

# LRB(Lead Rubber Bearing)가 설치된 교량의 지진해석 연구

## A Study on the Seismic Analysis of Bridge with Lead Rubber Bearing

허영 \*  
Huh, Young

박진형 \*\*  
Park, Jin-Hyung

### ABSTRACT

본 논문에서는 지진 발생시, LRB가 설치된 교량의 시간이력 해석을 수행하였다. 이를 위해 LRB의 비선형 거동특성을 Bi-linear로 모형화하였으며, 기존의 방법인 등가선형으로 모형화된 해석결과와 비교하였다. 또한 LRB받침만 설치된 경우와, LRB받침과 일반탄성받침이 함께 사용된 경우를 해석하여, 받침이 혼합된 경우, 상시하중과 지진하중시 발생할 수 있는 문제점을 검토하였다. 4경간 연속교량에 적용된 해석결과를 보면, LRB만을 설치한 경우, Pot-Bearing만 설치된 경우에 비해, 고유주기 상승과 이력감쇠에 의한 지진력의 감소와 함께, 지진력의 효과적인 분배를 볼 수 있었으며, 일반탄성받침과의 적절한 조합에 의해서도, 충분한 면진성능을 얻을 수 있었다. 또한 LRB의 등가선형 모델이 Bi-linear 모델에 비해 보수적인 해석결과를 나타내었다.

### 1. 서론

일반적으로 가동단과 고정단으로 구분된 교량의 경우, 온도하중과 같은 수평하중이 고정단에 집중되어 하부구조로 전달된다. 그러나 지진하중과 같은 큰 수평하중이 작용하는 경우, 고정단에 과도한 수평하중이 작용하게 되어, 고정단 교각의 단면 증가와 함께, 교각의 회전을 막기 위한 기초의 보강이 필요하며 받침부에서 교량 상판이 어긋나거나 낙교 현상이 발생할 수 있다.

이러한 내진설계방법의 단점을 해결하기 위하여 구조물의 고유주기 상승과 이력감쇠를 통해 지진력 자체를 감소시키고 온도하중을 구속하지 않으면서 고정단 교각에 집중되던 지진하중을 모든 교각에 효과적으로 배분시키는 면진설계 개념이 등장하게 되었다.

미국, 일본, 뉴질랜드, 유럽 등에서는 이러한 면진설계에 대한 연구가 1980년대부터 본격화되어 많은 기술과 면진장치들이 개발되고 실용화되었으나 국내에서는 아직까지 이러한 면진설계 및 면진장치에 대한 연구가 외국에 비해 미흡한 실정이며 교량구조물의 경우에도 내진설계 개념에 비해 적용실적이 많지 않다.

본 논문에서는 면진개념을 사용한 교량구조물의 해석을 위해, 주요 면진받침 중 하나인, 납-고무 받침(LRB)의 역학적 특성을 고찰하고 이를 적용한 교량의 비선형 시간이력해석을 통해, 면진교량의 거동을 분석하고 일반교량받침(Pot-Bearing) 적용 교량과 비교하여 LRB의 적용효과 및 면진성능을 알아보았다. 또한 LRB의 비선형 거동특성을 Bi-linear로 모형화한 경우와 기존의 방법인 등가선형으로 모형화한 경우를 비교하여 각 모델의 응답특성을 분석하고, LRB받침과 일반탄성받침이 함께 사용된 경우의 면진효과를 검증하였다.

