

# 온도하중을 고려한 장대레일 궤도의 3차원 좌굴 거동

## Three Dimensional Buckling Analysis of Continuous Welded Rail Track Under Thermal Load

강준석\*  
Kang, Jun Suk

임남형\*\*  
Lim, Nam Hyung

양신추\*\*\*  
Yang, Sin-Chu

강영종\*\*\*\*  
Kang, Young Jong

### ABSTRACT

For many decades, the railway was constructed using tracks with jointed rails of relatively short lengths. The joints cause many drawbacks in the track and lead to significant maintenance cost. so, railroad engineers became interested in eliminating joints. Continuous welded rail(CWR) track has many advantages over the conventional jointed-rail track. but, in the case of the elimination of rail joints, it may cause the track to be suddenly buckled laterally by thermal loads. In this paper, firstly, 3-D CWR track model and CWRB program exactly considering the influence of tie are developed for linear static and buckling analysis using finite element method. Characteristics of CWR track model are using 7-dof's beam element as rail, Offset technic exactly considering centroid axes difference of track components(rail, rail-pad-fastener, tie), and Thermal gradient considering thermal difference of top flange and bottom flange in rail section.. second,, Through the static and linear buckling analysis by CWRB, Influences of various track components ( rail, ballast, fastener, tie and so on..) on CWR track behavior and stability was characterized.

### 요 지

수십년동안 철도는 비교적 짧은 길이의 레일을 신축이음을 두고 연결한 궤도로 건설되었다. 신축 이음은 궤도에 손상과 유지비 증가등의 많은 단점들을 유발시켰다. 그래서 철도 기술자들은 신축이음부를 제거하는데 관심을 가지게 되었다. 장대레일 궤도는 기존의 레일에비해 많은 잇점들을 가지게 되었지만, 온도에 의한 갑작스런 횡방향 좌굴이라는 새로운 문제를 야기시켰다. 본 연구에서는 우선 침목의 영향을 정확히 고려한 장대 레일 궤도의 3차원 해석 모델과 해석 프로그램을 유한 요소법을 사용하여 개발하여 선형 정적 해석 및 좌굴 해석을 수행할 수 있도록 하였다. 개발된 해석 모델의 특징은 레일요소로 7자유도의 보요소를 사용한것과 궤도 구성요소의 도심축의 차이를 정확히 고려한 옵셋기법의 사용, 그리고 레일 단면내의 온도 구배를 고려한 것이다. 다음으로, CWRB에 의한 선형 정적해석 및 좌굴해석을 통해, 장대레일 궤도의 거동 및 안정성에 대한 다양한 궤도 구성요소들(레일, 도상, 체결재, 침목 등..)의 영향을 고찰하였다.

핵심 용어: 장대레일, 궤도, 좌굴

Keywords: Continuous Welded Rail, Track, Buckling

\* 현대건설 잠실대교 현장

\*\* 정희원, 고려대학교 토목환경공학과, 박사과정

\*\*\* 한국철도기술연구원, 책임연구원

\*\*\*\* 정희원, 고려대학교 토목환경공학과, 교수

## 1. 서론

수십년동안 철도는 비교적 짧은 길이의 레일을 신축이음을 두고 연결한 궤도로 건설되었다. 신축 이음은 궤도에 손상과 유지비 증가등의 많은 단점들을 유발시켰다. 그래서 철도 기술자들은 신축이음부를 제거하는데 관심을 가지게 되었다. 신축이음을 제거하는 대신 서로 연속적으로 용접, 연결되어있는 CWR(Continuous Welded Rail)궤도 구조를 많이 사용하고 있다.(이종득, 1994 ; C. Esveld,1989) 장대레일 궤도는 기존의 레일에 비해 많은 장점들을 가지게 되었지만, 온도에 의한 갑작스런 횡방향 좌굴이라는 새로운 문제를 야기시켰다. 따라서 장대레일 궤도의 안정성 확보를 위한 이론적인 접근과 실험( David and Sundaramoorthy,1975; C. Esveld,1989)들이 활발히 진행되고 있으나 국내에서는 아직 이 연구에 대해서는 미비한 상태이다.

