

# AGT차량시스템의 동적 안정성

## Dynamic Stability of Automated Guideway Transit (AGT) Vehicles

송창민\*                      이우식\*\*  
Song, Changmin              Lee, Usik

---

### ABSTRACT

In this paper, the dynamics of automated guideway transit vehicles with rubber tires are studied. Two different AGT models are considered: the bogie system and the steering system. It is found that the bogie system is stable at all possible operating speeds, whereas it is not true for the steering system. To investigate the dynamic stability of steering systems, the critical speeds are investigated and the dynamics of the closed-loop steering control system are numerically simulated.

---

### 1. 서론

경전철의 한 종류인 AGT (automated guideway transit) 차량 시스템은 기존의 다른 교통수단과 분리된 독립적인 전용 궤도상을 운행하는 도시 대중교통수단으로써 선진국에서는 완전 자동화 되어 무인으로 운행되고 있다. 일반적으로 AGT차량시스템은 2~6량의 차량으로 구성되며 고무 차륜을 사용함으로써 주행시 진동과 소음이 적고, 작은 회전반경을 갖는 장점이 있다. 또한 등판능력이 높고 급가속과 급제동이 가능한 장점도 갖고 있다. 그러나 AGT차량시스템은 차량이 레일을 따라 운행하도록 유도하는 안내 시스템을 반드시 필요로 한다. 안내 시스템의 종류에 따라서 AGT차량 시스템은 조향(steering) 식과 대차(bogie) 식으로 구분된다. 본 연구에서는 두 가지 안내 시스템에 대하여 직선길과 곡선길을 주행하는 AGT차량에 대한 차량의 동적 안정성을 고찰하였고, 기계식 조향시스템의 조향이득(steering gain) 값에 따른 동적 안정성에 대한 시뮬레이션을 수행하였다.

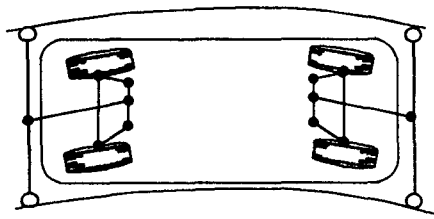
### 2. 차량의 안내시스템

고무차륜식 AGT차량은 정해진 궤도상을 주행하는 철도차량과는 달리, AGT 차체에 설치되어 있는 가이드바(guide-bar)와 차량의 좌우에 위치하는 안내레일과의 접촉에 의해 주행륜의 방향이 조향

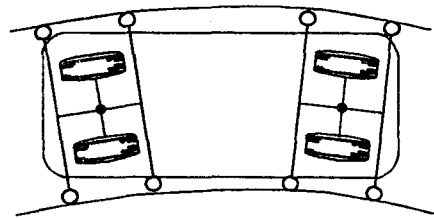
---

\* 인하대학교 기계공학과 대학원

\*\* 인하대학교 기계공학과 교수, 정회원



(a) Steering System



(b) Bogie System

Fig. 1 Lateral guide systems for AGT vehicle

되게 함으로써 차량이 안내레일을 따라 원활하게 주행하도록 유도해주는 자동 안내시스템을 갖는다. AGT차량에 사용되는 대표적인 안내시스템으로써 두가지 기계식 안내방식을 Fig. 1에 도시하였다[1].

첫번째 안내방식은 궤도에 대한 차량의 상대적 변위를 검출하여 주행륜을 조향하는 비구속형 안내방식인 조향(steering)식이다. 조향식의 구조는 4개의 주행륜이 조향이 가능하도록 되어있고 차량의 끝 부분에 조향장치를 배치하여 전위 및 후위의 주행륜이 각각 대응하는 조향장치에 따라 독립적으로 조향된다. 안내레일과 차체의 좌우방향의 위치관계, 즉 레일중심과 차체중심의 어긋남을 검출하여 이 검출량에 따라 주행륜을 조향하는 방식이다.

두번째 안내방식은 주행륜의 전·후에 안내륜이 안내레일에 구속되어 주행하는 구속식 유도방식인 대차(bogie)식이 있다. 대차식은 주행륜이 차축에 고정되어 일체로 조향하는 구조이고 주행륜의 전·후에 4개의 안내륜을 배치하여 전위 및 후위의 주행륜이 조향장치에 의해 종속되어 조향된다. 대차식에서는 차량의 안내에 필요한 횡력을 안내륜이 직접 받게 되므로 안내륜에 작용하는 힘이 크고 주행륜에 미치는 코너링력(cornering force)의 영향이 비교적 작다.