\* 수원대학교 토목공학과 부교수, 정회원

\*\* 수원대학교 토목공학과 석사과정

## 2. 교량의 면진설계 및 LRB의 역학적 특성

면진설계 개념은 지진파에 장주기 성분의 에너지가 적게 포함되어 있는 주기특성을 이용하여 구조물의 고유주기를 길게 함으로서 지진력 유발을 감소시키는 것이다. 일반적인 교량의 고유주기는 1초미만으로 상부하중을 지탱할 수 있는 정도의 교각 단면으로는 교량의 고유주기를 지진에너지가 강한 단주기대역으로부터 벗어나게 할 수 없으므로, 고무와 같은 수평강성이 약한 재료를 사용하여 교량의 고유주기를 인위적으로 길게 하는 방법을 이용할 수 있다. 그러나 순수 고무받침은 교량의 큰 사하중에 의해 좌굴현상이 나타나므로, 고무와 고무사이에 보강용 강판을 수평으로 설치하여 수직하중에 대해서 안정적으로 견디면서 수평하중에 대해서 유연한 수평강성을 제공하여, 상부구조물의 고유주기를 인위적으로 길게 하는 적층고무받침(탄성받침)이 실용화되었다. 그러나 적층고무받침은 풍하중이나 제동하중과 같은 상시 수평하중에 의해 과도한 수평변위가 발생하는 문제점이 있으므로, 이를 억제하지 않으면 구조물의 사용성에 문제가 발생하며 지진 시에도 큰 수평변위가 발생하여 구조물의 안전성에 불리한 영향을 미칠 수 있다. 이를 제어할 수 있는 방법으로는 속도에 비례하는 점성댐퍼를 사용하거나 LRB의 납과 같은 재료의 비선형 거동으로 진동에너지를 흡수하는 방법이 사용되고 있다. LRB는 적층고무 받침과 동일하게 상부구조물의 고유주기를 길게 하여 상부구조에 유발되는 지진력의 크기를 줄이고자 하는 면진장치의 일종으로 그림 2.1과 같이 에너지 흡수장치로서 적층고무받침 내부에 Core 형태의 납을 삽입하여 금속의 비선형성을 이용한 이력댐퍼의 특성과 적층고무받침의 고무에 의한 유연한 수평강성으로 상부구조물의 고유주기를 인위적으로 길게 하는 특성과 고무와 고무 사이에 수평으로 설치된 보강용 강판에 의한 수직하중에 대한 안정성을 하나의 장치로 간략화 하였다. 납의 수평하중에 따른 재료적 거동 특성은 그림 2.3과 같이 온도하중과 같은 장기간 작용하는 형태의 하중에 대해서는 납의 크리프특성에 의하여 쉽게 항복하여 교량상판의 온도하중을 교각에 적게 전달하며(수직하중의 5% 미만), 풍하중이나 제동하중과 같은 단기간 작용하는 하중에 대해서는 큰 강성으로 저항함으로써 변위를 억제한다. 그리고 지진하중과 같이 상시 수평하중을 증가하는 단기하중에 대해서는 고무의 유연한 수평강성에 의해서 지진력의 유발을 감소시키면서 납이 완전히 항복하여 교량 상판의 지진에 의한 진동에너지를 납의 비선형 거동으로 흡수하여 억제하는 기능을 갖는다. 이 외에도 LRB는 지진 종료 후 고무의 복원력에 의해 교량상판을 원위치 시키는 기능 및 지진하중 작용 중에도 납의 변형과 반대방향으로 작용하는 고무의 복원력으로 잔류변위를 감소시키는 유지보수 측면의 장점을 가지고 있다. 또한 납은 20℃ 정도의 재결정온도(변형된 분자의 50%가 1시간 이내에 원래의 분자구조로 되돌아가는 온도)를 가지고 있어, 지진에 의한 진동에너지를 흡수하여 생긴 납의 뜨거운 온도가 상온에서 냉각되면서 변형되었던 분자가 원래의 분자구조로 되돌아가는 성질을 나타내므로, 지진 종료 후에도 재사용이 가능할 뿐만 아니라 납의 크기를 조절함으로써 특정교각에 지진하중을 적게 전달시킬 수 있는 하중조절이 가능하다. 이러한 LRB의 역학적 특성은 그림 2.4과 같이 Bi-linear 및 이를 단순화한 등가선형으로 모델링 할 수 있다.