본 연구에서는 장대레일 궤도의 안정성 확보를 위한 정확한 거동 특성 파악을위해 레일의 요소는 뒨(Warping)을 고려하여 한 절점당 7개의 자유도를 가지며, 침목요소는 절점당 6개의 자유도를 가지는 탄성 지지된 보요소 (BEAM ON ELASTIC FOUNDATION)를 사용하였고, 패드와 체결재에 의한 레일과 침목과의 연결 상태는 강결이 아니며 유한한 회전 변위를 허용하는 탄성 체결로 볼 수 있으므로 레일-패드-체결재 시스템은 두 개의 NODE를 가지는 길이가 없는 6자유도의 요소로 모델링하여, 장대레일 궤도의 침목, 체결재를 정확히 모사한 3차원 해석 모델을 개발하였고, 유한 요소 정식화 과정을 거쳐 레일의 좌굴해석 프로그램인 CWRB를 개발하였다. 개발된 해석 프로그램(CWRB)의 특징은 레일요소로 7자유도의 보요소를 사용한것과 궤도 구성요소의 도심축의 차이를 정확히 고려한 육섯기법의 사용, 그리고 레일 단면내의 온도 구배를 고려한 것이다. 또한 개발된 프로그램은 궤도 정적 거동 및 좌굴 강도에대한 레일-패드-체결재의 강성, 도상과 침목의 저항(횡방향, 수직방향, 종방향), 그리고 초기결합의 영향을 정확하게 고려할 수 있다.

본 연구에서는 CWRB에 의한 선형 정적해석 및 좌굴해석을 통해, 장대레일 궤도의 거동 및 안정성에대한 다양한 궤도 구성요소들(레일, 도상, 체결재,침목 등..)의 영향을 고찰하여, 장대레일 궤도의 3차원 좌굴거동을 정확히 모사하였다.

## 2. 선행된 연구 성과

구조물의 레일의 실제 좌굴은 수직, 횡방향, 비틀림 모드의 아주 복잡한 상호작용에 의해 생기는 것으로 여겨진다. 그러나 분석이 용이하도록 수직면 또는 수평면으로 제한하여 연구하는 것이 대부분인데, 수직면 분석으로 Kerr(1972)가 트랙 구조물을 선형 탄성 기초 위에 단단한 지반 위에 얹혀진 I-Beam으로 이상화시켰다. 다음으로 횡방향면 분석인데, 대표적으로 Kerr(1976)는 횡방향으로의 트랙 좌굴을 상세하게 모델링, 연구하면서 그는 기존의 레일-침목 구조물을 축방향 변형과 휨을 갖는 두개의 분리된 레일 들로 구성된 동등한 트랙 빔(track beam)으로 대체하였으나, 다음과 같은 단점을 내포하고 있었다. 첫째로, 평면은 변형후에도 평면을 유지한다는 기존의 가정, 둘째로 레일의 회전에 대한 침목의 저항을 무시한 것, 셋째로 침목의 휘기 쉬운 어떤 탄력성을 비고려한 것, 넷째로 일정한 지반의 축방향, 횡방향 저항력의 사용 등이다.

레일과 침목의 영향을 고려한 프레임 모델은 보 모델이 가지는 많은 제약성(레일 중립온도차이 미고려, 침목의 정확한 저항 미고려 등..)을 보완할수 있어 장대레일 궤도의 정확한 거동특성 파악에 보다 더 근접할 수 있다. 이에 대한 최근의 연구는 M. S. Ramesh(1985)와 M. S. Ramesh and J. E. Jackson(1988) 에 의해 이루어 졌으나, 도상의 수직 저항을 고려하지 않았고, 레일-패드-체결재 시스템에 의한 종방향 저항이 무시되었고, 두 레일의 온도차를 고려할수 없으며 특히 궤도 끝단의 저항(Longitudinal Boundary Condition)을 고려하지 않았다.

이때까지 지적인 모든 단점들에 더하여, 모든 분석적인 연구들은 한결같이 트랙의 최종적인 좌굴 모양에 대하여 언급함이 없으며 어느 몇 가지의 가능한 모양으로 좌굴이 일어난다는 전체에 기초를 두고 수행되어졌다는 것이다.

## 3. 장대레일 궤도의 3차원 해석 모델

### 3.1 전체 해석 모델

궤도는 그림 1과 같이 레일, 침목, 패드 그리고 체결구 등으로 구성되어 도상위에 놓이게된다.

