

# 가선계의 강성변화와 판토티그래프의 집전성능

## Time-varying Stiffness of Catenary System and its Effect on Current Collection by Pantograph

최연선\*  
Choi, Yeon-Sun

### Abstract

The design of a current collection system of high speed train requires the fundamental understandings for the dynamic characteristics of a catenary system and pantograph. The stiffness of the catenary system of high speed train has the varying characteristics for the change of the contact point with a pantograph, since the supporting pole and hanger make the different boundary conditions for the updown stiffness of a trolley wire. The variation of stiffness results in Mathieu equation, which characterizes the stability of the system. However, the two terms variation of the stiffness due to span length and hanger distance cannot be solved analytically. In this paper, the stiffness variations are calculated, and the physical reasoning of linear model and one term Mathieu equation are reviewed. And the numerical analysis for the two term variation of the stiffness is done for the several design parameters of the pantograph.

### 1. 서론

가선계로부터 판토티그래프를 이용한 집전기술은 고속전철 관련 핵심기술의 하나이다. 고속전철에서 집전기술은 고속에서도 판토티그래프와 가선계가 접촉을 유지하여 동력차에 안정된 전력을 공급하고, 이선(離線)에 따른 아크발생과 충격에 의한 판토티그래프 및 가선계의 손상을 방지하는 데 주안점이 있다. 이를 위해 가선계와 판토티그래프는 설계변수 변화에 따른 집전계의 동특성에 대한 이해를 바탕으로 접촉력의 크기와 변화량을 최소화되도록 설계되어야 한다. 실제적으로 고속전철의 고속한계는 집전성능에 의해 좌우될 뿐만 아니라, 고속전철 운행과정에서 판토티그래프와 관련된 사고가 자주 발생하므로 집전기술과 관련하여 많은 연구가 필요하다.

주행중인 고속전철에서 집전성능을 실험적으로 측정하기는 쉽지 않으므로, 많은 경우 집전성능 관련 연구는 수치해석을 통해 가선과 판토티그래프의 동특성을 규명하고 있다[1,2]. 그러나 다양한 설계변수에 대한 수치해석은 그 자체로도 방대한 작업일 뿐만 아니라, 실제 주행 실험데이터와 비교할 수 없는 경우 수치해석에 의한 결과는 신뢰성을 갖기가 어렵다.

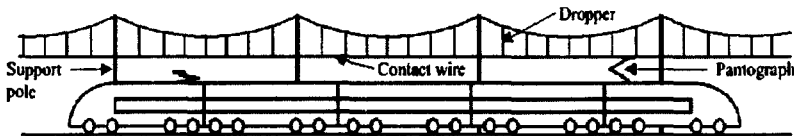


그림 1. 고속전철 집전계

\*성균관대학교 교수, 정회원

또한 가선과 판토티그래프의 모델을 통한 역학적 관점에서의 집전성능에 관한 연구[3,4], 혹은 판토티그래프 조인트부의 마찰 및 기구학적 대변형에 의한 비선형 동특성 등이 연구되고 있다[5]. 그러나, 근본적으로 고속전철에서는 속도 증가에 따라 동특성 효과가 증대되어 이론해석 결과와 실험 결과가 일치하기가 쉽지 않다. 특히 가선계의 강성값은 위치에 달라지므로 이에 대한 동역학적 이해가 있어야 한다. 이에 본 연구에서는 가선계의 강성변화와 집전성능의 관계를 규명하기 위해 먼저 판토티그래프가 주행하면서 스펠 간격, 드로퍼 위치에 따라 가선계의 강성값이 변하는 정도를 계산하였다. 또한, 강체가선계와 탄성가선계의 집전성능을 선형모델로 해석하고, 가선계의 강성변화를 고려한 집전성능을 Mathieu 식을 이용하여 해석함으로써 집전계의 설계변수 변화에 따른 동특성 변화를 살펴보았다.