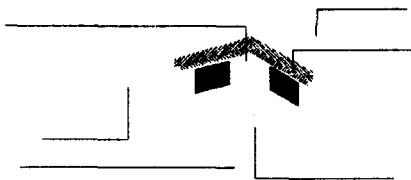


그림 2.1 LRB의 형상 및 내부구조

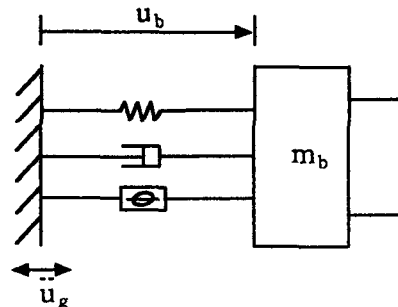


그림 2.2 LRB의 역학적 모델

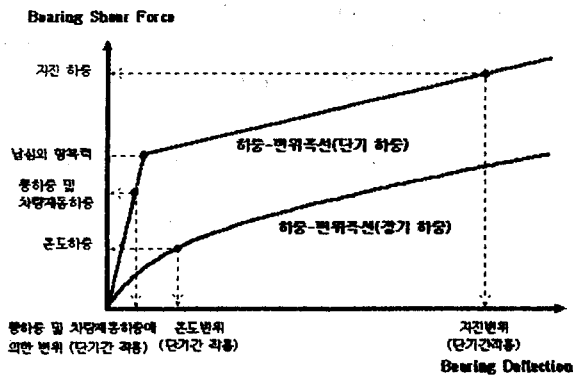


그림 2.3 납-고무 받침의 수평하중에 따른 거동 특성

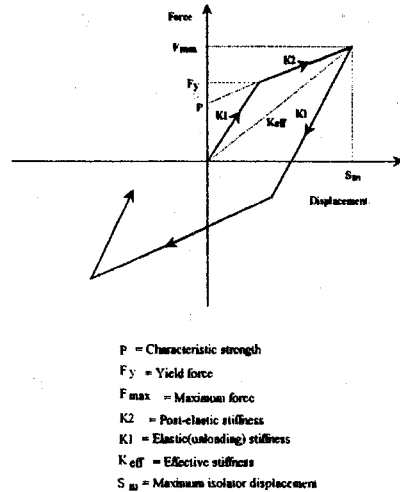


그림 2.4 LRB의 Bi-linear 및 등가선형 모델

### 3. 해석 모델 및 방법

LRB는 적층고무받침에 의한 유연한 수평강성과 중앙에 삽입된 원통형 납의 이력감쇠를 Bi-linear로 이상화한 비선형 거동을 하므로, 탄성설계응답스펙트럼을 이용할 수 없으므로 구조물의 동적거동을 가장 명확하게 예측할 수 있는 비선형 시간이력해석을 실시하여야 한다. 하지만 현행 도로교표준시방서에는 비선형 시간이력해석을 위한 설계파형이 명시되어 있지 않으므로, 본 연구에서는 표준적인 강진인 El Centro 지진(1940, 0.348g)의 NS성분(그림 3.2)을 사용하였다. El Centro 지진은 최대지반가속도가 0.348g로 국내 시방 기준 0.14g에 현저히 큰 강진이지만, 우리나라는 대부분 지역의 지반상태가 양호하므로 그림 3.3의 El Centro 지진과 같은 고주파에 에너지가 집중된 지진이 예상된다. 그러므로 본 논문에서는 El Centro 지진의 적용이 LRB를 적용한 교량의 면진성능 연구에 중요하다고 판단되어, El Centro 지진을 교축방향과 교축직각방향에 대하여 적용하여 비선형 시간이력해석을 실시하였다.

대상 교량의 형식은 그림 3.1과 같이 4경간 연속 강합성교로 교량연장은 220m, 교량폭은 11m이며, 교각 및 기초형식은 T형 교각 및 확대기초이다. 유한요소해석을 위하여 교량을 3D beam element를 사용하여 모델링 하였으며, 상판은 Girder와 Cross beam으로, 교각하부 지반은 충분히 견고한 것으로 가정하여 고정단으로 모델링하였다. 해석프로그램은 범용 유한요소 해석프로그램인 LUSAS(v13.2)와 시간이력해석을 위한 외부모듈인 IMDPlus를 사용하였다. LRB의 모델링은 적층고무받침에 의해 제공되는 유연한 횡강성과 납의 이력감쇠에 의한 Bi-linear한 비선형 거동을 정확히 적용할 수 있는 LUSAS의 비선형 3D Joint element를 사용하였다.

본 논문에서는 교대 및 교각에 각각 다른 LRB를 사용하였으며 재료적 특성은 표 3.1과 같다.