### 3. 차량의 운동방정식

AGT차량은 안내레일을 따라서 주행한다. AGT차량은 곡선궤도를 주행할 때 차량 자체의 원활한 주행을 위해서 차량의 폭 보다 넓은 안내레일 폭을 필요로 한다. 그러나 안내레일의 폭이 량의 폭보다 지나치게 클 경우 불필요한 횡방향 운동이 발생할 수 있으므로 안내레일과 안내륜 사이에 미소한 여유만 갖도록 설계된다.

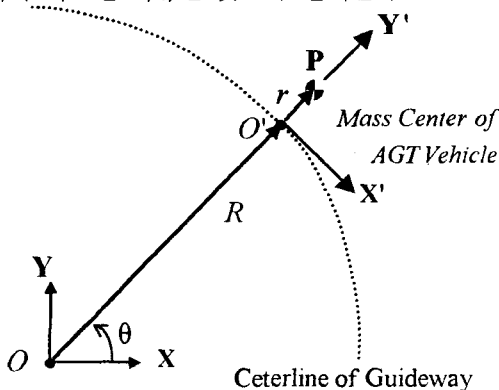


Fig. 2 Path of the mass center of AGT vehicle

Fig. 2는 AGT차량이 반경이 R인 원형 궤도상을 주행할 때 질량의 중심 P가 궤도 중심선으로부터 벗어난 거리 r을 나타낸 것이다. O점은 고정좌표계 (X,Y)의 중심이며 O'점은 궤도 중심선을 따라 이동하는 이동 좌표계 (X',Y')의 중심을 나타낸다. 차량은 이동좌표계를 기준으로 종방향 운동, 횡방향 운동, 요잉(yawing) 운동, 롤링(rolling) 운동, 피칭(pitching) 운동을 한다. 본 연구에서는 차량이 일정한 속도 V로 주행한다고

가정하였고 타이어에서 발생하는 코너 링력은 좌우 타이어에 같은 힘이 작용한다고 가정하였다.

대차식 AGT차량에 대한 운동방정식은 다음과 같이 유도할 수 있다.

차체의 횡방향 운동방정식

$$mV(\dot{\beta} + \dot{\phi}) - m_s h_s = F_F + F_R + F_{GFF} + F_{GFR} + F_{GRR} + F_{GRR} + mV^2/(R+r) \quad (1)$$

여기서

$$\begin{aligned} F_{F,R} &= C_p W_{F,R} (\delta_{F,R} - \beta - l_{F,R} \dot{\phi}/V) \\ F_{GFF,GFR} &= K_s (r_{GFLL,GFRL} + r_{GFFR,GFRR}) + C_s (\dot{x}_{GFLL,GFRL} + \dot{x}_{GFFR,GFRR}) \\ F_{GFR,GRR} &= K_s (r_{GRFL,GRRL} + r_{GRFR,GRRR}) + C_s (\dot{x}_{GRFL,GRRL} + \dot{x}_{GRFR,GRRR}) \end{aligned} \quad (2)$$

차체의 요잉 운동방정식

$$I_z \ddot{\phi} = l_f (F_{GFF} + F_{GFR} + F_F) - l_r (F_{GFF} + F_{GFR} + F_R) + C_B \dot{\phi}_F + C_B \dot{\phi}_R \quad (3)$$

전·후륜의 요잉 운동방정식

$$I_{ZF,ZR} (\ddot{\phi}_{F,R} + \dot{\phi}) = a_{F,R} (F_{GFF,GRF} - F_{GFR,GRR}) - t_p F_{F,R} - C_B \dot{\phi}_{F,R} + m_p h_{F,Rs} V^2/(R+r) \quad (4)$$

차체의 롤링 운동방정식

$$\begin{aligned} I_{\phi} \ddot{\phi} &= -K_{\phi F} (\phi - \phi_F) - C_{\phi F} (\dot{\phi} - \dot{\phi}_F) - K_{\phi R} (\phi - \phi_R) - C_{\phi R} (\dot{\phi} - \dot{\phi}_R) \\ &+ m_s g h_s \phi + m_s h_s V (\dot{\beta} + \dot{\phi}) + m_s h_s V^2/(R+r) \end{aligned} \quad (5)$$