## 2. 가선계의 강성변화

신간선, TGV, 한국형 고속전철 등에서 채택하고 있는 고속전철용 단순가선계(simple catenary system)는 그림 1에서 보듯이 현수선(catenary wire)과 접촉선(contact wire)이 드로퍼(dropper)에 의해 연결된 복합현의 구조를 갖는다. 가선계는 자중에 의해 처짐이 있고, 이를 드로퍼에 의해 지지함으로써 균일한 처짐이 되도록 하고 있다. 드로퍼와 접촉선의 연결점에서 자중 및 판토티그래프에 의한 압상력이 현수선으로 전달되고, 현수선은 지지기둥으로 하중을 전달하고 있어, 위치에 따라 처짐량이 달라지고, 이로 인해 가선계는 위치에 따라 강성변화가 있게 된다. 가선의 처짐과 강성변화는 가선의 선밀도, 장력, 스펠 간격, 드로퍼의 위치에 따라 달라진다. 접촉선은 대개 6개의 스펠에 걸쳐 하나로 연결되어 있고, 접촉선의 시작과 끝점에 해당하는 양단에서의 처짐량은 영이 되어 무한 강성이 되어 고속주행시 위험하므로, 겹침구간(overlap)를 만들어 판토티그래프가 접촉선의 양 끝단에서 접촉하는 경우는 없도록 설계되어 있다. 그러나 지지기둥이 현수선을 지지하고 접촉선이 현수선과 드로퍼에 의해 연결된 중간 스펠에서 가선계는 유한한 강성값을 갖는다. 스펠 중앙에서의 처짐량은 최대가 되어 가선계는 최소의 강성값을 갖게 되며, 드로퍼와 연결된 지점에서 강성값은 약간 커지게 된다.

그림 2는 신간선용 단순가선계에 대해서 유한요소법을 이용하여 강성값의 변화를 계산한 결과이다. 강성값은 판토티그래프의 압상력을 가선계의 처짐량으로 나누어 준 값이다. 즉 처짐량의 역수로서 지지기둥이 있는 양단에서는 강성이 커지고 중앙에서의 강성은 작아지며, 드로퍼의 영향에 따라 미소한 강성의 변화가 있음을 알 수 있다. 여기서 강성변화는 다음 식과 같이 상수항과 스펠 가선계의 강성 변화 길이와 드로퍼의 위치의 함수로 표시할 수 있다.

$$K(x) = K_0 + K_1 \cos\left(\frac{2\pi x}{l_1}\right) + K_2 \cos\left(\frac{2\pi x}{l_2}\right) \quad (1)$$

$$= 2000 + 1250 \cos\left(\frac{2\pi x}{50}\right) + 50 \cos\left(\frac{2\pi x}{5}\right) \quad (N/m)$$

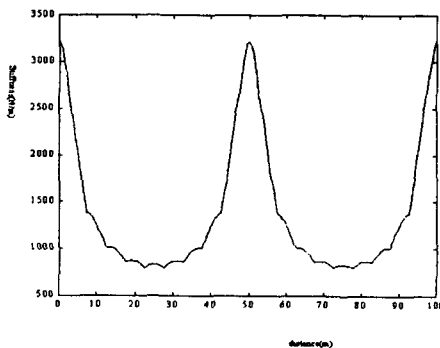


그림 2. 가선계의 강성변화

표 1. 신간선의 단순가선계 설계 변수

	Catenary wire	Contact wire
Density(kg/m)	0.71	0.988
Tension(kN)	24.5	14.7
Span length(m)	50	
Dropper distance(m)	5	

여기서  $l_1, l_2$  는 각각 스펠길이와 드로퍼의 간격을 의미하고,  $K_0$ 는 가선계의 평균강성값이고,  $K_1$ 과  $K_2$ 은 각각 스펠거리와 드로퍼간격에 따른 가선계의 강성변화량이다.