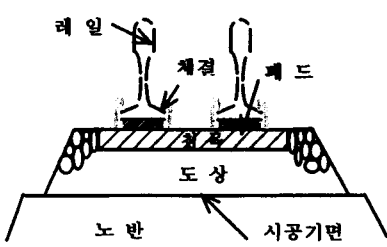


그림 1. 일반적 궤도 구조

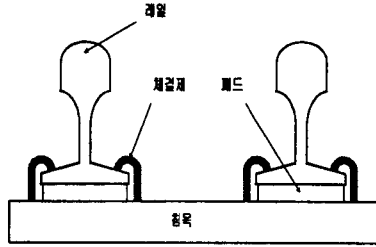


그림 2. CWR의 전체 해석 모델

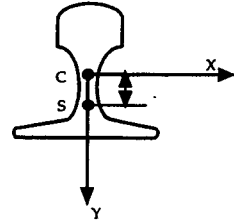


그림 3. 레일 단면의 좌표계

본 연구에서는 장대레일 궤도구조를 그림 2와 같이 모델링하였다. 각각의 궤도 구성 요소들은 유한요소 정식화 과정을 거치며 레일의 보요소는 와핑을 고려하여 절점당 7개의 자유도를 갖게되며 레일-패드-체결재 구조는 레일과 침목의 탄성 연결을 모사하며 절점당 6개의 자유도를 갖는다. 그리고 침목의 보요소는 Winkler Foundation 이론을 기본으로 하며 절점당 6개의 자유도를 갖는다. 그리고, 유한 요소 해석의 편의를 도모하기 위하여 각각 3개의 절점(레일, 레일-패드-체결재, 침목)을 레일의 절점으로 일치시키는 OFFSET 방법을 사용한다. 도상과 침목사이의 저항력과 레일 체결구의 강성은 완전 탄소성 거동을 보이나 본 연구에서 전반적인 궤도의 3차원 거동특성을 고찰하고자 완전 탄성거동을 하는 것으로 가정하였다.

### 3.2 레일

레일의 단면을 I형 단면으로 이상화시키고 와핑을 고려한 절점당 7자유도의 보요소로 개발하였고, 변형률과 변위의 관계는 Green-Lagrangian Strain Tensor를 사용하였고, 기본적인 좌표계는 Principal Central Coordinate와 Principal Sectorial Coordinate를 사용한다. 레일의 단면은 원래형상을 유지한다는 기본가정과 Euler-Bernoulli Hypothesis으로부터 레일 단면의 전체 변위장을 구할 수 있다.

$$u = u_0 - (y - y_0)\theta - \frac{1}{2}x\theta^2 \quad (1a)$$

$$v = v_0 + x\theta - (y - y_0)\frac{1}{2}\theta^2 \quad (1b)$$

$$w = w_c - xu_0' - yv_0' - w_0\theta' - xv_0'\theta + yu_0'\theta \quad (1c)$$

여기서,  $y_0$ 는 도심으로부터 측정된 전단중심의 좌표이고,  $u_0, v_0$ 는 전단중심에서의 X,Y 방향의 변위,  $w_c$ 는 도심에서의 종방향 변위 성분,  $w_0$ 는 와핑 함수, 그리고  $\theta$ 는 축방향(Z)에 대한 단면의 회전을 나타낸다.(그림 3참조)

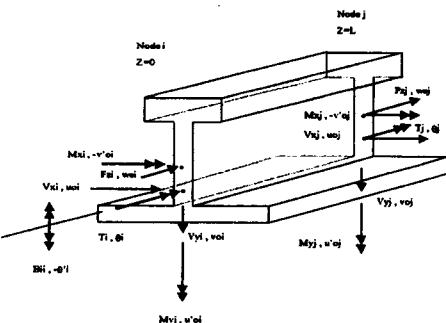


그림 4. 레일의 단면력

지반위에 놓인 보요소를 개발하였다. 침목

레일 요소의 응력에 관계된 선형 단면력들을 다음과 같이 정의한다.(그림 4 참조)

$$F_z = \int_A \sigma_x dA, \quad M_x = \int_A \sigma_y y dA, \quad M_y = - \int_A \sigma_x x dA, \quad B_i = \int_A \sigma_x x y dA, \quad T_{sv} = \int_A \left[ -\tau_{xz} \left( (y - y_0) + \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + \tau_{yx} \left( x - \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) \right] dA \quad (2)$$

여기에서,  $F_z, M_x, M_y, B_i$ 는 각각 축력, x축에 관한 모멘트, y축에 관한 모멘트 그리고 Bimoment이다.  $T_{sv}$ 는 순수 비틀림 모멘트이다.

### 3.3 침목

침목 요소는 절점당 6개의 자유도를 갖으며 탄성 요소의 개발시 레일의 기본 가정을 사용하였고,

Winkler Foundation 이론을 적용한다. 변형률과 변위의 관계는 Green-Lagrangian Strain Tensor 를 사용한다. 기본적인 좌표계는 Principal Central Coordinate를 사용한다. 그림 5의 침목 요소의 응력에 관계된 선형 단면력들을 다음과 같이 정의한다.

$$F_z = \int_A \sigma_z dA, M_x = \int_A \sigma_z y dA, M_y = - \int_A \sigma_z x dA, T = \int_A [-\tau_{xz}(y) + \tau_{yx}(x)] dA \quad (3)$$

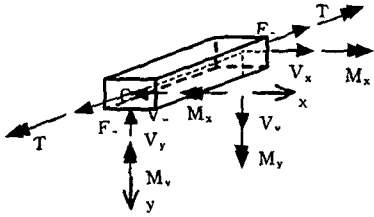


그림 5. 침목 단면의 단면력

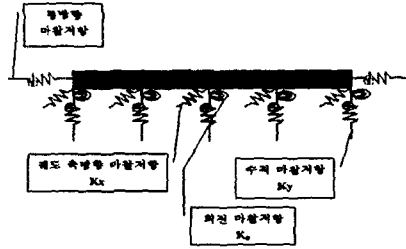


그림 6. 탄성지반

여기서,  $F_z, M_x, M_y, T_{sv}$ 는 각각 축력, x축 모멘트, y축 모멘트, 순수 비틀림 모멘트 이다.

