

한국철도의 상대적 운영효율성 평가

Evaluating the Relative Operational Efficiency of Korean National Railroad

김성호*

홍순흠**

최태성***

Kim, Seongho

Hong, Soon-Heum

Choi, Tae-Sung

ABSTRACT

The purpose of this paper is to evaluate the relative efficiency of Korean National Railroad (KNR). Railways can be seen as multi-product firms which produced both passenger and freight transportation services. For evaluating the operational efficiencies of 23 UIC (International Union of Railways) members including KNR we use data envelopment analysis (DEA) in which multiple inputs and multiple outputs can be handled explicitly.

1. 서론

최근 국제 및 국내의 경제환경은 모든 생산조직이 효율성 제고를 통해 경쟁력을 확보하도록 요구하고 있다. 제한된 자원에서 보다 많은 산출물을 생산하거나 또는 필요한 산출물 생산에 보다 적은 자원을 사용하는 능력의 확보는 생산조직의 생존을 위한 필수 과제가 되었다.

생산조직의 효율성 개선을 위해서는 그 조직의 효율성 수준의 측정이 선행되어야 한다. 전통적으로 사용되는 효율성 측정방법으로 투입인력 1인당 총산출량과 같이 단순 비율을 계산하는 방법을 들 수 있다. 예를 들어 1997년 철도청에서 발간한 "UIC 세계철도통계연감"¹의 주요국 철도비교부분에는 한국을 포함한 6개국의 노동효율성을 도표 1과 같이 제시하고 있다.

도표 1. 한국을 포함한 6개국의 노동효율성 비교

(단위: 총연인톤 km/인원)

국명	한국	프랑스	독일	스웨덴	중국	일본
노동효율성	100	59.8	44.7	87.4	70.2	121.2

이 방법은 계산된 수치가 직관적으로 이해하기 쉽다는 장점을 가지고 있으나 총산출량의 계산을 위한 총괄과정(aggregation)이 필요하고 또한 다른 투입요소들을 고려하지 못한다는 한계점을 가지고 있다.

철도(railway)가 생산하는 수송서비스는 크게 여객수송서비스와 화물수송서비스의 두 가지로 구별되며 이러한

* 한국철도기술연구원 선임연구원

** 한국철도기술연구원 책임연구원

*** 인하대학교 경영학부 교수

¹ 세계철도협회(International Union of Railway, UIC)에서 발간하는 세계철도통계(International Railway Statistics)를 철도청에서 번역하여 발간한 통계연감이다.

서비스를 생산하기 위해서는 노동력과 더불어 철도차량 및 선로설비 등의 자원이 필요하다. 본 논문에서는 다수의 투입요소를 동시에 고려하고, 산출물의 총괄없이 다수 산출물을 명시적으로 고려하여 생산조직의 효율성을 측정할 수 있는 방법으로서 자료포락분석(data envelopment analysis)을 소개하고, 이를 한국철도(Korean National Railroad: KNR)의 상대적 운영효율성을 평가하는데 적용해 보고자 한다.

2. 자료포락분석

효율성의 개념은 투입에 대한 산출의 비율로 정의할 수 있다. 단일투입·단일산출의 경우에는 효율성 값을 계산하기 용이하나, 다수투입·다수산출의 경우에는 투입과 산출을 총괄하기 위한 일련의 가중치가 필요하다. 이러한 가중치를 구하기 위한 수단으로 Charnes et al.[2]는 다음과 같은 수리계획모형을 제시하였다.

$$\begin{aligned} \text{Maximize } E_k &= \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}} \\ \text{Subject to } & \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1; \text{ for } j = 1, 2, \dots, n \\ & u_r \geq \varepsilon; \text{ for } r = 1, 2, \dots, s \\ & v_i \geq \varepsilon; \text{ for } i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (1)$$

여기서	y_{rj}	=	생산조직 j 의 산출물 r 의 생산량 (입력자료)
	x_{ij}	=	생산조직 j 의 투입요소 i 의 투입량 (입력자료)
	u_r	=	산출물 r 의 가중치 (결정변수)
	v_i	=	투입요소 i 의 가중치 (결정변수)
	n	=	생산조직의 수
	s	=	산출물 종류의 수
	m	=	투입요소 종류의 수
	ε	=	non-Archimedean 상수 ²