### 3. 판토크래프 모델

판토크래프는 연구자에 따라 1, 2, 3 자유도계로 다양하게 모델링되고 있으나, 집전판과 판토크래프 하부프레임의 운동을 각각의 자유도로 보아 그림 3과 같이 2 자유도계로 보는 것이 보편적이다. 그러나 보다 확실한 모델은 Seering[5]의 연구와 같이 판토크래프를 링크기구로 보고 각각의 운동을 고려해야 할 것이다. 이 경우 조인트에서의 마찰과 프레임의 상하 대변형을 고려하면 운동방정식은 비선형항을 갖게 된다. 그러나 판토크래프의 운동 범위 내에서의 동특성이 중요하므로 실제 판토크래프에 대한 진동시험을 통하여 판토크래프의 작동주파수 범위에서 자유도의 갯수를 정하는 것이 바람직할 것이다. 판토크래프의 운동을 보다 확실하게 해석하려면 조인트부에서의 마찰과 집전판의 stopper에 의한 상하 제한운동에 의한 비선형성도 고려되어야 할 것이다

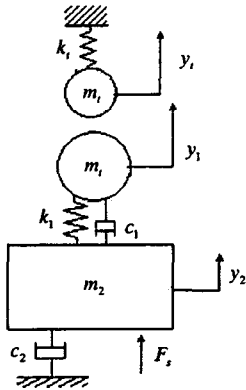


그림 3. 가선계와 2자유도 판토크래프 모델

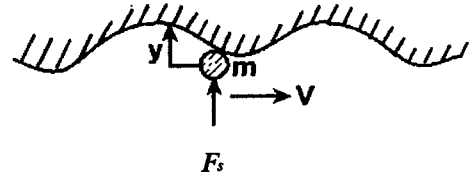


그림 4. 강체가선과 판토크래프

### 3. 탄성 가선계의 집전성능

가선계를 조화함수 형태의 강체 굴곡이 있다고 가정하고, 판토크래프가 이러한 강체 가선계 밑에서 일정 속도  $V$ 로 압상력  $F_s$ 으로 달린다고 하면 집전계는 그림 4와 같은 모델이 된다. 이 경우 판토크래프의 상하운동에 대한 운동방정식은 아래와 같으며, 여기서  $P$ 는 판토크래프와 강체가선계와의 접촉력을 의미한다. 접촉이 유지된다고 가정하면 판토크래프의 변위는 강체가선의 굴곡이 되므로 식은 아래와 같이 된다. 강체가선계의 굴곡을 진폭이  $a$ , 파장이  $l$  인 조화함수로 ( $y = a \sin \frac{2\pi x}{l}$ ) 가정한다.

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_s - P$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = mV^2 \frac{d^2 y}{dx^2} = mV^2 a \left( \frac{2\pi x}{l} \right)^2 \sin \frac{2\pi}{l} x = F_s - P$$

이상의 식 유도과정에서 접촉 가정은 접촉력이 양(+ )인 경우로서 아래의 부등식이 성립한다.

$$\frac{F_s}{\left(\frac{2\pi}{l}\right)^2 V^2 m} > a$$

즉, 고속전철이 빨리 달리려면 가선계의 접촉선은 가능한 한 평활하게 하여  $a$ 를 작게 하여야 하며, 판토티그래프의 질량은 최소화하고 압상력은 커져야 함을 알 수 있다. 그러나 속도가 증가하면 할수록 가선계는 완전 평활하여야 함을 의미하며 이는 거의 불가능하다. 또한 압상력을 높인다면 압상력에 비례하여 마찰력이 커져 마모가 심하게 될 것이다. 따라서 강체가선계로서는 고속전철용 집전계로 쓸 수 없음을 의미한다.

가선계의 강성을 선형스프링으로 가정하고, 판토티그래프를 그림 3에서 감쇠를 무시하고 2 자유도 계로 모델링하면 아래의 운동방정식이 성립한다.

$$m_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} = F_s + k_1(y_1 - y_2) \quad (2-a)$$

$$m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} = -k_1(y_1 - y_2) - P \quad (2-b)$$

$$m_t \frac{d^2 y_t}{dt^2} = P - k_t y_t \quad (2-c)$$

여기서  $F_s$ 는 판토티그래프의 정적압상력이고,  $P$ 는 판토티그래프와 접촉선의 접촉력이다. 가선계와 판토티그래프의 상단 질량, 즉 집전판의 변위를 조화함수로 가정하여 정상상태 해를 구하면 설계 변수 변화에 따른 가선계의 동특성을 이해할 수 있다.