### 3.4 레일-패드-체결재

레일-패드-체결재 요소는 레일과 침목의 탄성 연결을 모사한다. 레일-패드-체결재 요소는 두 개의 절점을 지나 길이가 없는 요소로 형성되며 절점당 6개의 자유도를 가지며 이는 전체 좌표계와 일치한다. (그림 7)

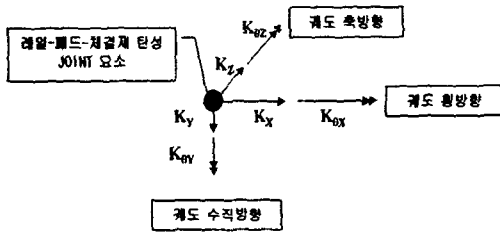


그림 7. RPF 시스템

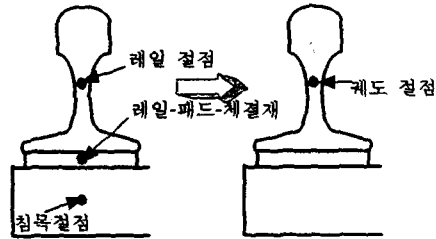


그림 8. 궤도 구성요소들의 절점과 해석 모델의 통합 절점

### 3.5 오프셋(OFFSET)

장대레일 궤도를 구성하는 각각의 구성 요소들의 절점들은 그림 3과 같이 서로 다르다. 유한 요소 해석의 편의를 도모하기 위하여 그림 8의 오른쪽 그림처럼 각각 3개의 절점(레일, 레일-패드-체결재, 침목)을 레일의 절점으로 일치시키는 OFFSET 방법을 사용한다. 전체 좌표계에 대한 선형 강성 행렬은 변환행렬을 이용하여 침목과 레일-패드-체결재 강성을 레일 절점에 일치시키므로서 구할수있다.

### 3.6 온도구배

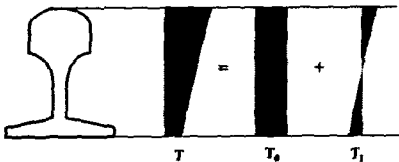


그림 9. 레일단면의 온도구배

레일 단면의 두부와 저부에는 자기 다른 온도 분포를 보일 수 있으므로 그림 9와 같이 단면내 선형 분포로 가정하면 식 (4), 식(5)와 같은 온도장과 변형을 성분을 구할수있다.

$$T = T_0 + T_1 y, \quad (4)$$

$$\epsilon_T = \alpha T = \alpha T_0 + \alpha T_1 y, \quad (5)$$

여기서,  $T_0, T_1, \alpha$ 는 각각 레일 단면내 균일한 온도장, 레일 단면내 경사 온도장, 레일의 열팽창 계수를 나타낸다. 온도장의 경사를 고려하게 되면 온도 변화에 따른 레일 단면의 축력분포 뿐 아니라 레일 단면의 강축(major axis)에 대한 모멘트 분포가 발생되게 된다

### 3.7 유한요소 정식화

전체 포텐셜 에너지의 최소법칙으로부터 레일과 침목의 선형지배미분방정식을 구하고, 형상함수로 선형지배미분방정식의 재차해를 사용하고, 레일-패드-체결재 요소의 변위장은 선형으로 가정하여 형상함수를 구했다. 각 요소를 유한요소정식화를 통해 다음과 같은 강성행렬을 얻을 수 있다.