전·후 차축의 롤링 운동방정식

$$\begin{aligned} I_{\phi F,\phi R} \ddot{\phi}_{F,R} &= -K_{\phi F,\phi R} (\phi_{F,R} - \phi) - C_{\phi F,\phi R} (\dot{\phi}_{F,R} - \dot{\phi}) - K_Z \frac{t_d^2}{2} \phi_{F,R} \\ &+ h_{F,R} F_{F,R} + m_{F,R} h_{F,Rs} V^2/(R+r) \end{aligned} \quad (6)$$

안내륜의 운동방정식

$$\begin{aligned} m_G \ddot{\phi}_{GFLL,GFRR} &= -C_s \dot{x}_{GFLL,GFRR} - \mu K_s y_{GFLL,GFRR} - m_G d \ddot{\phi}_F - m_G l \dot{\phi} + q \\ m_G \ddot{\phi}_{GFRL,GFRR} &= -C_s \dot{x}_{GFRL,GFRR} - \mu K_s y_{GFRL,GFRR} + m_G d \ddot{\phi}_F - m_G l \dot{\phi} + q \\ m_G \ddot{\phi}_{GRFL,GRRR} &= -C_s \dot{x}_{GRFL,GRRR} - \mu K_s y_{GRFL,GRRR} - m_G d \ddot{\phi}_R + m_G l \dot{\phi} + q \\ m_G \ddot{\phi}_{GRRL,GRRR} &= -C_s \dot{x}_{GRRL,GRRR} - \mu K_s y_{GRRL,GRRR} + m_G d \ddot{\phi}_R + m_G l \dot{\phi} + q \end{aligned} \quad (7)$$

여기서

$$q = -K_s \varepsilon - m_G V (\dot{\beta} + \dot{\phi}) + m_G V^2/R+r \quad (8)$$

조향식 AGT차량에 대한 운동방정식은 식(2)에서  $F_{GFR}$ ,  $F_{GFR}$ 을 제거하고 식(7)에서  $y_{GFRb}$ ,  $y_{GFRL}$ ,  $y_{GRFL}$ ,  $y_{GRRR}$  항을 제거하여 유도한다.

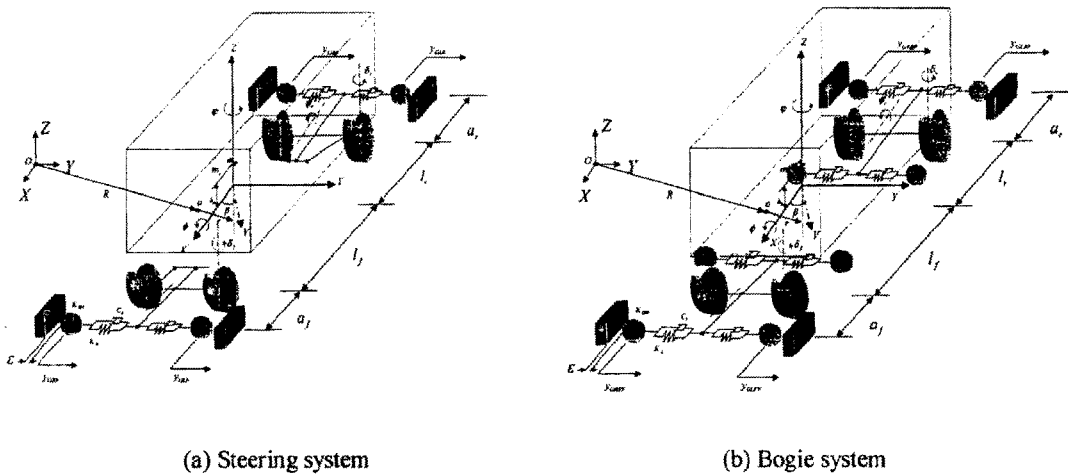


Fig. 3 Dynamic models for two different type of AGT system

#### 4. 조향식 AGT차량시스템의 동적 안정성

본 연구에서는 조향식 AGT차량의 횡방향 동적 안정성을 다루고자 한다. AGT차량의 동적 안정성에 차체의 롤링 운동과 피칭(pitching) 운동이 미치는 영향이 적고, 전·후륜과 전·후 차축 및 안내륜의 운동의 영향도 미미하다고 가정하여 Fig. 3(a)의 조향식 AGT차량의 동역학 모델을 Fig. 4와 같이 간략히 표현하였다. AGT차량 자체의 동적 안정성을 다루기 위하여 식(1)과 식(3)에 나타나는 안내륜에 작용하는 힘, 즉 안내륜력(guide-wheel force)을 제거하면 차체의 횡방향 운동과 요잉 운동은 식(9)와 식(10)으로 표현된다.