LRB를 등가선형으로 모형화 할 경우에는 그림 2.4로부터 등가선형강성(유효강성)을 구한 후 이를 탄성강성으로 가정하고, 납의 비선형 거동에 의한 이력감쇠는 30%의 등가점성감쇠로 치환하여 적용하였다. 적층고무받침의 경우에는 등가선형모델의 등가점성감쇠를 제외한 등가선형강성을 탄성강성으로 적용하였다.

비선형 시간이력해석은 표 3.2와 같은 해석 Case에 따라 실시하였으며, 지진에 대한 교량의 거동을 분석하기 위하여 교각하부에서의 단면력(전단력과 모멘트)의 최대값과 교각상단 및 교량상판에서의 최대변위 및 변위이력곡선을 비교 분석하였다.

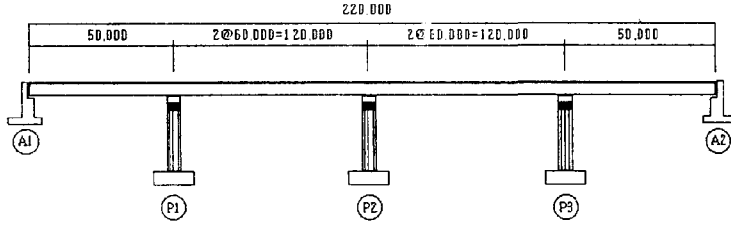


그림 3.1 해석 대상 교량 종단면도

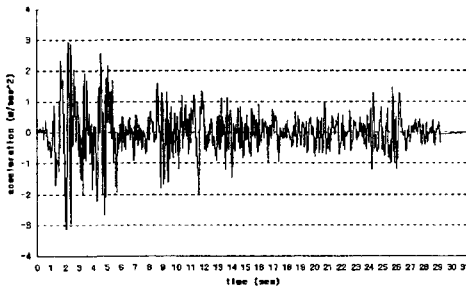


그림 3.2 El Centro 지진(NS 성분)의 가속도 시간이력

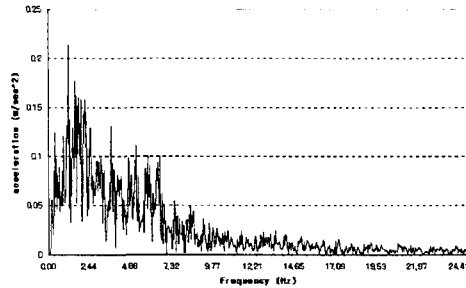


그림 3.3 El Centro 지진(NS 성분)의 Fourier Spectrum

표 3.1 LRB의 재료적 특성

	Type A - Abutment	Type B - Pier
Elastic Stiffness	253.8 ton/m	461.8 ton/m
Yielded Stiffness	22.5 ton/m	31.5 ton/m
Characteristic Strength	6.36 ton	12.54 ton
Yield Strength	6.98 ton	13.34 ton
Yield Displacement	0.0275 m	0.0289 m
Vertical Stiffness	27960 ton/m	82240 ton/m
Maximum Displacement	0.0963 m	0.1012 m

표 3.2 해석 Case

	입력 지진	받침 형태	LRB 모델
Case 1	El Centro NS 0.348g	Pot Bearing	-
	El Centro NS 0.348g	LRB	Bi-linear
Case 2	El Centro NS 0.348g	LRB	Bi-linear
	El Centro NS 0.348g	LRB	등가선형
Case 3	El Centro NS 0.348g	LRB	Bi-linear
	El Centro NS 0.348g	받침 조합 1	Bi-linear
	El Centro NS 0.348g	받침 조합 2	Bi-linear
	El Centro NS 0.348g	받침 조합 3	Bi-linear

표 3.3 받침 조합에 따른 받침 배치

	받침 조합 1	받침 조합 2	받침 조합 3
받침 배치	중앙교각(P2) L.R.B A1, A2, P1, P3 탄성받침	P1, P2, P3 L.R.B A1, A2 탄성받침	A1, A2, P2 L.R.B P1, P3 탄성받침

4. 수치 해석 및 분석

시간이력해석을 수행하기 이전에 먼저 모든 해석 Case 에 대한 고유치 해석을 수행하여 구조물이 가지는 진동에 대한 응답모드와 고유진동수를 구하였으며, 결정된 모드 수까지 시간이력해석을 실시하였다. 응답모드의 개수 결정은 시간이력해석시의 오차를 최소화하기 위하여 교축 및 교축직각방향 참여질량 누계를 90%를 기준으로 40차 모드까지 해석을 수행하였으며 고유치 해석의 방법은 Subspace Iteration Method(Subspace Jacobi)를 사용하였다.

