은 전차선로 시스템의 기하학적인 구조를 나타낸다. 이 전차선의 각 트랙은 하나의 전차선(4, 6), 조가선(3, 5), 급전선(1, 2), 가공 보호선(11, 12), 접지선(13, 14), 두 조의 레일(7, 8과 9, 10)로 구성된다. 전차선로 시스템은 14개의 도체로 구성되어 있으나 전차선과 조가선은 드로퍼로 연결되어있고 상·하행 레일과 가공보호선, 접지선이 공통으로 연결되어 있다. 결국, 전차선로 시스템을 14개의 도체로 구성하기보다는 서로 연결된 도체군으로 구성된 시스템으로 생각해야 될 것이다. 따라서 서로 연결된 도체들을 그룹핑함으로써 하나의 도체군으로 나타낼 수 있다.

따라서 도체들을 5개의 도체군으로 나타내게 되는데 첫째, 둘째 도체군은 상행 급전선(1), 하행 급전선(2), 셋째 도체군은 상행 전차선(4)과 조가선(3), 넷째 도체군은 하행 전차선(6)과 조가선(5)으로 구성되고 다섯째 도체군은 레일(7,8,9,10), 가공보호선(11,12), 접지선(13,14)으로 구성된다.

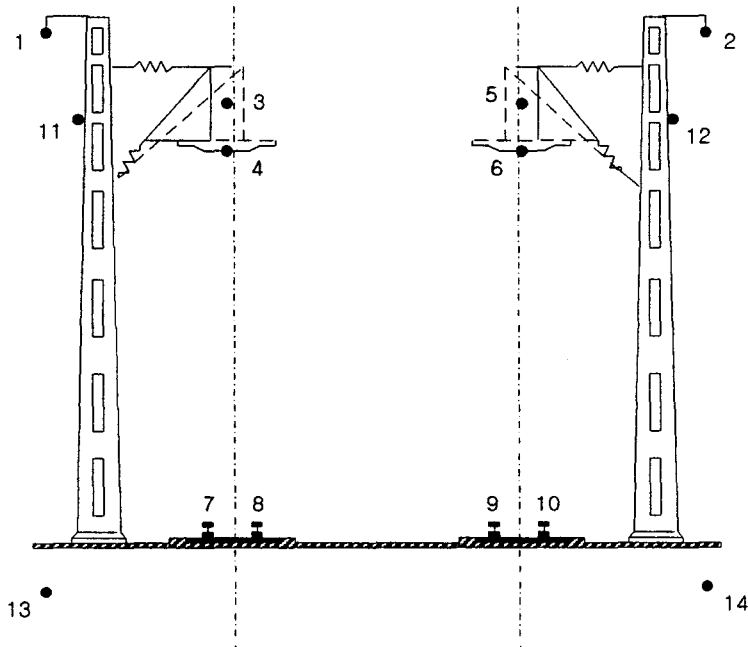


그림 1. 전차선로의 기하학적 구조

3. 등가 회로 모델

본 연구에서 제안한 도체 등가화 과정의 흐름도를 그림 2에 보인다. 도체 데이터 정보 입력에서는 각 도체에 대한 높이, 도체간 거리, 반지름, 비투자율 등이 입력자료로 들어간다. 서로 연결된 도체를 분류하고 그룹핑한다. 그룹핑된 도체들은 등가 회로 모델링에 의

해 등가 임피던스 및 등가 커패시턴스를 계산하고 등가 모델에 대한 선로 정수를 출력한다.

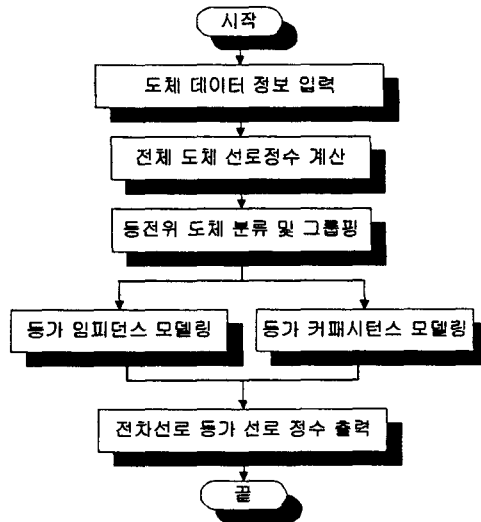


그림 2. 도체 등가화 과정의 흐름도

본 연구에서 주안점을 둔 등가 임피던스와 커패시턴스를 모델링하는 방법은 다음과 같다.