식(1)의 목적함수는 평가대상 생산조직 k 의 총괄투입 $\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}$ 에 대한 총괄산출 $\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}$ 의 비율로 계산되는 생산조직 k 의 효율성 값을 의미한다. 식(1)에서 가중치 u_r ($r = 1, 2, \dots, s$), v_i ($i = 1, 2, \dots, m$)는 모든 생산조직의 효율성 값이 1을 넘지 않는다는 제약조건하에서 생산조직 k 의 효율성 값을 최대화하도록 결정된다. 식(1)은 생산조직 k 의 효율성 값을 계산하기 위한 수리계획모형이며 모든 생산조직의 효율성 값을 계산하려면 각 생산조직별로 식(1)과 같은 수리계획모형을 구성하여 계산해야 한다.

2.1 승수모형

식(1)의 비율모형은 비선형수리계획모형(nonlinear programming model)이다. 이 모형에 생산조직 k 의 총괄투입이 1, 즉 $\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} = 1$ 을 제약조건에 추가하고 Charnes and Cooper[3]이 개발한 변환이론을 적용하면 승수모형(multiplier form model)으로 불리우는 다음과 같은 선형계획법모형을 얻을 수 있다.

$$\text{Maximize } E_k = \sum_{r=1}^s u_r y_{rk}$$

² Non-Archimedean 상수는 매우 작은 数의 개념으로 0보다는 크지만 어떤 양의 실수보다도 작은 수를 의미함.

Subject to

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} &= 1 \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0, \quad \text{for } j = 1, 2, \dots, n \\ u_r &\geq \varepsilon, \quad \text{for } r = 1, 2, \dots, s \\ v_i &\geq \varepsilon, \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \tag{2}$$

식(1)과 (2)에서 평가대상 생산조직 k 는 제약조건에도 포함되어 있으며 따라서 효율성 값 E_k 는 1보다 작거나 같게 된다. $E_k = 1$ 은 생산조직 k 가 다른 생산조직들과 비교해 상대적으로 효율적임을 의미하고 $E_k < 1$ 은 상대적으로 비효율적임을 의미한다. 식(1) 또는 (2)에서 결정된 최적가중치 u_r^* ($r = 1, 2, \dots, s$), v_i^* ($i = 1, 2, \dots, m$)는 평가대상 생산조직이 최대의 효율성 값을 갖기 위한 상대적 가치체계(relative value system)라고 할 수 있다. 즉, 평가대상 생산조직에게 가장 유리하도록 결정되어진 상대적 가치체계인 셈이다. 따라서 이러한 가치체계를 사용했음에도 불구하고 비효율적으로 평가되었다면 그 생산조직은 평가과정이 불공정하다는 주장을 할 수 없다. 최적가중치 u_r^* ($r = 1, 2, \dots, s$), v_i^* ($i = 1, 2, \dots, m$)는 투입-산출변수의 측정단위의 영향을 받기 때문에 수치의 크기를 상대적으로 비교하기 어렵지만 하한값 ε 을 갖는 최적가중치의 경우 그에 대응되는 변수에는 효율성 값 최대화에 가장 불리한 요소라는 의미를 부여할 수 있다.

2.2 포락모형

선형계획법의 쌍대정리(duality theorem)를 사용하면 (2)를 포락모형(envelopment form model)으로 볼리우는 다음과 같은 선형계획법모형으로 변환시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \theta - \varepsilon \sum_{r=1}^s s_r^+ - \varepsilon \sum_{i=1}^m s_i^- \\ \text{Subject to} \quad & \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{rk}, \quad \text{for } r = 1, 2, \dots, s \\ & \theta x_{ik} - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j - s_i^- = 0, \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, m \\ & \lambda_j \geq 0, \quad \text{for } j = 1, 2, \dots, n \\ & s_r^+ \geq 0, \quad \text{for } r = 1, 2, \dots, s \\ & s_i^- \geq 0, \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \tag{3}$$