$$K_{ij} = \int_L \{ (EA)N_{1i}'N_{1j}' + (EI_y)N_{2i}''N_{2j}'' + (EI_z)N_{3i}''N_{3j}'' + (EI_w)N_{4i}''N_{4j}'' + (GK_T)N_{4i}'N_{4j}' \} dz \quad (6) \quad f_{Ti} = \int_L \{ (EA\alpha T_0)N_{1i}' - (EI_z\alpha T_1)N_{3i}'' \} dz \quad (7)$$

$$\delta d_i K_{ij}^G dj = \delta d_i \int_L M_{1i} N_{1i}' N_{1j}' + N_{1i} N_{1j}' dz + \delta d_i \int_L M_{2i} N_{2i}'' N_{2j}'' + N_{2i} N_{2j}'' dz + \delta d_i \int_L F_{1i} y_0 N_{2i} N_{2j}' + y_0 N_{2i} N_{2j}' + N_{2i} N_{2j}' + N_{3i} N_{3j}' dz + \delta d_i \int_L [r_0^2 F_{2i} + \beta_y M_{2i}] N_{4i} N_{4j}' dz \quad (8)$$

$$K_{ij}^{RPF} = EA \int_L N_{1i}' N_{1j}' dz + EI_x \int_L N_{3i}'' N_{3j}'' dz + k_y \int_L N_{3i} N_{3j} dz + EI_y \int_L N_{2i}'' N_{2j}'' dz + k_x \int_L N_{2i} N_{2j} dz + GK_T \int_L N_{4i}' N_{4j}' dz + k_\theta \int_L N_{4i} N_{4j} dz \quad (9)$$

[K<sub>ij</sub><sup>RPF</sup>] = 는 부록 참고 (10)

여기서, 식 (6),(7),(8),(9),(10)은 각각 레일의 선형강성행렬, 온도경사를 고려한 온도하중벡터, 레일의 기하강성행렬, 침목의 선형강성행렬, RPF의 선형강성행렬을 나타낸다.

### 4. 프로그램(CWRB)의 특징 및 검증

범용 프로그램과 비교하여 본 CWRB 프로그램의 특징은 다음과 같다.

- (1) 휨-비틀림 거동의 정확한 모사를 위해 레일을 뒀(Wrapping)을 고려한 7자유도 보요소를 사용.
- (2) 레일-패드-체결재가 6자유도를 가지는 요소로서 레일과 침목의 탄성체결을 정확하게 모사.
- (3) 침목요소로 탄성지지원 보요소(Beam on Elastic Foundation)을 사용하여 도상과 침목의 저항 특성을 모사하였고, 침목의 회전저항도 고려하였다.
- (4) Euler 좌굴 거동뿐만 아니라, 휨-비틀림 좌굴 거동의 분석이 가능하다.
- (5) 레일의 상하부 플랜지의 온도구배를 고려할 수 있어 레일의 온도좌굴을 정확히 모사할수있다.
- (6) offset 효과를 고려하여 궤도의 요소별 위치를 정확히 모사하였다.
- (7) 궤도의 경계조건(End Stiffness)의 변화가 가능하다.

본 프로그램 결과의 정확도와 수렴성을 조사하기 위하여 지간길이가 100cm인 2축 대칭 단면의 압축력에 의한 Euler 좌굴하중값과 모멘트에 의한 임계좌굴하중의 이론값과의 비교를 수행하였다.

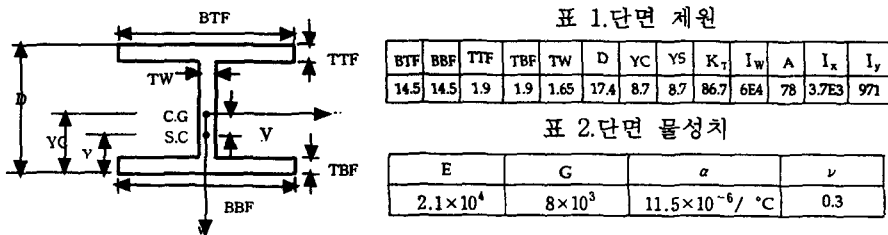


그림 10. 검증에 사용된 단면 (단위 cm)

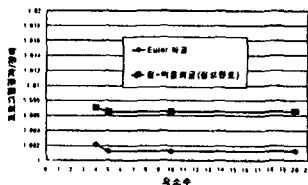


그림 11 프로그램의 정확성 및 수렴도

그림 11은 압축력에 의한 Euler 좌굴해석과 정모멘트, 부모멘트에 의한 휨-비틀림 좌굴해석의 정해와 각각의 경우에 프로그램을 수행하여 나온 좌굴값을 비교하여 그 비를 그래프로 나타낸 것이다. 보의 요소숫자를 늘려가면 거의 정해와 같은 값을 가짐을 알 수 있다.