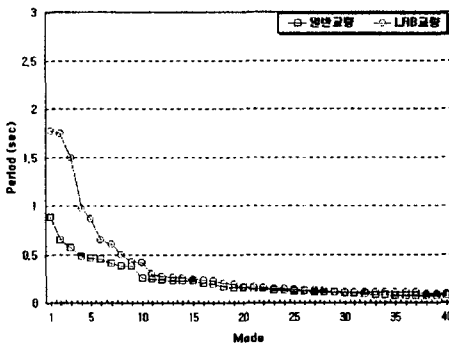


그림 4.1 해석 Case 1 고유주기 비교

고유치 해석 결과인 그림 4.1을 보면 시간이력해석 시 결과에 큰 영향을 미치는 저차 모드들의 고유주기가 LRB 받침만 설치된 LRB교량이 Pot-Bearing을 설치한 일반교량에 비해 현저히 길어짐을 알 수 있다. 이것은 단주기 성분에는 에너지가 많이 포함되어 있으나 장주기 성분에는 에너지가 많이 포함되어 있지 않다는 지진파의 특성을 이용하여 구조물의 고유주기를 길게 하고 지진력 자체를 감소시키는 LRB의 면진개념을 잘 나타내고 있다. 또한 LRB와 일반탄성 받침의 적절한 조합도 저차 모드의 주기상승에 효과적인 결과를 얻었다.

해석 Case 1 에서 지진하중의 교축방향 재하시 시간이력해석 결과는, LRB교량의 경우 교각하단에서의 최대단면력이 모든 교각에서 거의 같은 분포를 보이지만, 일반교량의 경우에는 고정단이 위치한 교각 2에 최대단면력이 집중된다. 또한, 일반교량의 고정단이 위치한 교각 2에서는 LRB교량이 일반교량에 비해 최대단면력이 90%이상 감소되었으며, 교각 상단 변위는 그림 4.1.1에서와 같이 LRB교량이 일반교량에 비해 현저히 감소되었다. 또한 LRB교량의 경우에는 모든 교각 상단에서의 변위가 고른 분포를 보였다.

이와 같은 결과는 LRB에 의한 비선형거동에 의한 구조물의 고유주기 상승과 이력감쇠로 지진력 자체가 감소되고 일반교량의 고정단 교각에 집중되던 지진하중이 모든 교각에 효과적으로 분배되었기 때문이다.

그림 4.1.2에서 볼수 있는 교량 상판에서의 변위는 LRB교량이 일반교량받침을 적용한 교량에 비해 2 배정도 증가되었다. 이것은 교각자체의 변형보다는 남-고무 받침 내의 변형에 의한 것으로 판단된다.

표 4.1.1 교각 2 하단에서의 최대단면력

단위 [t,m]	일반교량	LRB교량
전단력 (Fy)		
Positive	4315	230.2
Negative	-4315	-230.2
모멘트 (Mz)		
Positive	61070	3128
Negative	-56390	-3181

표 4.1.2 교각 2 상단 및 교량 상판에서의 최대변위

단위 [m]	일반교량		LRB교량	
교각 상단				
Positive	4.960초	0.9107E-01	13.34초	0.5090E-02
Negative	5.240초	-0.9863E-01	14.18초	-0.4996E-02
교량 상판				
Positive	4.980초	0.1037	13.34초	0.2040
Negative	5.260초	-0.1100	19.44초	-0.1961

