

일축 대칭 I 형 보의 모멘트 구배계수에 대한 연구

A Study on the Moment Gradient Factor of Mono-symmetric I Beam

김 윤 종* 임 남 형** 박 남 회** 강 영 종***
Kim, Yoon-Jong Lim, Nam-Hyung Park, Nam-Hoi Kang, Young-Jong

ABSTRACT

In this study, 7 dof (Including warping) beam element was developed to estimate the effects of wagner effects and load height effects on the lateral buckling strength of mono-symmetric I beam. Finite element buckling analysis of mono-symmetric I-shaped girders subjected to transverse loading applied at different heights on the cross-section were conducted. Linear moment gradient were considered, too. In these cases, girders are subjected to both single-curvature and Reverse-curvature bending. An applicability of current LRFD C_b on the mono-symmetric I beam was studied from the finite element results. The problems of current LRFD C_b occurring from load height effects and reverse curvature bending in unbraced length when applied on the mono-symmetric I beam were studied. Solutions to these problems are also presented.

요 지

본 연구에서는 절점당 7자유도(뒤틀림 자유도 포함)를 갖는 보요소를 개발하여, 와그너 효과(Wagner Effect) 및 하중고 효과(Load Height Effect)가 일축 대칭 I 형보의 횡좌굴 강도에 미치는 영향을 파악 하였다. 하중의 종류는 단면내 다양한 높이에 작용하는 횡방향 하중과 선형 모멘트 구배하중을 고려 하였으며, 이들 하중에 의한 비지지 길이내 단일곡률의 휨과 역의 곡률의 휨이 생길때의 좌굴해석을 수행 하였다. 현행 LRFD C_b 계수의 일축 대칭 I 형 보에의 적용성을 검토 하였으며, 하중고 효과(Load height effect) 및 비지지 길이내 역의 곡률(Reverse curvature bending) 발생시에 생기는 문제점들을 고찰해 보고, 해결방안을 제시 하였다.

* 현대건설 기술연구소 연구원
** 고려대학교 박사과정, 정회원
** 고려대학교 박사과정, 정회원
*** 고려대학교 교수, 정회원

1. 서론

I 형 거더의 휨-비틀림 좌굴은 임시적인 횡지지를 사용하는 시공단계에서 발생하기 쉬운 중요한 한계상태이다. 시방서 (AISC LRFD 1994) 에서는 단순 지지된 보에 등분포 모멘트가 작용할 때의 탄성 휨-좌굴 강도 식을 제시하고 있으며, 비지지 길이내 모멘트 분포가 구배를 가질 경우에는 이식에 모멘트 구배계수 C_b 를 적용하여 설계하도록 규정하고 있다.

휨-비틀림 좌굴강도는 하중의 종류 및 작용위치, 단면형태, 구속조건 등의 여러 가지 인자들에 의해 결정되며, 보다 합리적인 설계를 위해서는 이러한 인자들이 좌굴강도에 미치는 영향이 보다 면밀하게 파악 되어야 한다. 그 예로서, 단순 지지된 거더의 비지지 길이내에 횡방향 하중이 작용할 경우 좌굴강도는 하중의 전단중심에 대한 높이에 따라 증감하게 되는데, 이를 하중고 효과 (Load height effect) 라고 한다. 횡방향 하중이 전단중심 보다 아래에 작용할수록 좌굴 발생시 복원 모멘트가 발생하여 임계 좌굴 하중이 커지며, 전단중심 보다 위에 작용할 때는 단면의 비틀림을 증가시켜 임계 좌굴 하중의 감소를 초래한다. 지간이 짧거나 뒤틀림 강성이 큰 보의 경우, 하중고 효과는 횡좌굴강도에 상당히 큰영향을 미치게 된다.

일축 대칭 I 형보의 단면특성은 일축 대칭도 ($\rho = I_{yc} / I_y$) 로 정의 될 수 있으며, 이로 인해 횡 좌굴 발생시 와그너 효과 (Wagner effect) 가 좌굴강도에 영향을 주게된다. 역의 곡률을 발생시키는 모멘트가 비지지 길이내에 작용할 경우, 폭이 큰 플랜지와 작은 플랜지가 서로 다른 위치에서 동시에 압축을 받게 되고, 와그너 효과 와 모멘트 구배가 상호작용을 일으켜 좌굴거동은 이축대칭 단면과는 달리 매우 복잡한 양상을 띄게 됨을 예측 할 수 있다.