3.1 등가 임피던스 모델링

급전선(F), 전차선(C), 조가선(M)의 자기 임피던스와 상호 임피던스를 그림 3에 보인다. 여기서 전차선과 조가선은 드로퍼로 연결되어 있으므로 등전위가 된다. 이 등전위의 개념이 등가 임피던스를 구하는데 기초가 된다. 전차선로 시스템의 등가화 방법의 물리적 개념은 다음과 같다. 전차선과 조가선의 자기 임피던스와 상호 임피던스가 등가 전차선 도체의 자기 임피던스로 되고 급전선과 전차선, 급전선과 조가선 각각의 상호 임피던스는 급전선과 등가 전차선 도체의 등가 상호 임피던스가 된다. 그리고 등가 전차선 도체의 전류는 전차선과 조가선에 흐르는 전류의 합이 된다.

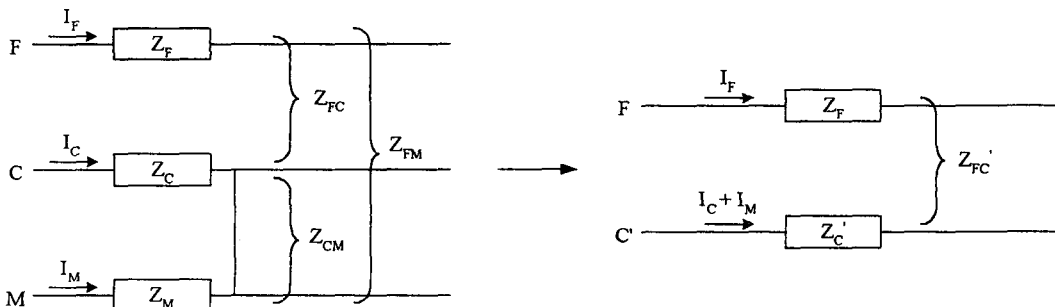


그림 3. 전차선로 임피던스의 등가화

그림 3의 왼쪽 그림을 행렬 관계로 표현하면 식 (1)과 같다.

$$\begin{bmatrix} V_F \\ V_C \\ V_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{FF} & Z_{FC} & Z_{FM} \\ Z_{CF} & Z_{CC} & Z_{CM} \\ Z_{MF} & Z_{MC} & Z_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_F \\ I_C \\ I_M \end{bmatrix} \quad (1)$$

식 (1)에서 전차선과 조가선은 드로퍼로 연결되어 있으므로 등전위 ($V_C = V_M$)가 된다. 식 (1)의 세 번째 식 대신에 V_C 에서 V_M 을 뺀 식으로 대체하면 식 (2)와 같다.

$$\begin{bmatrix} V_F \\ V_C \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{FF} & Z_{FC} & Z_{FM} \\ Z_{CF} & Z_{CC} & Z_{CM} \\ Z_{CF} - Z_{MF} & Z_{CC} - Z_{MC} & Z_{CM} - Z_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_F \\ I_C \\ I_M \end{bmatrix} \quad (2)$$

전차선과 조가선의 두 도체가 하나의 등가 도체가 되면 각각에 흐르는 전류는 하나의 전류로 합해져야 한다. 따라서 이러한 물리적 개념을 행렬 관계로 나타내면 식 (3)이 된다.

$$\begin{bmatrix} V_F \\ V_C \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{FF} & Z_{FC} & Z_{FC} - Z_{FM} \\ Z_{CF} & Z_{CC} & Z_{CC} - Z_{CM} \\ Z_{CF} - Z_{MF} & Z_{CC} - Z_{MC} & Z_{CC} + Z_{MM} - 2*Z_{MC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_F \\ I_C + I_M \\ -I_M \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 3행 3열의 요소들을 소거하기 위해 kron의 행렬 축약 공식을 적용한다. 이때, 급전선의 자기 임피던스에는 영향을 주지 말아야 한다. 그리고 등가 전차선의 자기 임피던스와 전차선과 급전선의 상호임피던스에 조가선의 관련 정보가 들어가게 된다. 결국 등가 도체의 자기 임피던스와 상호 임피던스는 식 (4)과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} V_F \\ V_C' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{FF} & Z_{FC}' \\ Z_{CF}' & Z_{CC}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_F \\ I_C + I_M \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서, $Z_{CC}' = Z_{CC} - \frac{(Z_{CC} - Z_{MC})(Z_{CC} - Z_{CM})}{Z_{CC} + Z_{MM} - 2*Z_{MC}}$

$$Z_{FC}' = Z_{FC} - \frac{(Z_{CC} - Z_{MC})(Z_{FC} - Z_{FM})}{Z_{CC} + Z_{MM} - 2*Z_{MC}}$$

$$Z_{CF}' = Z_{FC}'$$

3.2 등가 커패시턴스 모델링

등가 커패시턴스 모델링은 등가 임피던스 모델링과 마찬가지로 서로 연결된 도체들이 단락되어 있으므로 등전위라는 개념을 적용한다.