식(3)에서 구한 θ 값이 평가대상 생산조직 k 의 효율성 값이 된다. 식(3)의 포락모형은 경제학문헌에서 논의되는 기술효율성(technical efficiency)의 개념 및 그 측정방법과 연관시켜 해석할 수 있다. 경제학 문헌에서는 전통적으로 생산기술(production technology)을 기술적으로 실행가능한 투입-산출조합의 집합, 즉 생산가능집합(production possibility set)으로 표현한다. 일반적으로 생산가능집합에는 볼록성(convexity) 및 투입, 산출의 자유처분성(free disposability)을 가정한다. 생산가능집합의 경계선(boundary)에 위치하는 생산조직은 효율적으로 운영되는 조직이고, 생산가능집합의 내부에 위치하는 생산조직은 비효율성을 가진 조직이 된다. Farrell[4]은 기술효율성의 개념을 생산조직의 생산가능집합내에서 위치와 그 조직을 생산가능집합의 경계선으로 투영시킨 위치간의 거리를 사용하여 정의하였다. 그러나 실제로 생산가능집합의 경계선은 알 수 없으며 따라서 관찰치로부터 구축해야 한다. 포락모형은 관찰치로부터 생산가능집합의 경계선을 구축하고 이를 통해서 기술효율성을 측정할 수 있도록 해 주는 도구로 해석할 수 있다.

두 종류의 투입요소 x_1 , x_2 를 사용해서 산출물 y 를 생산하는 상황에서 Farrell 효율성과 포락모형을 비교해

볼 수 있다. Farrell 효율성은 생산가능집합의 경계선을 알고 있음을 전제로 하고 있다. 그림 1의 (a)에서 곡선 SS' 는 생산가능집합의 경계선을 나타내고, 이 곡선의 복동방향은 생산가능집합부분을 나타낸다. 생산조직 K 의 Farrell 효율성은 OK'/OK 으로 정의된다.

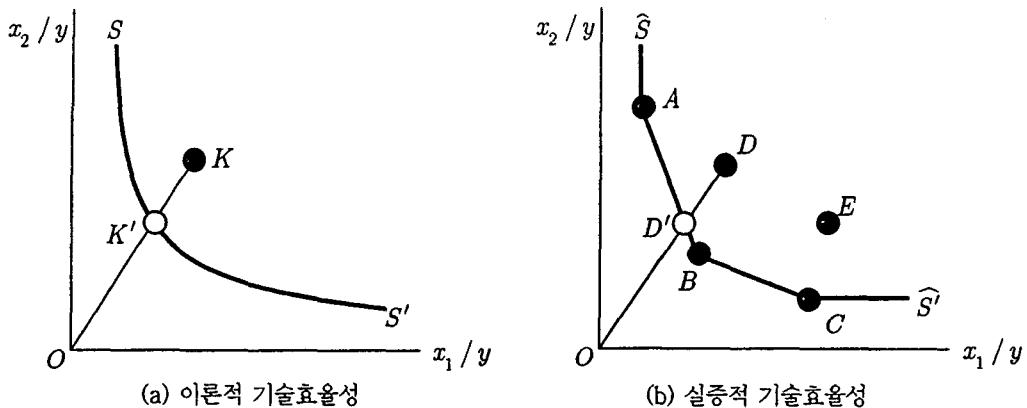


그림 1. Farrell 효율성과 포락모형

현실에서 생산가능집합의 경계선 SS' 는 알 수 없으며 관측치로부터 구축하여야 한다. 포락모형은 관측치로부터 생산가능집합의 경계선을 구축하고 특정 생산조직의 효율성을 계산한다. 그림 1의 (b)에서 $\widehat{S}\widehat{S}'$ 는 관측치 A, B, C, D, E 로부터 구축한 생산가능집합의 경계선이다. 생산조직 D 의 효율성은 OD'/OD 로 계산된다. 생산조직 D 의 효율성을 계산하기 위한 포락모형은 아래의 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{Minimize } \theta - \varepsilon s^+ - \varepsilon(s_1^- + s_2^-)$$