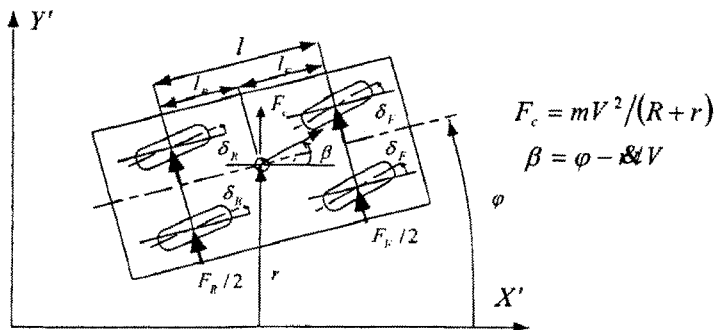


Fig. 4 Dynamic model of steering system for steering control

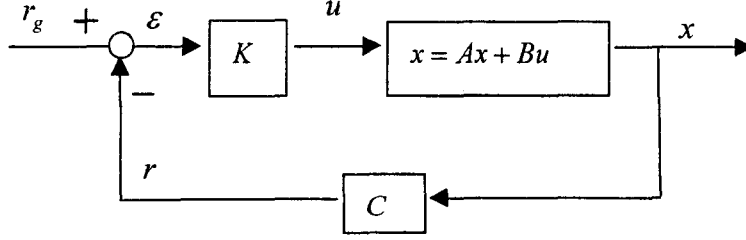


Fig. 5 Block diagram of closed-loop steering control system

$$m\ddot{\phi} = F_F + F_R + mV^2/(R+r) \quad (9)$$

$$I_z \ddot{\phi} = I_F F_F - I_R F_R \quad (10)$$

여기서

$$F_{F,R} = C_{F,R}(\delta_{F,R} + \phi - \dot{\phi}V - l_{F,R}\dot{\phi}/V) \quad (11)$$

식(9)의 마지막 항은 원심력을 나타낸다. 원심력항을  $r$ 에 대하여 Taylor급수로 전개한 후 식(11)을 식(9)과 (10)에 대입하면 다음 식이 유도된다.

$$m\ddot{\phi} + (C_F + C_R)\dot{\phi}/V + mV^2/R^2 r + (I_F C_F - I_R C_R)\dot{\phi}/V - (C_F + C_R)\phi = C_F \delta_F + C_R \delta_R + mV^2/R \quad (12)$$

$$I_z \ddot{\phi} + (I_F C_F - I_R C_R)\dot{\phi}/V + (I_F^2 C_F + I_R^2 C_R)\phi/V - (I_F C_F - I_R C_R)\phi = I_F C_F \delta_F - I_R C_R \delta_R$$

AGT차량의 동적 안정성을 평가하기 위하여 식(12)를 상태 벡터식(state-vector)으로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (13)$$

여기서,

$$\mathbf{x} = \{\phi, r, \dot{\phi}, \phi\}^T, \quad \mathbf{u} = \{\delta_F, \delta_R\}^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{C_F + C_R}{mV} & \frac{mV^2}{R^2} & \frac{I_F C_F - I_R C_R}{mV} & \frac{C_F + C_R}{V} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{I_F C_F - I_R C_R}{I_z V} & 0 & -\frac{I_F^2 C_F + I_R^2 C_R}{I_z V} & \frac{I_F C_F - I_R C_R}{I_z V} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{C_F}{m} & \frac{C_R}{m} \\ 0 & 0 \\ \frac{I_F C_F}{I_z} & -\frac{I_R C_R}{I_z} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