식(2-a)에서  $F_s$ 에 의한 정적변위는 무시하고 조화성분만을 계산하면, 동적변위 즉 판토티그래프 하단 질량의 변위는 다음과 같다.

$$y_2 = \frac{k_1 a}{k_1 - m_2 \omega^2} \sin \omega t$$

접촉력  $P$ 는 식(2-a)의  $F_s$ 에 의한 정적변위와 식(2-b)으로부터 다음과 같이 계산된다.

$$P = F_s + \left\{ \frac{k_1^2}{k_1 - m_2 \omega^2} - (k_1 - m_1 \omega^2) \right\} a \sin \omega t \quad (3)$$

또한 식(2-c)에서 접촉력  $P$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$P = (k_t - m_t \omega^2) a \sin \omega t + F_s \quad (4)$$

식(3)과 식(4)로부터 접촉력이 항상 양(+)인 조건은 아래와 같이 표시될 수 있다.

$$\left| \frac{F_s}{k_t - m_t \omega^2} \right| > a, \text{ 혹은 } \left| \frac{F_s}{k_1 - m_1 \omega^2 - \frac{k_1^2}{k_1 - m_2 \omega^2}} \right| > a \quad (5)$$

식(5)로부터 가선계와 판토프의 공진주파수 영역에서는 판토프와 가선의 변위가 커짐을 쉽게 알 수 있고, 또한 판토프와 가선계의 변위는 압상력,  $F_s$  에 비례함을 알 수 있다. 따라서 판토프 설계시 공진주파수를 피해야 하며, 허용 동적응답  $a$  를 크게 하기 위해서는, 즉 이선을 최소화하기 위해서는 가선계와 압상력을 최소화시켜야함을 알 수 있다.

## 5. 시변 강성 가선에 의한 Mathieu식

탄성가선계 해석에서는 가선계를 하나의 선형강성을 갖는 시스템으로 보았으나, 가선계의 정적 해석에서 보듯이 가선계는 접촉위치에 따라 강성값이 변하게 된다. 즉, 판토프가 이동하면서 판토프는 가선계를 시변강성 시스템으로 인식하게 된다. 드로퍼에 의한 강성 변화는 무시하고 가선계의 강성을 스펠길이  $l$  에 따라 단순 조화함수로 가정하면 아래의 Mathieu식이 성립한다.

$$m\ddot{y} + K_0 \left( 1 + \epsilon \cos \frac{2\pi V}{l} t \right) y = F_s \quad (6)$$

여기서  $K_0$  는 가선계의 평균 강성값이고  $\epsilon$  은 강성값의 변화율을 의미한다. Mathieu식은  $K_0$  와  $\epsilon$  의 값에 따라 안정과 불안정 응답 영역이 결정되므로 Mathieu식과 관련된 시스템 설계시 주의할 부분을 요하는 부분이다. 그러나 고속전철 집전계의 경우 식(1)의 수치는  $K_0$  가 대단히 큰 값으로 Mathieu식에 의한 안정성을 판별하는 strutt diagram[6]에서 나타나지 않는 영역이며,  $K_0$  와  $\epsilon$  가 크면 해는 안정영역에 있을 확률이 커짐을 알 수 있다. 따라서 안정, 불안정성의 판단보다 변위량과 접촉력 변화가 보다 중요한 문제가 된다.[7]

식(6)의 해를 상수항과 1차 조화항만을 고려한 강제응답을 가정하고 식(6)에 대입하여 조화균형법(harmonic balance method)을 적용하면 판토프의 변위  $y$  는 아래와 같이 계산된다.

$$y = A + B \cos \frac{2\pi v}{l} t$$

$$y = \frac{F_s}{K_0} \left[ 1 + \frac{\epsilon^2}{2} \frac{1}{1 - \frac{m}{k} \left( \frac{2\pi V}{l} \right)^2 - \frac{\epsilon^2}{2}} + \frac{\epsilon}{1 - \frac{m}{k} \left( \frac{2\pi V}{l} \right)^2 - \frac{\epsilon^2}{2}} \cos \frac{2\pi V}{l} t \right] \quad (7)$$