본 연구에서는 뒀을 포함한 절점당 7 자유도의 보요소를 개발 하였으며, 다양한 일축 대칭도 ($\rho = I_{yc} / I_y$)를 가지는 I 형보에 대해 선형 모멘트 구배 하중과 하중고를 고려한 횡방향 하중의 좌굴해석을 수행 하였다. 박판보의 기본이론에 의해 일축대칭 I 형보의 변위장을 구했으며, $\delta\Pi = \delta U + \delta V = 0$ 로 표현되는 전체 포텐셜 에너지 최소법칙에 의해 지배미분방정식을 구했다. 지배미분방정식의 재차해를 사용하여 보요소의 형상함수를 구성 하였으며, 횡방향 하중의 전단중심에 대한 offset 효과를 기하강성행렬에 반영 하였다.

수치해석 결과 선형 모멘트 구배에 의한 역의 곡률 발생시 현행 LRFD C_b 는 그릇된 값을 도출하며, 설계에 적용 될 수 없음이 판명 되었다. 따라서, C_b 의 일축대칭 단면에 대한 확장개념을 도입 하였으며, 와그너 효과의 영향을 LRFD C_b 에 반영하여 합리적인 설계가 되도록 하였다. 비지지 내의 횡방향 하중에 대해서는 보의 강성비와 하중높이의 함수로 구성된 계수를 곱함으로써, 하중고 효과에 의한 C_b 의 증감을 고려 할 수 있게 하였다. 이러한 관점들에서 볼 때, 본 연구결과는 다양한 하중을 받는 일축 대칭 I 형 거더의 보다 합리적이고 정확한 설계에 도움이 되리라 기대된다.

2. 프로그램 수치해석 결과

2.1 모멘트 구배계수 규정

AISC LRFD 1994에서 비지지 길이내 선형 및 비선형 모멘트 분포에 대하여 다음과 같은 C_b 를 제시하고 있으며, M_{max} , M_A , M_B , M_C 는 각각의 절대값을 사용한다.

$$C_b = \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad \text{식 1}$$

- M_{max} = 비지지 부분의 최대 모멘트 - M_A = 1/4 지점에 대한 모멘트

- M_B = 중앙점에 대한 모멘트 - M_C = 3/4 지점에 대한 모멘트

LRFD APPENDIX F에서는 $\rho > 0.9, \rho < 0.1$ 인 단면들에 대해서는 $C_b = 1$ 을 사용하도록 규정하고 있는데, 이는 T 형에 가까운 단면들의 좌굴거동은 $0.1 \leq \rho \leq 0.9$ 인 단면들에 비해 매우 복잡하기 때문이다. 수치해석에 의해 결정된 C_b 값은 $C_{b\ FEM} = \frac{M_{cr\ moment\ gradient}}{M_{cr\ uniform\ moment}}$ 로 정의되며, LRFD C_b 값과 비교, 검토를 실시 하였다. 해석에 사용된 예제단면의 일축 대칭도의 범위는 $0 \leq \rho \leq 1$ 로서 T 형보를 포함한 모든 범위를 고려 하였으며, [그림 1] 과 같이 다른 단면들의 치수는 고정 시키고 플랜지의 폭만을 변화 시켰다. ρ 와 $1 - \rho$ 인 단면은 상부 플랜지와 하부 플랜지가 서로 바뀔 관계를 갖는다. 보의 L/h (span-to-depth ratio) 는 비지지 길이의 실용성을 고려하여, 10, 15, 20, 25 로 선정 하였으며, 지점부의 뒹구속은 고려하지 않는다.