AGT차량이 궤도를 따라서 안정성을 가지고 주행하기 위해서는 차량 질량중심이 안내레일 중심선과 이탈한 거리, 즉 추적오차(tracking error)  $\epsilon$ 의 크기에 따라 조향각  $\delta$ 을 적절히 조절하기 위한 제어장치가 필요하다. Fig. 4는 조향식 AGT차량에서 사용되는 기계식 조향시스템을 이용한 조향각 제어의 과정을 나타낸다. Fig. 4에서 추적오차  $\epsilon$ 는 식(15)로부터 산출되고 조향각  $\delta$ 는 추적 오차  $\epsilon$ 의

크기에 따라 식(16)으로부터 결정된다.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{C}\mathbf{x} - \mathbf{r}_k \quad (15)$$

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (16)$$

여기서  $\mathbf{r}_k$ 는 안내궤도의 중심선을 기준으로 하여 AGT차량이 주행해야 하는 목표 궤적까지의 수직 거리를 나타낸다. 여기에서는  $\mathbf{r}_k = 0$ 으로 설정하여 AGT차량이 안내궤도의 중심선을 따라 주행하는 것으로 하였다. 조향식 AGT차량이 횡방향 운동을 할 때 안내륜과 안내궤도가 접촉하게 된다. 이때에 발생하는 안내륜력에 의해 가이드바가 움직이게 되는데 가이드바의 움직임이 추적오차에 해당한다. 실시간으로 가이드바를 통해 측정되는 추적오차는 기계식 조향시스템을 경유하여 조향각으로 변환된다. 식(16)에서  $\mathbf{K}$ 는 추적오차를 조향각으로 변환하는 조향이득(steering gain) 행렬로서 기계식 조향시스템에 의해서 결정되는 전·후륜의 조향이득(steering-gain) 값으로 구성된다. 조향식 AGT차량의 주행이 안정성을 갖기 위해서는 조향이득 행렬  $\mathbf{K}$ 가 적절하게 설정되어야 한다.

차량의 위치와 자세에 따라서 전·후 안내륜에서 감지되는 추적오차는 다음식으로 주어진다.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{F,R} = \mathbf{r} + (l_{F,R} \pm a_{F,R})\boldsymbol{\varphi} \quad (17)$$

전륜과 후륜의 조향이득을 각각  $G_F, G_R$ 이라고 하면, 전륜과 후륜의 조향각은 다음식으로 주어진다.

$$\delta_{F,R} = -G_{F,R}\boldsymbol{\varepsilon}_{F,R} = -G_{F,R}(r \pm (l_{F,R} + a_{F,R})\boldsymbol{\varphi}) \quad (18)$$

식(17)과 식(18)로부터 식(15)와 식(16)에 나타난  $\mathbf{C}$ 와  $\mathbf{K}$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & (l_F + a_F) \\ 0 & 1 & 0 & -(l_R + a_R) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} G_F & 0 \\ 0 & G_R \end{bmatrix} \quad (19)$$

식(15)와 식(16)을 식(13)에 대입하여 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{BKC})\mathbf{x} \quad (20)$$

AGT차량의 동적 안정성은 식(2)으로부터 주어지는 다음의 특성방정식에 의해 결정된다.

$$|s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{BKC})| = a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s^1 + a_4 = 0 \quad (21)$$

Routh-Hurwitz 안정성 판별법[2]을 이용하여, AGT차량의 안정조건을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$Q = C_F(G_F + G_R)R^2 - m^2V^2 > 0 \quad (22)$$

$$Q(QmV^2 + 8R^2C_F^2) - 16C_FmV^2R^2(G_F - G_R) > 0 \quad (23)$$

위의 안정조건을 유도하기 위해서  $C_F = C_R, l_F = l_R, a_F = a_R$ 의 조건을 적용하였다. 식(22)와 식(23)을 만족하는 주행속도  $V$ 가 불안정이 발생하는 되는 임계속도가 된다.