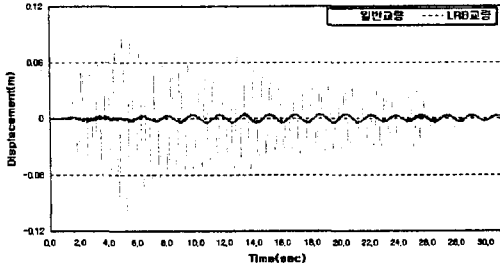


그림 4.1.1 교각 2 상단에서의 변위이력곡선

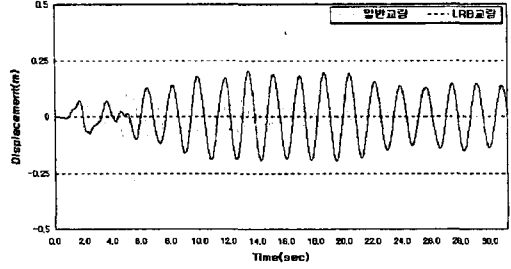


그림 4.1.2 교각 2 에서 교량 상판의 변위이력곡선

해석 Case 1 에서 지진하중의 교축직각방향 재하시에는 교축방향과는 달리 일반교량의 모든 교각이 고정단으로 작용하므로 일반교량에서의 모든 교각의 최대단면력 및 교각 상단 변위가 모든 교각에서 대체로 고르게 나타났다. LRB교량의 경우 일반교량에서 고른 분포를 보인 최대단면력 및 교각 상단 변위가 표 4.2에서의 같이 일반교량에 비해 80% 정도 감소되었다.

교량 상판에서의 변위는 LRB내의 변형의 영향으로 그림 4.2.2에서와 같이 LRB교량이 일반교량 비해 4 배정도 증가되었다.

표 4.2.1 교각 2 하단에서의 최대단면력

단위 [t,m]		일반교량	LRB교량
전단력 (Fz)	Positive	1211	236.2
	Negative	-1211	-236.2
모멘트 (My)	Positive	18870	3343
	Negative	-18710	-3056

표 4.2.2 교각 2 상단 및 교량 상판에서의 최대변위

단위 [m]		일반교량	LRB교량
교각 상단	Positive	5.720초 0.3180E-01	13.46초 0.5403E-02
	Negative	5.060초 -0.3135E-01	10.96초 -0.5007E-02
교량 상판	Positive	5.720초 0.4566E-01	13.44초 0.2200
	Negative	5.060초 -0.4482E-01	10.86초 -0.2027

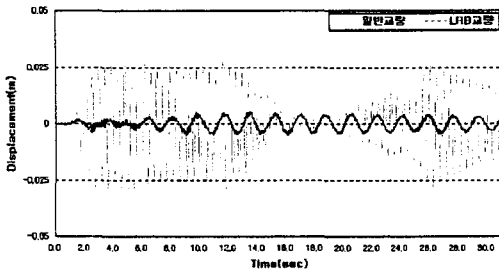


그림 4.2.1 교각 2 상단에서의 변위이력곡선

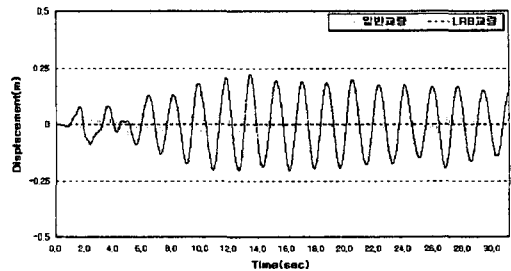


그림 4.2.2 교각 2 에서 교량 상판의 변위이력곡선

해석 Case 2 에서는 LRB를 등가선형으로 모형화하여 선형 해석을 한 경우가 Bi-linear로 모형화하여 비선형 해석을 한 경우보다 교각 하단에서의 최대단면력 및 교각 상단에서의 최대변위의 경우 50% 이상, 교량 상판에서의 최대변위의 경우 25% 정도의 큰 값을 나타내었다. 이 결과는 동일 하중 하에서 Bi-linear 모델의 변형이 등가선형모델보다 더 작은 값을 나타내는 그림 2.4를 잘 보여주고 있다. 등가선형 모델을 사용한 선형해석은 Bi-linear 모델을 사용한 시간이력해석에 비해 해석절차가 간편하고 해석시간이 단축되는 장점이 있으나, 교량의 거동이 과대평가 될 수 있으므로 정확성을 요구하는 설계보다는 근사적인 거동을 구하는 예비설계단계에 적합하다고 판단된다.