### 5. 선형해석 및 좌굴해석

#### 5.1 해석에 사용된 궤도 제원

레일은 KS 60KG 단면을 I형보로 이상화하였다. 레일과 침목의 제원은 표 1에서 표5와 같다. 본 논문의 수치해석은 아래 단면을 사용하였다

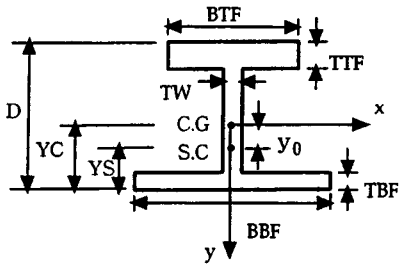


그림 12. KS 60KG 레일을 이상화한 단면

표 3. 단면제원

BTF	BBF	TTF	TBF	TW	D	YC	YS	$K_T$	$I_w$	A	$I_x$	$I_y$
cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	$cm^4$	$cm^6$	$cm^2$	$cm^4$	$cm^4$
6.5	14.5	4.2	1.9	1.65	17.4	7.78	3.3	210.6	16506	77.5	3090	512

표 2. 단면상수

표 3. 단면 물성치

E	G	$\alpha$	$\nu$
$KN/cm^2$	$KN/cm^2$	$/ ^\circ C$	
$2.1 \times 10^4$	$8 \times 10^3$	$11.5 \times 10^{-6}$	0.

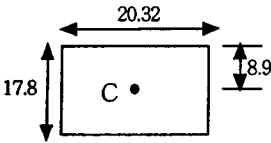


그림 13. 침목 단면

표 4. 침목단면제원 및 물성치

A	$I_x$	$I_y$	E
$cm^2$	$cm^4$	$cm^4$	$KN/cm^2$
361.3	9518	12431.6	$1.23 \times 10^3$

표 5. 기타 궤도 제원

궤도길이(m)	궤간(cm)	침목간격(cm)
200.152	143.5	50.8

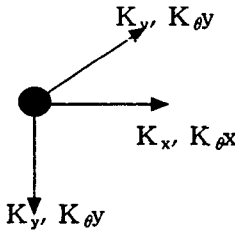
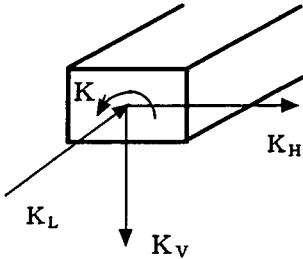


표 6. RPF 저항계수

$K_x$	$K_y$	$K_z$	$K_{\phi x}$	$K_{\phi y}$	$K_{\phi z}$
$KN/cm$			$KN-cm/rad$		
263.02	350.69	52.6	16630	16630	16630

그림 14. 침목의 도상저항 계수    그림 15. R-P-F 시스템 좌표계

침목의 도상 저항계수는 횡방향 ( $K_L = 15.2 \text{ kN/cm}$ ), 종방향 계수 ( $= K_H 4.86 \text{ kN/cm}$ ), 수직방향 ( $K_V = 357.632 \text{ kN/cm}$ ), 침목의 지반에 대한 회전저항 ( $K_\phi = 85.74 \text{ kN/rad}$ )의 값을 사용하였다. (그림 15 참조) 이 값은 미첼도국(AAR)의 실험자료로서, 소성분기점이 고려된 값이다. 회전저항은 다음과 같이 산출하였다.  $K_\phi = 1/12 C^2 K_V = 1/12 \times 20.32^2 \times 2.492 = 85.746 \text{ KN/rad}$ , C= 침목의 폭

### 5.2 선형정적해석 및 좌굴해석

선형 정적 해석은 궤도 좌굴에 가장 큰 하중요소인 축력을 중심으로 해석을 수행하였고, 본 프로그램(CWRB)의 특징인 End stiffness의 변화, 온도구배(두부온도에 대한 저부온도의 비), Offset, 수직방향 강성에 따른 축력 분포의 변화를 고찰하였다.

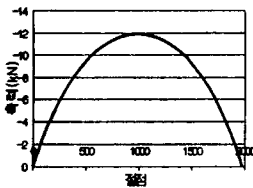


그림 16 장대레일궤도의 축력분포(건구간)

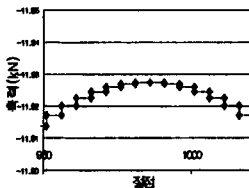


그림 17 장대레일궤도의 축력분포(중앙부위)

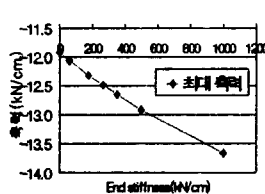


그림 18 End stiffness 증가에 따른 최대축력 변화

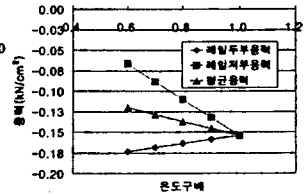


그림 19 온도구배에 따른 용력 변화

궤도 길이는 200.152m이고, 일반적 거동을 고찰하기 위해 경계조건은 양단을 자유단으로 놓고 해석을 수행하였고, 좌굴해석은 End stiffness의 영향을 고려한 경우를 제외하고는 양단을 고정단으로 놓고 좌굴해석을 수행하였다. 하중은 온도하중만을 고려하였다.