식(7)의 2 차항과 3 차항의 분모에 해당되는 성분이 영이 된다면 응답이 무한대가 되는 공진이 발생하므로 아래와 같이 공진속도를 계산할 수 있다.

$$V_r = \frac{l}{2\pi} \sqrt{\frac{K_0}{M} \sqrt{1 - \frac{\epsilon^2}{2}}} \quad (8)$$

윗 식으로부터 고속의 한계를 높이려면 가능한 스펠길이,  $l$  은 길고, 판토프의 질량,  $m$  은 작고, 접촉선의 장력을 크게 하여 강성을 증가시켜야 함을 알 수 있다. 또한  $\epsilon$  에 해당하는 강성 변화가 가능한 한 작게 되어야 함을 알 수 있다. 따라서, 드로퍼를 이용하여 접촉선을 다수의 위치에서 지지함으로써 강성변화율을 작게 하여야 함을 알 수 있다.

## 6. 시변 강성 가선계의 집전 성능

그림 3의 가선계와 판토티그래프 모델에서 가선계의 강성변화가 식(1)과 같이 되는 경우, 전 절에서와 같이 조화균형법으로는 수식이 상당히 복잡해지므로 완전한 해를 구할 수 없다. 또한 전 절에서 검토한 바와 같이 강성 변화를 갖는 집전계의 응답이 안정, 불안정의 문제가 아니고 오히려 최소 변위, 최소 접촉력을 최소의 편차로 유지시키는 것이 중요한 과제인 만큼 실제 계산을 통한 수치 계산 결과 및 경향을 알아볼 필요가 있다.

그림 3의 모델에서 가선계와 판토티그래프가 계속 접촉을 유지한다고 가정하고, 가선계의 질량과 판토티그래프의 집전판의 질량이 같이 움직인다고 하면, 판토티그래프의 주행속도에 따라 가선계의 강성이 달라지는 것이 집전계의 동적 응답을 유발하는 요인이 된다. 이때 접촉력은 가선의 변위에 가선의 강성을 곱한 값이 될 것이다. 따라서 본 연구에서는 그림 3에서 고려한 판토티그래프의 감쇠 값을 고려하여 수치해석을 수행하였다. 수치해석용 입력수치는 신간선의 예를 사용하였다.

그림 5는 수치해석 결과로서, 30 Km/hr 에서 변위와 접촉력이 커지는 것을 볼 수 있다. 이는 가선계의 평균 강성과 판토티그래프의 집전판 질량에 의한 1차 공진속도이다. 그러나 속도 증가에 따라 가선과 판토티그래프의 상하 변위의 편차는 거의 없고 접촉력의 변화는 속도와 무관하게 일정함을 알 수 있다. 예에서 보는 바와 같이 판토티그래프의 정적 압상력,  $F_s$ , 는 변위와 접촉력을 결정하는 중요 변수임을 알 수 있다.

표 2는 정적 압상력과 속도 변화에 따른 가선계의 집전 성능을 도표화한 것으로서 변위와 접촉력은 속도변화에는 무관하고, 정적 압상력 변화에만 영향을 받음을 알 수 있다. 그러나 접촉력의 편차는 속도변화보다 정적 압상력이 커짐에 따라 커질 수 있으나, 변위의 편차는 오히려 계속해서 커짐을 알 수 있다. 이는 그림 5에서 보듯이 저속에서 공진영역과 가까워지므로 발생한 현상으로 이해할 수 있다.

공진속도를 결정하는 것은 가선계의 평균 강성값,  $K_0$  로서  $K_0$  변화에 대한 가선계의 집전 성능이 표 3에 보였다. 평균 강성값이 클수록 변위는 작아지고, 변위 편차는 속도와 평균강성이 작을수록 커짐을 알 수 있다. 그러나 접촉력은 평균 강성변화와 속도에 민감하지 않고 오히려 접촉력의 편차는 강성이 작을 때 커짐을 알 수 있다. 즉, 가선계의 평균 강성값이 커지면 변위는 작아지나, 접촉력에는 큰 변화가 없고, 변위와 접촉력의 편차가 작아짐을 알 수 있다. 따라서 가선계의 평균 강성은 가능한 크게 설계되어야 할 것이다. 문제는 가선계의 밀도를 작게하면서도 인장강도가 높은 재료를 개발하는 것이 관건임을 알 수 있다.