표 4.3, 그림 4.3 에서는 지진하중의 교축방향 재하시 교각 2에서의 해석결과를 보여주고 있다.

표 4.3.1 교각 2 하단에서의 최대단면력표

단위 [t,m]		Bi-linear	등가 선형
전단력 (Fy)	Positive	230.2	363.1
	Negative	-230.2	-363.1
모멘트 (Mz)	Positive	3128	4832
	Negative	-3181	-4754

표 4.3.2 교각 2 상단 및 교량 상판에서의 최대변위

단위 [m]		Bi-linear	등가 선형
교각 상단	Positive	13.34초 0.5090E-02	27.28초 0.7499E-02
	Negative	14.18초 -0.4996E-02	28.24초 -0.7635E-02
교량 상판	Positive	13.34초 0.2040	20.32초 0.2562
	Negative	19.44초 -0.1961	19.44초 -0.2568

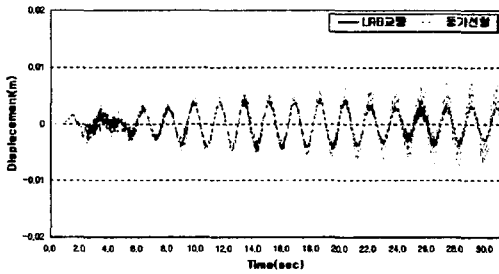


그림 4.3.1 교각 2 상단에서의 변위이력곡선

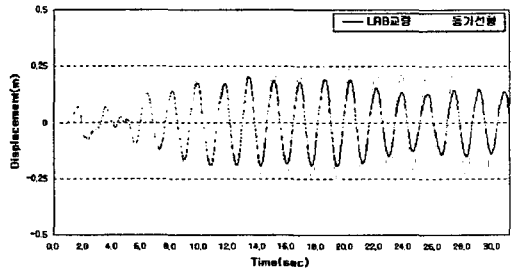


그림 4.3.2 교각 2 에서 교량 상판의 변위이력곡선

해석 Case 3 의 LRB와 일반탄성받침의 조합시 결과에서는 받침조합 2 의 경우가 지진력 감소 및 하중분배효과가 가장 좋은 것으로 나타났다. 받침조합 2 의 교각 하단에서의 최대단면력 및 교각상단, 교량상판에서의 최대변위값은 표 4.4와 같이 LRB교량과 거의 같은 결과를 보이며, 변위이력은 그림 4.4와 같이 LRB교량과 매우 유사한 결과를 나타낸다. 받침조합 1 과 받침조합 3 의 경우도 받침조합 2 에 비하여 지진력 감소 효과 및 하중분배효과는 적지만 일반교량에 비교하여 충분한 면진성능을 얻을 수 있었다. 상시 수평하중에 의한 변위에 대한 안정성이 검토된다면 LRB와 일반탄성받침의 적절한 조합에 의해서도 충분한 지진력 감소 및 하중분배 효과를 얻을 수 있으며 경제적인 설계가 가능할 것으로 판단된다.

표 4.4.1 교각 2 하단에서의 최대단면력

단위 [t,m]		Bi-linear	등가 선형
전단력 (Fy)	Positive	230.2	211.2
	Negative	-230.2	-211.2
모멘트 (Mz)	Positive	3128	2787
	Negative	-3181	-2902

표 4.4.2 교각 2 상단 및 교량 상판에서의 최대변위

단위 [m]		Bi-linear	등가 선형
교각 상단	Positive	13.34초 0.5090E-02	12.04초 0.4679E-02
	Negative	14.18초 -0.4996E-02	11.08초 -0.4483E-02
교량 상판	Positive	13.34초 0.2040	11.98초 0.2180
	Negative	19.44초 -0.1961	11.04초 -0.1988