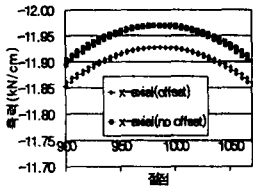


그림 20 Offset에 의한 축력변화

그림16,17에서 알수있듯이 축력은 궤도 중앙부위에서 가장크며 끝단으로 갈수록 작아지며, 침목위치에서는 힘의 변곡점이 발생한다. 그림18은 가 커질수록 축력이 증가함을 나타내고, 온도구배증가시 단면내 축력감소로 응력이 감소함을 알 수 있다. 이를통해 좌굴온도 증가를 예상할수있다. 다음은 좌굴해석결과인데, 그림 21은 궤도좌굴에 가장중요한 요소인, 횡저항력증가에따라 좌굴강도가 급격히 증가함을 알 수 있다. 그림 22는 End stiffness가 증가되면 축력의 증가로 좌굴강도는 감소됨을 나타낸다.

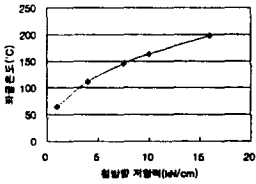


그림 21 횡저항력변화에따른 좌굴온도변화

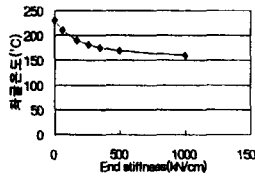


그림 22 End Stiffness, 변화에따른 좌굴온도변화

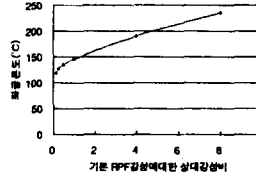


그림 23 RPF 강성변화에따른 좌굴온도변화

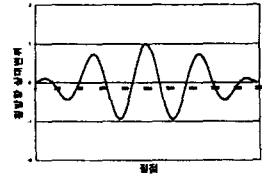


그림 24 RPF강성이 무한대일 때 좌굴모드

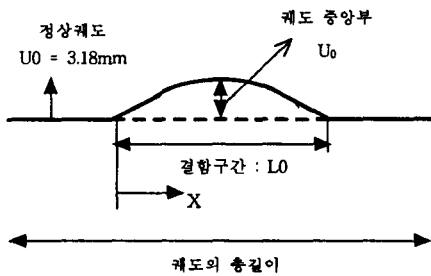


그림 25. 불균일한 횡방향 저항력

RPF 강성증가는 레일과 침목의 일체저동능력을 향상시키므로 좌굴온도의 증가를 가져오고(그림 23), 무한히 큰 강성의 경우 좌굴모드는 유한한 강성의 좌굴모드에 비해 그림 24처럼 단순한 형상을 가진다(그림 28과 비교).

횡저항력의 초기결합은 시공상의 오차로 완벽한 직선 레일을 형성하지 못하는 경우 또는 궤도 전구간에 일률적인 횡방향 저항력, 즉 일률적인 소성 분기점(U0)을 확보하기 못한 경우를 모사한다. 본 연구에서는 후자의 경우를 고려하였다. 불균일한 소성 분기점을 궤도 중앙부에

결쳐 식 (11)과 같이 sin함수로 가정하였다.

$$U_i = U_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot X}{L_0}\right), \quad U_i, U_0 ; \text{소성 분기점, 중앙부 소성 분기점} \quad (11)$$

그림 26,27에서 보면 초기결합구간길이가와 소성분기점이 증가함에따라 좌굴온도가 감소하여, 궤도의 안정성에 손상을 줌을 알 수 있다(참고로 정상궤도의 좌굴온도는 145.6 °C이다). 그림 28의 좌굴모드를보면 초기결합시 결합부위에 급격한 변위가 발생함을 알수있다.

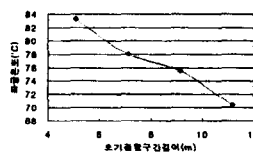


그림 26 초기결합구간길이에따른 좌굴온도변화

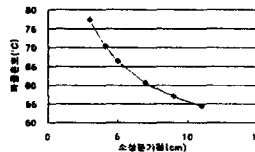


그림 27 소성분기점증가에따른 좌굴온도변화

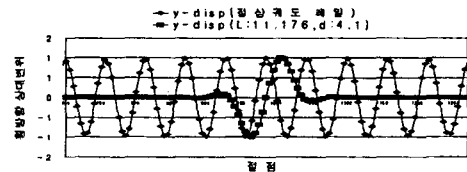


그림 28 횡저항력 초기결합시의 좌굴모드(중앙부위)