Subject to

$$\begin{aligned} y_A\lambda_A + y_B\lambda_B + y_C\lambda_C + y_D\lambda_D + y_E\lambda_E - s^+ &= y_D \\ \theta x_{1D} - (x_{1A}\lambda_A + x_{1B}\lambda_B + x_{1C}\lambda_C + x_{1D}\lambda_D + x_{1E}\lambda_E) - s_1^- &= 0 \\ \theta x_{2D} - (x_{2A}\lambda_A + x_{2B}\lambda_B + x_{2C}\lambda_C + x_{2D}\lambda_D + x_{2E}\lambda_E) - s_2^- &= 0 \\ s^+, s_1^-, s_2^-, \lambda_A, \lambda_B, \lambda_C, \lambda_D, \lambda_E &\geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)로 계산된 θ 의 값은 생산조직 D 의 효율성, 즉 그림 1의 (b)에 나타낸 OD'/OD 의 값이다. 식(4)로 계산된 $\lambda_A, \lambda_B, \lambda_C, \lambda_D, \lambda_E$ 의 값은 생산조직 D 의 효율성을 개선하는데 사용할 수 있는 관리적 정보를 제공한다. 그림 1의 (b)에서 D' 는 생산조직 D 의 효율성 계산에서 비교기준의 역할을 하고 있다. D 가 D' 처럼 운영된다면 생산가능집합의 경계선에 위치하게 되며 효율적인 생산조직이 된다. D' 는 실제로 관찰된 관측치가 아니기 때문에 D' 를 참조하여 D 의 효율성 개선 전략을 수립하기는 어렵다. 그러나 D' 는 A 와 B 의 선형결합(linear combination)으로 표현되며 따라서 D 의 효율성 개선 전략 수립에 A 와 B 를 참조할 수 있다. 생산조직 A 와 B 를 D 의 참조집단(reference group)이라 한다. 식(4)의 포락모형에서는 A 와 B 처럼 참조집단을 구성하는 생산조직의 λ 값은 陽의 값으로, 그리고 나머지 생산조직의 λ 값은 0으로 계산된다. 또한 참조집단을 구성하는 생산조직의 λ 값의 크기는 효율성 계산에서 해당 생산조직이 어느정도의 중요도로 고려되었는가를 나타낸다.

3. 자료 및 투입·산출 변수

본 절에서는 앞 절에서 설명한 자료포락분석을 사용하여 한국철도의 상대적 운영효율성을 평가한다. 분석대상 표본은 1997년 철도청에서 발간한 "UIC 세계철도통계연감"에 수록된 92개 철도로 설정하였다. 우리나라의 경

우 한국철도(Korean National Railroad: KNR)가 여객 및 화물수송서비스를 함께 생산하며 선로 및 차량을 소유한 운영주체이지만 스웨덴을 포함한 일부 국가는 선로, 차량 및 인력의 소유 및 운영주체의 구조가 다르다. 따라서 UIC 세계철도통계연감에 수록된 92 개 철도를 직접 비교하기 어려우며, 본 논문에서는 국가단위로 철도통계를 집계하여 분석한다.

철도는 그림 2에 나타낸 것과 같이 선로, 차량, 인력 등의 자원을 사용하여 여객 및 화물 수송서비스를 생산하는 조직으로 볼 수 있다. 본 논문에서는 그림 2에 나타낸 철도의 수송서비스 생산과정을 가정하고 철도의 운영효율성을 평가한다.

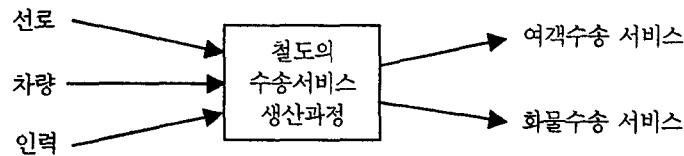


그림 2. 철도의 수송서비스 생산과정

도표 2. 철도의 투입산출 자료

번호	소속국가	투입			산출	
		선로 (km)	차량 (대)	인력 (명)	여객수송서비스 (연인km)	화물수송서비스 (연톤km)
1	스웨덴	11,168	14,546	11,438	6,286	14,720
2	그리스	2,503	9,688	10,750	1,884	331
3	포르투갈	2,856	5,997	7,396	4,563	2,632
4	이탈리아	16,030	84,278	120,117	49,500	25,228
5	오스트리아	5,672	23,536	52,317	8,140	14,791
6	스페인	12,294	26,187	36,382	16,579	12,405
7	벨기에	3,422	17,941	35,525	6,984	8,701
8	프랑스	31,821	77,759	162,507	61,573	65,148
9	체코	9,430	69,315	95,693	7,710	20,733
10	루마니아	11,380	147,240	128,598	15,794	22,028
11	헝가리	7,826	26,013	53,274	6,514	8,229
12	크로아티아	2,726	12,638	21,028	981	1,876
13	폴란드	23,328	123,219	215,879	19,928	67,679
14	슬로베니아	1,201	7,727	9,118	616	2,852
15	우크라이나	22,546	213,011	325,497	54,540	160,433
16	슬로바키아	3,665	31,017	45,979	3,095	12,368
17	터키	8,607	19,310	31,485	5,840	9,614
18	모로코	1,907	7,580	12,286	1,856	4,795
19	콩고	4,347	1,701	15,755	395	144
20	아제르바이잔	2,117	27,463	21,686	489	3,515
21	일본	20,175	42,379	146,828	247,652	24,339
22	한국	3,118	13,378	34,090	29,662	12,543
23	대만	1,108	6,477	16,667	9,254	1,412