커패시턴스는 전위계수(P)로부터 수학적으로 산출(역행렬 계산)할 수 있는 계수이다. 이 전위계수는 도체들의 기하학적인 구조로부터 영상법을 적용하여 대지로부터 도체의 높이, 평균 등가반경, 도체간의 거리 및 도체와 영상도체와의 거리에 의해 구해진다. 이때 단락된 도체는 등전위이므로 전위(V)가 같다는 가정으로 임피던스 등가화와 동일 과정으로 등가 커패시턴스를 구할 수 있다.

그림 4는 도체의 대지위로 영상 및 사이 거리를 나타낸다.

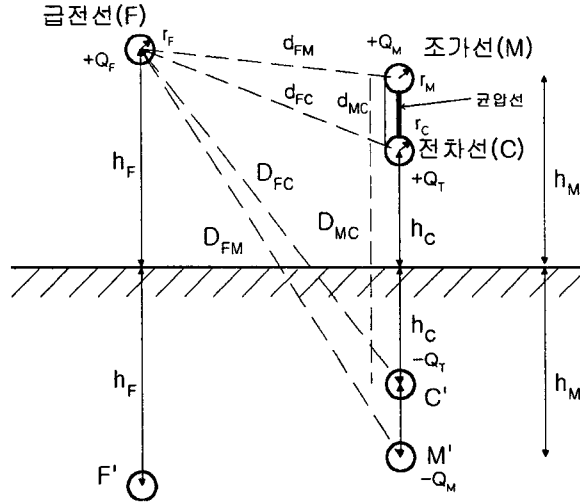


그림 4. 전하 및 전위계산을 위한 Index

그림 4에서 전위(V)와 전하(Q)와의 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\begin{bmatrix} V_F \\ V_C \\ V_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{FF} & P_{FC} & P_{FM} \\ P_{CF} & P_{CC} & P_{CM} \\ P_{MF} & P_{MC} & P_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_F \\ Q_C \\ Q_M \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 $P_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h_i}{r_i}$

$$P_{ij} = P_{ji} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_{ij}}{d_{ij}}$$

식 (5)의 관계를 얻은 다음 등가화 과정은 식 (2), (3), (4)과 동일 방법으로 식 (6)의 등가 전위계수를 구한다.

$$\begin{bmatrix} V_F \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{FF} & P_{FC}' \\ P_{CF}' & P_{CC}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_F \\ Q_C + Q_M \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\text{여기서, } P_{CC}' = P_{CC} - \frac{(P_{CC} - P_{MC})(P_{CC} - P_{CM})}{P_{CC} + P_{MM} - 2*P_{MC}}$$

$$P_{FC}' = P_{FC} - \frac{(P_{CC} - P_{MC})(P_{FC} - P_{FM})}{P_{CC} + P_{MM} - 2*P_{MC}}$$

$$P_{CF}' = P_{FC}'$$

결국, 등가 커패시턴스는 전위계수의 역행렬에 의해 구할 수 있다.

$$Q = CV, \quad C = P^{-1} \quad (7)$$

4. 사례연구

제안한 등가 회로 모델링에 의한 예측 계산의 타당성을 검증하기 위해 사례연구를 실시하였다. 대상계통으로는 신청주(S/S) - 시목(PP) - 회덕(SP) 구간을 선택하여 측정된 선로 정수와 예측 계산 결과를 주파수 함수로 비교하였다.