조건식 (22)와 (23)에 실제 차량제원[1]을 적용해보면, 일상적인 주행속도 범위에서는 어떠한

조향이득 값에서도 조향식 AGT차량이 안정하다는 것을 알 수 있다. 이 결과는 조향시스템을 시간 지연이 없는 이상적인 시스템으로 가정하였기 때문이다. 실제 조향시스템은 안내륜의 변위가 조향각으로 반영되기까지 미소한 시간지연을 갖는다. 따라서 시간지연  $\Delta t$ 을 고려할 경우 식(19)의 행렬  $C$ 는 다음과 같이 변경된다.

$$C = \begin{bmatrix} -\Delta t & 1 & -\Delta t(l_F + a_F) & (l_F + a_F) \\ -\Delta t & 1 & \Delta t(l_R + a_R) & -(l_R + a_R) \end{bmatrix} \quad (24)$$

Fig. 6은 시간지연이 반영된 경우에 대하여 조향식 AGT차량의 임계속도를 원형레일의 반경  $R$ 의 변화에 따라 보여주고 있다. 조향이득 값은 원형레일의 반경에 따라 설정되어야 하지만 본 연구에서 다루고 있는 기계식 조향시스템의 경우 기구학적인 설계에 의해서 조향이득 값이 자동적으로 결정되기 때문에 안내레일의 평균적인 회전반경을 분석하여 최적의 조향이득 값을 갖도록 기계식 조향시스템이 설계되어야 한다. 안내레일의 회전반경 범위의 평균치를  $40m \sim 80m$  정도로 고려하면, 조향이득 값이  $G_F = 0.6rad/m$ ,  $G_R = 1rad/m$ 일때 임계속도가 가장 큰 값을 갖는 것으로 관찰되었다. AGT차량이 직선 레일을 주행 할 경우에는 조향이득의 값이 작을수록 보다 큰 임계속도를 갖는 것을 Fig. 6의 결과로부터 알 수 있다.

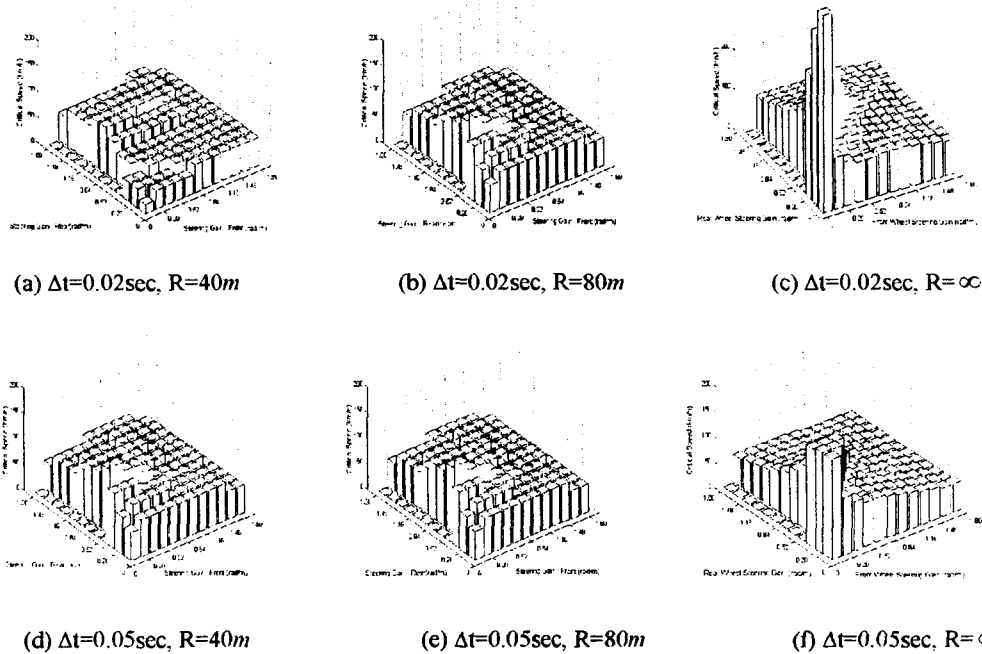


Fig. 6 Critical speed of steering system depending on the radius of curved road and the time-dclay of guide wheel link system.

## 5. 동특성 해석결과

조향식과 대차식 AGT차량이 직선길과 곡선길을 주행할 때의 동역학 시뮬레이션을 수행하였으며 그 결과를 Fig. 7과 Fig. 8에 각각 나타내었다. 수치해석 과정에서 Runge-Kutta Method [3]를 이용하였으며 주행속도는 시속 30km, 곡선부의 회전반경은 40m로 가정하였다. 조향식 AGT차량의 경우 조향각이 제어되지 않는 경우와 조향각이 제어 되는 두 경우에 대해서 동역학적 시뮬레이션을 수행하였으며 그 결과는 Fig. 9에 나타내었다.