수송서비스를 생산하기 위해 투입되는 선로, 차량, 인력의 개념과 측정방법은 다음과 같다. 선로는 회계연도말 현재 자본비용계정에 계상되어 있는 본선궤도의 길이³를 의미하며 km 단위로 측정되었다. 차량은 회계연도말 현재 철도가 소유하거나 임차한 객차, 화차 및 동력차를 포함하여 차량의 대수로 측정되었다. 인력은 고용계약에 의하여 철도에 귀속되고 철도가 직접 급료를 지불하는 직원으로 인반관리, 영업 및 수송, 운전 및 차량, 시설 부

³ 표준궤, 광궤, 협궤 중 2 개 이상의 형태가 함께 있는 경우에는 합계로 계산하였음. 자본비용계정에 계상되지 않으나 합산되는 궤도의 길이와 자본비용계정에는 계상되어있으나 차감되는 예외에 대해서는 UIC 세계철도통계연감[1]을 참조

문의 인력을 포함하여 연평균 직원수로 측정되었다.

철도가 생산하는 여객수송서비스는 운임할인여부에 상관없이 운임을 지불한 여객의 수에 평균수송거리를 곱하여 측정된 것이다. 철도의 화물수송서비스는 운임이 지불된 화물의 중량에 운임부과 거리를 곱하여 측정된 것이다. 도표 2는 본 논문의 분석에 사용된 자료로서 한국철도를 포함한 23 개국 철도의 투입 및 산출자료이다.

4. 분석결과

23 개국 철도의 효율성을 평가하기 위한 자료포락분석의 결과를 도표 3에 나타내었다.

도표 3. 자료포락분석의 결과

번호	국가명	효율성 값	참조집단 출현빈도	참조집단 [번호(λ 값)]
1	스웨덴	1.00	17	
2	그리스	0.11		1(0.01) 21(0.01)
3	포르투갈	0.60		1(0.12) 21(0.01) 22(0.05)
4	이탈리아	0.50		1(0.26) 15(0.01) 22(1.60)
5	오스트리아	0.70		1(0.07) 15(0.02) 22(0.89)
6	스페인	0.56		1(0.49) 21(0.01) 22(0.40)
7	벨기에	0.57		1(0.03) 15(0.02) 22(0.36)
8	프랑스	0.87		1(1.53) 22(3.39)
9	체코	0.42		1(0.11) 15(0.12) 22(0.02)
10	루마니아	0.36		1(0.06) 15(0.11) 22(0.32)
11	헝가리	0.35		1(0.11) 15(0.01) 22(0.43)
12	크로아티아	0.18		1(0.02) 15(0.01) 22(0.04)
13	폴란드	0.67		1(0.42) 15(0.25) 22(1.68)
14	슬로베니아	0.57		1(0.03) 15(0.01)
15	우크라이나	1.00	13	
16	슬로바키아	0.54		1(0.02) 15(0.07)
17	터키	0.53		1(0.30) 15(0.01) 22(0.32)
18	모로코	0.75		1(0.07) 15(0.02) 22(0.09)
19	콩고	0.09		21(0.00) 22(0.01)
20	아제르바이잔	0.31		1(0.02) 15(0.02)
21	일본	1.00	5	
22	한국	1.00	15	
23	대만	0.71		21(0.03) 22(0.05)
	평균	0.58		

(결과 1: 효율성 값) 자료포락분석의 가장 중요한 결과는 각 생산조직의 효율성값이다. 도표 3의 "효율성값"에는 앞절의 식(3)에 나타낸 포락모형으로 계산한 23 개국 철도의 θ 값, 즉 효율성 값은 나타내었다. 스웨덴(1), 우크라이나(15), 일본(21), 한국(22) 등 4 개국 철도의 효율성값이 1.00으로 계산되어 상대적으로 효율적인 것으로 나타났다. 이는 이들 4 개국 철도가 선로, 차량, 인력 등의 자원을 소비하여 여객 및 화물수송서비스를 생산함에 있어서 나머지 19 개국 철도와 비교해 상대적으로 효율적인 운영상태에 있음을 의미한다. 즉, 이들 4 개국 철도는 일정한 수준의 여객 및 화물수송서비스를 생산함에 있어서 다른 철도보다 적은 **量**의 (선로, 차량, 인력) 자원을 사용하는 능력을 확보하고 있음을 의미한다. 가장 비효율적인 철도는 효율성값이 0.09로 계산된 콩고(19)로 나타났고, 23 개국 철도의 효율성값 평균은 0.58이었다.