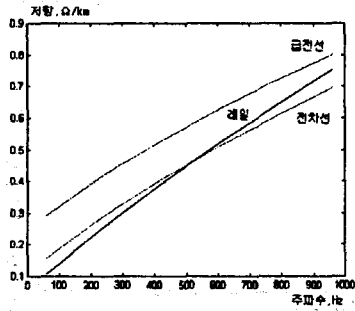


그림 5. 예측에 의한 도체 저항

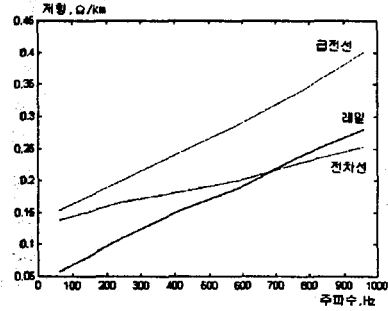


그림 6. 실측에 의한 도체 저항

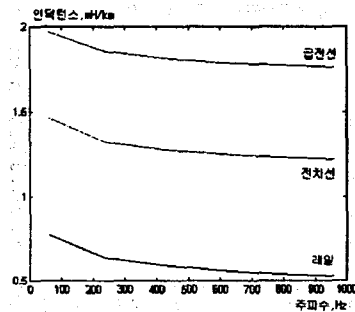


그림 7. 예측에 의한 도체 인덕턴스

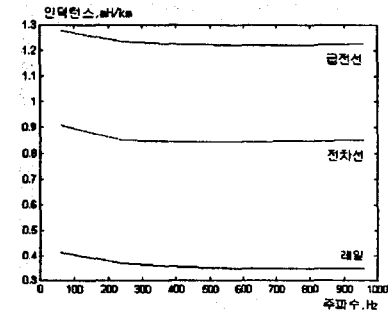


그림 8. 실측에 의한 도체 인덕턴스

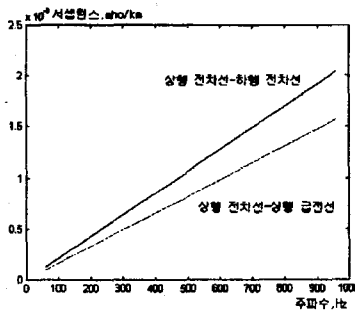


그림 9. 예측에 의한 도체 서셉턴스

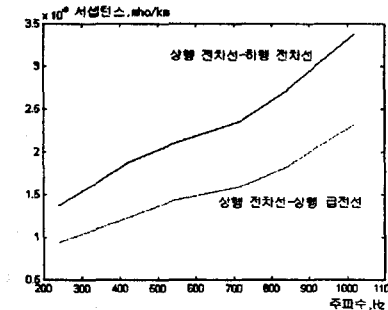


그림 10. 실측에 의한 도체 서셉턴스

그림 5, 6은 주파수에 따른 도체 저항, 그림 7, 8은 인덕턴스, 그림 9, 10은 서셉턴스의 예측 계산과 실측 결과를 나타낸다. 주파수 범위는 60Hz에서 1200Hz까지 선택하였다.

그림 5~8에서 주파수에 대한 임피던스를 비교해보면 저항과 인덕턴스에 대해서 그 값의 차이가 있다. 하지만 각 도체별 변화 추세 즉, 표피효과에 의해 저항이 증가하고 인덕턴스가

감소하는 추세가 동일하게 나타났다. 그림 9, 10에서도 각 도체별 서셉턴스의 변화 추세가 비슷하게 나타남을 알 수 있었다. 예측 계산과 실측 결과의 변화 추세가 거의 동일하게 나타남으로써 도체 등가화의 효율성을 검증할 수 있었다.

5. 결론 및 향후 연구과제

본 논문은 전차선로 시스템의 선로정수 예측 계산을 위한 등가 회로모델에 관한 연구로서 14개의 도체로 구성된 전차선로 특성을 반영하여 모델링하였다. 등가화 방법은 주어진 시스템을 행렬 관계로 나타내고 서로 연결된 도체들이 등전위라는 개념을 바탕으로 수식전개에 의해 5개 도체군으로 등가화 하였다. 사례연구에서와 같이 5개 도체군으로 등가화했을 때 예측 계산한 선로정수 값이 실측 선로정수 값과 차이가 있다. 그러나 그 값이 거의 같은 변화 추세를 나타내고 있음을 알 수 있었다.

본 연구결과는 등가 도체군의 선로정수 예측하는 알고리즘으로, 급전계통의 전압강하 해석 및 전차선로 전류분포, 고조파 해석 등에 응용할 수 있을 것이다. 향후 연구에서는 여러 현장 구간의 정확한 입력 데이터를 바탕으로 등가화 방법에 의한 예측 계산의 효율성에 대하여 다방면으로 검증 및 분석이 필요할 것이다. 그리고 실측과 거의 오차가 없는 예측 계산에 관한 연구가 지속적으로 필요할 것으로 사료된다.

참고문헌

1. CCITT - Directives concerning the protection of telecommunication lines against harmful effects from electric power and electrified railway lines. Volume II. Genova 1989.
2. CCITT - Directives concerning the protection of telecommunication lines against harmful effects from electric power and electrified railway lines. Volume IV. Genova 1989.
3. EMTP theory book