대차식 AGT차량은 전체적으로 안정적인 동적특성을 보여주었다. 승차감과 직접적인 연관이 있는 횡방향 가속도와 요잉 변화율(yaw rate) 등은 안정된 경향을 보였다. 이는 대차식 조향 시스템은 구속식으로서 차량이 레일에 완전히 구속되어 주행하기 때문이다. 그러나 대차식 AGT 차량은 직선부에서 곡선부를 진입하는 순간 충격력을 받으며, 안내륜에 조향식 AGT차량에 비해 큰 힘이 작용함을 알 수 있다. 차량이 원형레일을 주행시 도로의 중앙부에 위치하지 못하고 측면으로 밀려서 주행하게 됨도 확인할 수 있다.

조향식 AGT차량의 동적특성은 보기식 AGT차량에 비하여 불안정한 경향을 보임을 알 수 있다. 그러나, 조향식 AGT차량은 원형레일 주행시 보기식 AGT차량처럼 횡방향으로 밀리지 않았으며 곡선부 진입시 대차식 AGT차량에 비하여 작은 충격력을 받는 것을 알 수 있다. 조향식 AGT차량의 단점은 주행륜을 적절히 제어함으로써 극복할 수 있다. 조향이득은 시간지연이 있는 경우의 계산에인  $G_F=0.6 \text{ rad/m}$ ,  $G_R=1 \text{ rad/m}$ 를 이용하였다. Fig. 9와 같이 주행륜을 제어하는 경우 조향식 AGT차량은 안정된 동적특성을 가진다. 조향각을 제어하는 차량은 원형레일을 진행하면서 점차 원형레일에 적합한 조향각을 유지한다. 그래서 차량은 원형레일과 비슷한 주행궤적을 만들며 원형레일을 부드럽게 주행한다. 승차감과 연관있는 횡방향 가속도와 요잉 변화율이 안정되었다. 제어되는 조향식 AGT차량의 경우 동적특성이 대차식의 경우보다 좋아짐을 볼 수 있다. 하지만 제어되는 AGT차량의 안내륜력이 제어되지 않는 AGT차량의 안내륜력 보다 크게 나타남을 알 수 있다.

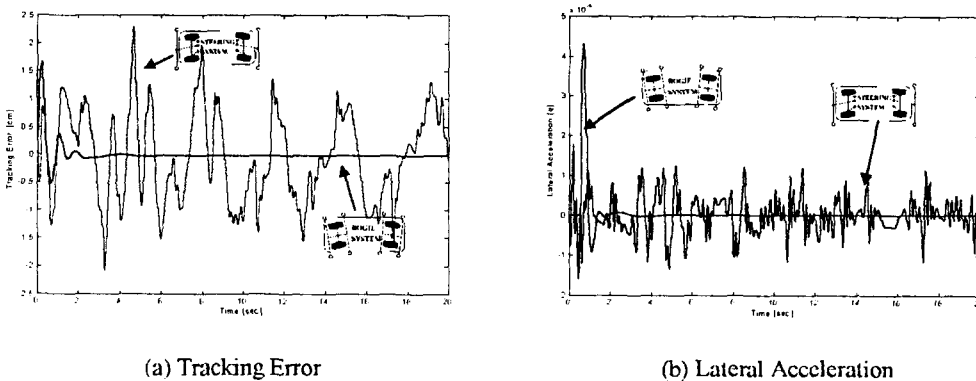
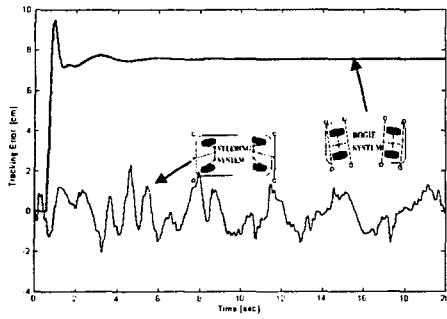
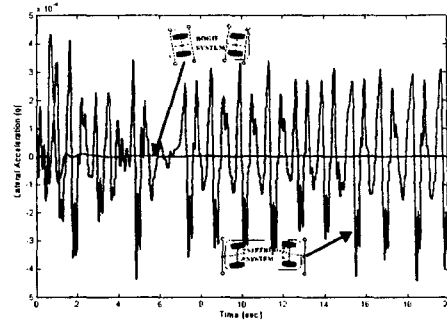