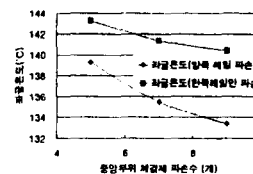


그림 29 체결체파손수에따른 좌굴온도변화

표 7. 온도구배가 좌굴온도에미치는 영향

온도구배 (두부/저부)	좌굴온도		평균좌굴온도 (두부+저부)/2
	두부	저부	
1/1	145.60	145.60	145.60
1/0.9	153.90	138.51	146.205
1/0.8	163.00	130.40	146.70
1/0.7	173.40	121.38	147.39
1/0.6	185.10	111.06	148.08
0.8/1	128.48	160.60	144.54

표 8. 수직강성이 좌굴온도에미치는 영향

수직저항력 kN/cm <sup>2</sup>	좌굴온도 (°C)	
	온도구배 1/1	온도구배 1/0.9
1.5	145.50	146.015
2.492	145.60	146.205
5	145.80	146.30
7	145.80	146.395

궤도 결함중 체결재파손 또한 좌굴온도에 큰 영향을 끼친다. 그림 29를 보면 파손수 증가에 따라 좌굴온도가 급격히 감소함을 알 수 있다. 또한 온도구배증가시 단면내 응력감소로인해 좌굴온도를 증가시키고, 수직강성도 온도구배가 존재할경우에는 미미하나 좌굴온도에 영향을 끼친다.(표7,8)

## 6. 결론

본 연구에서는 장대레일 궤도의 안정성 확보를 위한 정확한 거동 특성 파악을위해 장대레일 궤도의 침목, 체결제를 정확히 모사한 3차원 해석 모델을 개발하였고, 유한 요소 정식화 과정을 거쳐 레일의 좌굴해석 프로그램인 CWRB를 개발하였다. 이를 통해 장대레일 궤도 구조의 3차원 적 거동에 대한 정확한 해석이 가능하다. 본 연구를 통해 얻은 결론을 정리하면 다음과 같다.

1. 7자유도 레일요소, 침목의 영향 그리고 수직 방향 강성등을 고려한 3차원 해석으로 복잡한 장대레일 궤도의 거동을 자세히 모사할 수 있었다. .
2. End stiffness의 변화와 체결재 강성의 변화를 고려할수 있어 End stiffness가 증가할수록 궤도 좌굴온도는 낮아지고, 체결재 강성이 증가할수록 궤도 좌굴온도는 큰폭으로 커짐을 알수있었다.
3. 레일 단면내 온도구배를 고려함으로써 궤도의 축력분포 및 좌굴온도에 변화가 일어남을 통해서, 정확한 궤도 좌굴 해석을 위해서는 온도 구배를 고려해야 함을 알수있었다.
4. 궤도 구성요소의 도심의 차이를 정확히 고려하는 Offset 기법을 사용하면, 궤도의 축력분포 및 좌굴온도에 변화가 일어남을 통해서 궤도 구성요소의 단면내 정확한 위치를 고려한 해석이 중요 함을 알 수 있었다.
5. 횡방향 저항력의 초기결함과 체결재 파손등 궤도 좌굴온도에 큰 손실을 끼치는 결함상태를 정확히 모사할 수 있었다.

## 감사의 글

본 논문은 한국 철도 기술 연구원에서 수행한 선로 구축물 엔지니어링 기술 개발 과제의 위탁 연구 지원으로 수행되었으며, 이에 감사 드립니다.

## 참고 문헌

- 1) 이종득(1994) 철도 공학, 노혜 출판사
- 2) David W. Murray & Sundaramoorthy Rajasekaran(1975) Technique for formulating Beam Equations, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.101, No.5, pp561 ~ 573
- 3) G. Samavedam(1979) Buckling and Post Buckling Analysis of CWR in the Lateral Plane, Technical Note TN-TS-34,British Railways Board, R&D Division
- 4) G. Samavedam, A. Kish, D. jeong(1983) Parametric Studies On Lateral Stability of Welded Rail Track, FRA, Report DOT/FRA/ORD-83/07
- 5) M. S. Ramesh(1985) A Nonlinear Finite Element Approach to the Analysis of Lateral Thermal and Mechanical Buckling of Railroad Tracks, Master Thesis, Graduate School of Clemon University
- 6) J. E. Jackson, N. R. Bauld , M. S. Ramesh and S.C. Menon(1988) A Superelement for Lateral Track Deformation, Applied Mechnics Rail Transportation Symposium

## 부록

$$[K_{ij}^{RPF}] = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{\theta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{\theta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\phi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{\phi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\psi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{\psi} & 0 \\ -k_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_{\theta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\theta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{\phi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\phi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{\psi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\psi} & 0 \end{bmatrix}$$