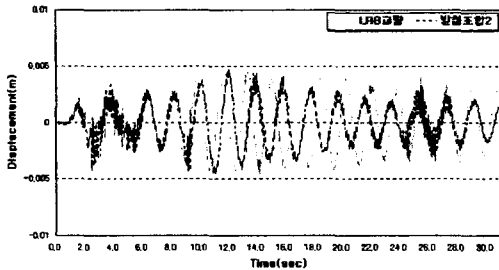


그림 4.4.1 교각 2 상단에서의 변위이력곡선

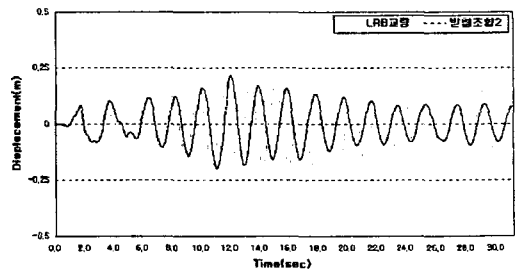


그림 4.4.2 교각 2 에서 교량 상판의 변위이력곡선

## 5. 결론

(1) 교량받침으로 LRB만을 설치한 경우 LRB에 의한 교량의 고유주기 상승 및 이력감쇠효과로 Pot-Bearing만 설치된 경우에 비해 지진력이 감소되었으며, 고정단 교각에 집중되던 지진하중이 모든 교각에 효과적으로 분배되었다.

LRB를 설치한 교량의 내진설계는 Pot-Bearing을 사용한 교량의 고정단이 위치한 교각의 단면증가 및 기초지반 보강에 따른 시공기간 및 공사비를 줄일 수 있는 경제성과 효과적인 내진 성능을 모두 만족시킬 수 있는 방법이다.

(2) LRB를 등가선형으로 모형화하여 선형해석을 한 경우 교각 하단 최대단면력, 교각 상단 및 교량 상관의 변위가 Bi-linear로 모형화하여 비선형해석을 한 경우보다 더 큰 값을 얻는다.

등가선형 모델을 사용한 선형해석은 Bi-linear 모델을 사용한 비선형 시간이력해석에 비해 절차가 간편하고 해석시간을 줄일 수 있으나 교량의 거동이 과대평가 될 수 있으므로 정확성을 요구하는 설계보다 근사적인 거동을 구하는 설계단계에 적합하다.

(3) LRB와 일반탄성받침의 적절한 조합에 의해서도 지진력 감소 및 하중분배의 충분한 면진성능 얻을 수 있다.

## 6. 참고문헌

1. M.J.N. Priestly, F. Seible, G.M. Calvi (1996), Seismic Design and Retrofit of Bridges, Wiley-Interscience
2. R.I. Skinner, W.H. Robinson, G.H. McVerry(1993), An Introduction to Seismic Isolation, Wiley-Interscience
3. K. Fujita, S. Kajii, T. Shimomura, S. Aoyagi, E. Rodwell (1989), Dynamic Characteristics of Elastomer with Lead Plug, The 1989 ASME Pressure Vessels and Piping Conference
4. I. Shimoda, M. Ikenaga (1989), Study on Characteristics and Effects of Seismic Isolation of Laminated Rubber Bearing with Lead Plug, The 1989 ASME Pressure Vessels and Piping Conference
5. D. H. Turkington, A. J. Carr, N. Cooke, P. J. Moss (1989), Seismic Design of Bridges on Lead-Rubber Bearings, Journal of Structural Engineering Vol. 115 No.1
6. Ronald L. Mayes, Lan G. Buckle, Trevor E. Kelly, Lindsay R. Jones (1992) AASHTO Seismic Isolation Design Requiriements for Highway Bridge, Journal of Structural Engineering Vol. 118 No.1
7. 이승우 (1998), 면진장치를 이용한 다경간 연속교의 내진성능연구, 석사학위논문, KAIST
8. 전규식 (1999), 교량의 면진설계, 유니슨산업주식회사
9. 최영태 (1999), 납탄성 베어링을 사용한 4경간 연속교량의 비선형 지진 응답거동 연구, 석사학위논문, 연세대
10. 광임중 (1994), 감진장치의 비선형 복원력 특성을 고려한 감진구조물의 동적 거동 해석, 석사학위논문, 서울대
11. 구봉근, 김창운, 라재웅, 이철희 (1998), 납-고무 면진받침을 이용한 교량의 면진설계, 대한토목학회 학술발표회 논문집(I)
12. 이호중 (1998), 면진장치를 고려한 교량의 면진해석, 석사학위논문, 서울대