Fig. 7 Comparison of the dynamics of the steering-type and bogie-type AGT vehicle running on a straight road (V=30km/h)



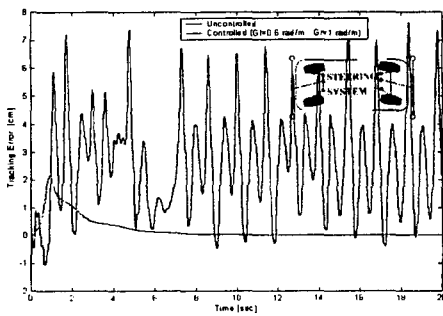


(a) Tracking Error

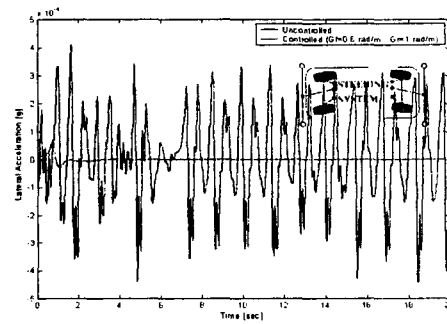


(b) Lateral Acceleration

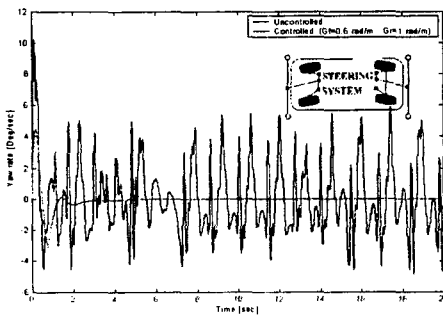
Fig. 8 Comparison of the dynamics of the steering-type and bogie-type AGT vehicles running on curved road (R=40m, V=30km/h)



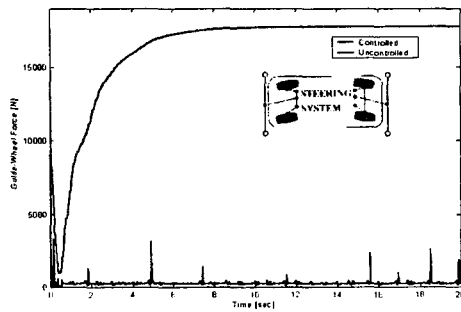
(a) Tracking Error



(b) Lateral Acceleration



(c) Yaw Rate



(d) Guide-Wheel Force

Fig. 9 Dynamics of the steering-type AGT vehicles running on curved road, with and without the steering control system (R=40m, V=30 Km/h)

## 6. 결 론

동일한 제원을 가지는 대차식 및 조향식 고무차륜 AGT차량에 대한 동특성과 안정성을 고찰하였다. 대차식 AGT차량은 예상되는 모든 운행속도 범위에서 안정된 동적특성을 보였고 직선 주행궤도에서 곡선궤도로 진입할 때 조향식 AGT차량에 비하여 상당히 큰 충격력이 발생하고 곡선궤도를 주행할때에 안내륜에 큰 힘이 작용하는 것으로 확인되었다. 조향식 AGT차량은 주행륜의 조향이 제어되지 않을 경우 불안정한 동특성을 보였으나, 주행륜의 조향이 제어될 경우에는 안정된 동적특성을 보임을 고찰하였다. 기계식 조향시스템의 조향이득 값을 최적으로 설정함으로써 보다 안정된 동적특성을 확보할 수 있음을 확인하였다.

## 참고문헌

1. H. Tsunashima and Y. Fukumoto, 1987, "Computer Simulation of Lateral Guidance System for Automated Guideway Transit Vehicles," Kobe Steel Engineering Reports, Vol. 37, No. 1, pp. 49-52.
2. K. OGATA, 1997, "Modern Control Engineering," Prentice Hall International, New York.
3. G. E. Mullges and F. Uhlig, 1996, "Numerical Algorithms with C," Springer-Verlag, New York.