표의 가장 왼쪽에 있는 "번호"에는 각 국가명에 순서대로 1부터 23 까지 부여한 번호이며 이 번호는 "참조집단"에서 각 국가별 참조집단 구성원을 지칭할 때 사용하였다. 예를 들어 2 번 그리스철도의 참조집단을 살펴보

면 1(0.01), 21(0.01)로 나타나 있는데 이는 1 번 스웨덴철도와 21 번 일본철도가 그리스철도의 효율성 값을 계산하는데 참조되었음을 나타낸다. 그리고 ()안의 수치는 λ 값이며 이는 효율성 값의 계산시 참조집단 구성원의 중요도를 나타낸다.

(결과 2: 참조집단 출현빈도) 효율성값이 1.00으로 계산된 스웨덴, 우크라이나, 일본, 한국 등의 철도는 각각 17, 13, 5, 15 회의 참조집단 출현빈도를 나타내었다. 한국철도의 참조집단 출현빈도 15 회는 한국철도가 다른 15 개 철도의 효율성값 계산과정에 참조집단 구성원 역할을 하였다는 의미이다. 그림 1의 (b)를 통해서 살펴보았듯이 참조집단의 구성원은 생산가능집합의 경계선에 위치한 효율적 생산조직들 중에서 선택되며 특정 생산조직의 참조집단은 그 조직의 효율성개선을 위한 목표로 사용될 수 있다. 이러한 관점에서 참조집단 출현빈도가 높을수록 바람직한 운영상태에 있다고 해석할 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 다수의 투입요소를 동시에 고려하고 산출물의 총괄없이 다수의 산출물을 명시적으로 고려하여 생산조직의 효율성을 측정하는데 사용할 수 있는 자료포락분석(data envelopment analysis)을 소개하고 이를 한국철도의 상대적 운영효율성을 평가하는데 적용하여 보았다. 철도의 투입요소로는 선로, 차량, 인력 등을 고려하였고, 산출물에는 여객수송서비스와 화물수송서비스를 포함하였다. UIC 세계철도통계연감에 수록된 자료를 기초 자료로 사용하였고 UIC 회원으로 등록되어 있는 23 개철도를 표본으로 설정하였다.

분석결과 한국철도는 스웨덴, 우크라이나, 일본 등과 함께 효율성값이 1.00으로 계산되어 나머지 19 개국 철도에 비해 상대적으로 효율적인 운영상태에 있는 것으로 나타났다. 또한 참조집단 출현빈도로 볼 때 효율적인 4 개국 중 스웨덴에 이어 두번째로 바람직한 운영상태에 있는 것으로 판단된다.

본 논문에서는 UIC 철도통계연감에서 투입산출변수값을 모두 완비된 23 개국 철도만을 표본으로 한정하여 운영효율성을 평가하였다. 이 표본에 포함되지 않은 철도를 추가할 경우 한국철도의 상대적 운영효율성은 달리 평가될 충분한 개연성을 가지고 있으며, 이에 추후 보완된 표본자료를 사용한 후속연구가 필요하다 하겠다. 한편 본 논문의 분석은 외국철도를 비교대상으로 한국철도의 상대적 운영효율성을 평가한 획단면분석의 성격을 갖고 있다. 앞으로 시계열자료를 이용한 분석을 통해 한국철도의 운영효율성개선을 위한 다각적 분석이 필요할 것으로 판단된다.

참고문헌

1. 철도청 (1997), "UIC 세계철도통계연감".
2. Charnes, A., W. W. Cooper, and E. L. Rhodes (1978), "Measuring the Efficiency of Decision Making Units," *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, No. 6, pp. 429-444.
3. Charnes, A., and W. W. Cooper (1962), "Programming with Linear Fractional Functionals," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 9, No. 3/4, pp. 181-185.
4. Farrell, M. J. (1957), "The Measurement of Productive Efficiency," *Journal of the Royal Statistical Society, Series A, General*, Vol. 120, No. 3, pp. 253-281.