그림 6은 300 Km/hr 주행시 스펠길이와 드로퍼의 간격에 따른 각각의 강성변화에 대한 판토티그래프의 변위를 도시한 그림으로서, 스펠길이 변화에 따른 강성변화,  $K_1$  이 커짐에 따라 변위는 미소하나, 편차는 그대로 유지됨을 알 수 있고, 드로퍼의 간격변화에 따른 강성변화,  $K_2$  가 커짐에 따라 판토티그래프의 변위는 미소하나 커짐을 알 수 있다.

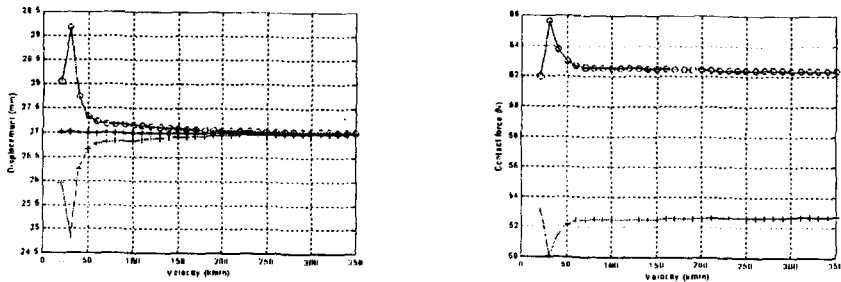


그림 5. 시변 강성을 고려한 2자유도 판토티그래프의 동특성

표 2. 정적 압상력 변화와 집전 성능

( )는 편차

	변위(mm)				접촉력(N)			
	$P_0(N)$				$P_0(N)$			
속도(Km/hr)	0	50	100	150	0	50	100	150
100	0.0 (0.0)	25.0 (0.3)	50.0 (0.6)	75.0 (0.9)	0 (0.0)	53.3 (9.3)	106.5 (18.6)	159.7 (27.9)
200	0.0 (0.0)	25.0 (0.0)	50.0 (0.2)	75.0 (0.3)	0 (0.0)	53.2 (9.1)	106.4 (18.3)	159.6 (27.4)
300	0.0 (0.0)	25.0 (0.0)	50.0 (0.0)	75.0 (0.1)	0 (0.0)	53.2 (9.0)	106.4 (17.8)	159.6 (26.8)

표 3. 가선계의 평균강성값 변화

( )는 편차

	변위(mm)			접촉력(N)		
	$K_0 (N/mm)$			$K_0 (N/mm)$		
속도(Km/hr)	1000	2000	3000	1000	2000	3000
100	53.8 (0.6)	26.9 (0.3)	18.0 (0.2)	60.8 (19.7)	57.6 (10.0)	56.3 (6.8)
200	53.7 (0.2)	27 (0.1)	17.3 (0.1)	60.7 (19.3)	57.2 (9.8)	56.3 (6.6)
300	53.8 (0.1)	27 (0.0)	18 (0.0)	60.5 (19.3)	57.5 (9.7)	56.2 (6.5)

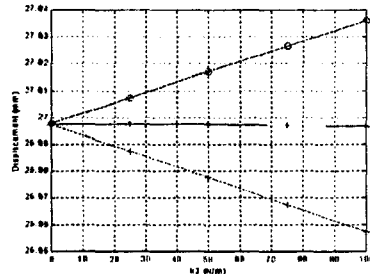
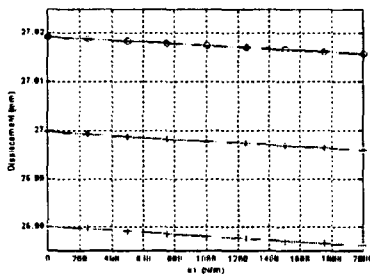


그림 6. 시변 강성값 변화에 따른 판토틀로그래프의 상하 변위

이상으로부터 스펠 길이와 드로퍼 간격에 따른 강성변화는 신간선의 경우 크게 문제시 되지 않는 설계변수로 설계되었음을 확인할 수 있다. 또한 이선 발생이 접촉력이 영임을 감안한다면 신간선은 접촉력이 항상 양이 되도록 설계되어 있음을 알 수 있다.

## 7. 결론

고속전철에서 가선계는 스패길이 변화와 드로퍼 간격의 변화에 따라 강성값이 변하는 특성을 갖고 있다. 이러한 강성변화는 집전계 모델링에서 강성이 시간에 따라 변화하는 Mathieu식이 되므로 설계변수 변화에 따른 응답의 안정성을 검토함과 동시에, 가선계와 판토히그래프의 상하 변위와 접촉력의 크기, 그리고 각각 편차가 작은 설계변수를 택하여야 한다.

본 연구에서는 신간선의 집전계 설계 변수를 대상으로 유한요소법에 의한 가선계의 강성 변화를 유도하고, 강체가선계, 강성 변화가 있는 탄성가선계, 시변 강성 1자유도 집전계에 대해 이론해석을 하였고, 2자유도 집전계를 수치해석하였다. 강체가선계 해석에서 속도 빨라지면 강체선의 굴곡이 허용되지 않으므로 고속전철에서는 탄성가선계가 쓰일 수 밖에 없음을 증명하였고, 탄성가선계 해석에서는 가선계의 평균 강성값에 따른 가선계의 1차 공진값이 중요 설계 변수임을 확인할 수 있었다. 또한, 1자유도 시변 강성 집전계 모델 해석에서는 스패 길이와 강성 변화량이 중요 설계 변수임을 확인할 수 있었다. 실제 가선계의 설계변수는 Mathieu식의 안정, 불안정 판별과 관련되는 평균 강성값과 강성 변화량이 안정영역에 있으므로 안정성은 큰 문제가 되지 않음을 확인할 수 있었다. 또한 2자유도 판토히그래프 모델에 스패 길이와 드로퍼 간격에 따른 집전계의 강성변화에 의한 판토히그래프의 변위와 접촉력을 수치적으로 해석한 결과, 신간선에서는 안정적인 설계변수를 택하고 있음을 확인할 수 있었다.

고속전철에서 집전계의 동특성은 고속전철의 최고 속도와 안전운행과 관련된 문제로서 판토히그래프에서 조인트 마찰과 대변형에 의한 비선형성 등 보다 많은 연구가 필요한 분야이며 이러한 연구는 실험 결과와 비교 검토하되 동역학적 이해를 바탕으로 해야할 것이다.

## 참고문헌

1. 眞鍋克士, 1989, “架線パンダグラフ系の運動”, Japanese Railway Research Review, pp. 16~18.
2. 정대현, 최연선, 1991, “고속전철 Catenary/Pantograph계의 동적응답에 대한 수치해석,” 성균관대학교 과학기술연구소, 성대논문집(과학기술편), Vol. 42, No. 1, pp. 377~390.
3. S. Levy, J. Bain, and E. Leclerc, 1968, “Railway Overhead Contact Systems, Catenary-Pantograph Dynamics for Power collection at High-speeds,” Journal of Engineering for Industry, pp. 692~700.
4. 최연선, 1988, “고속전철용 집전계의 설계변수 해석,” 대한기계학회논문집 A, Vol. 22, No. 6, pp. 1002-1008.
5. W. Seering K. Armbruster, C. Vesely, and D. Wormley, 1991, “Experimental and Analytical Study of Pantograph Dynamics,” Journal of Dynamics, Systems, Measurement and Control, Vol. 113, pp. 242-247.
6. L. Meirovich, 1970, Methods of Analytical Dynamics, McGraw-Hill, Inc., New York.
7. T. Wu and M. Brennan, 1999, “Dynamic Stiffness of a Railway Overhead Wire System and Its Effect on Pantograph Catenary System Dynamics,” Journal of Sound and Vibration, Vol. 219, No. 3, pp. 483-502.