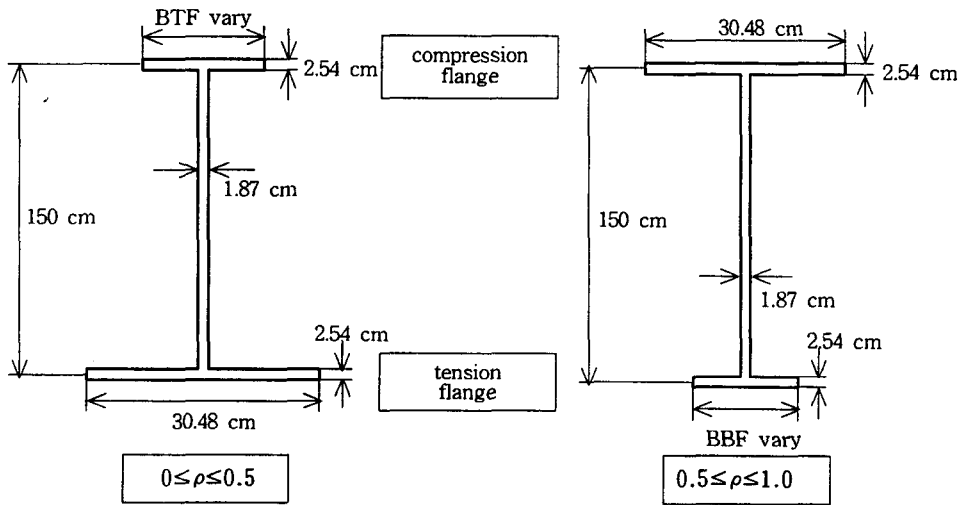


그림 1. 예제단면의 일축 대칭도 ρ

2.2 선형 모멘트 구배하중

비지지 길이내 선형 모멘트 구배가 발생하는 경우는 브레이싱 위치에 횡방향 하중 및 집중 모멘트가 작용 할 때로서, 이때 하중고 효과(Load Height Effect)는 발생하지 않는다. 모멘트 구배의 기울기에 따른 단부 모멘트비 β (=-1, 등분포 모멘트)의 범위는 $-1 \leq \beta \leq 1$ 이며, $-1 \leq \beta \leq 0$ 일때는 단일곡률의 휨(Single Curvature Bending), $0 \leq \beta \leq 1$ 일때는 역의 곡률의 휨(Reverse Curvature bending)이 발생한다. [그림 2] ($L_b/h=15$) 에서 LRFD C_b 는 $-1 \leq \beta \leq 0$ 일때는 $C_{b\ FEM}$ 과 잘 일치하나, $0 \leq \beta \leq 1$ 일때는 $\rho > 0.5$ 인 단면들에 대해 불안전 축의 값을 보임을 알 수 있다. 이러한 현상은 와그너 효과(Wagner effect)에 의한 비틀림 강성의 저하에 의한 것으로서, 비지지 길이 내에서 폭이 작은 플랜지가 압축을 받는 부위가 커질수록 임계좌굴 모멘트가 감소하기 때문이다.

역의 곡률 발생시 현행 LRFD C_b 는 그릇된 값을 도출하게 되므로, 본 연구에서는 다음과 같은 C_b 의 확장개념을 도입하였다. 비지지 길이내 역의 곡률 발생시 상부 플랜지와 하부 플랜지는 비지지 길이내 서로 다른 위치에서 동시에 압축을 받게 되며, 일축 대칭 I 형 단면의 경우 상부 플랜지와 하부 플랜지의 크기가 다르기 때문에, 임계 좌굴 모멘트(M_{cr})는 상부 플랜지에 압축을 일으키는 최대 모멘트($M_{cr\ Top}$)와 하부 플랜지에 압축을 일으키는 최대 모멘트($M_{cr\ Bot}$)를 동시에 고려해야 한다. 따라서, 다음과 같은 일축 대칭 I 형 보의 역의 곡률에 대한 C_b 조건을 제시 할 수 있다.

$$M_{cr Top} \leq C_b M_{0M Top}, \quad M_{cr Bot} \leq C_b M_{0M Bot}$$

식 2

$M_{0M top}$ 과 $M_{0M bot}$ 는 각각 상부 플랜지와 하부 플랜지를 압축 플랜지로 하여, 계산된 탄성 휨-좌굴 모멘트 이다. 각각의 ρ_{Top} , ρ_{Bot} 에 대하여, 2개의 C_b FEM 이 계산되며 이중에서 큰 값이 윗식을 만족하는 C_b 가 된다. [그림 3]에서 확장개념을 도입한 경우 $0.1 < \rho < 0.9$ 범위 내에서 C_b FEM 은 LRFD C_b 와 잘 일치하므로, 다음 식을 만족함으로써 와그너 효과에 의해 그릇된 LRFD C_b 값을 사용하는 것을 방지 할 수 있다. $\rho > 0.9$ 와 $\rho < 0.1$ 인 단면의 C_b FEM 은 $0.1 < \rho < 0.9$ 인 단면들에 비해 판이하게 다르므로, $C_b=1$ 을 사용하는 것이 안전하고 타당하다.

$$M_{cr} \leq C_b M_{0M Top}, \quad \beta M_{cr} \leq C_b M_{0M Bot}$$

식 3

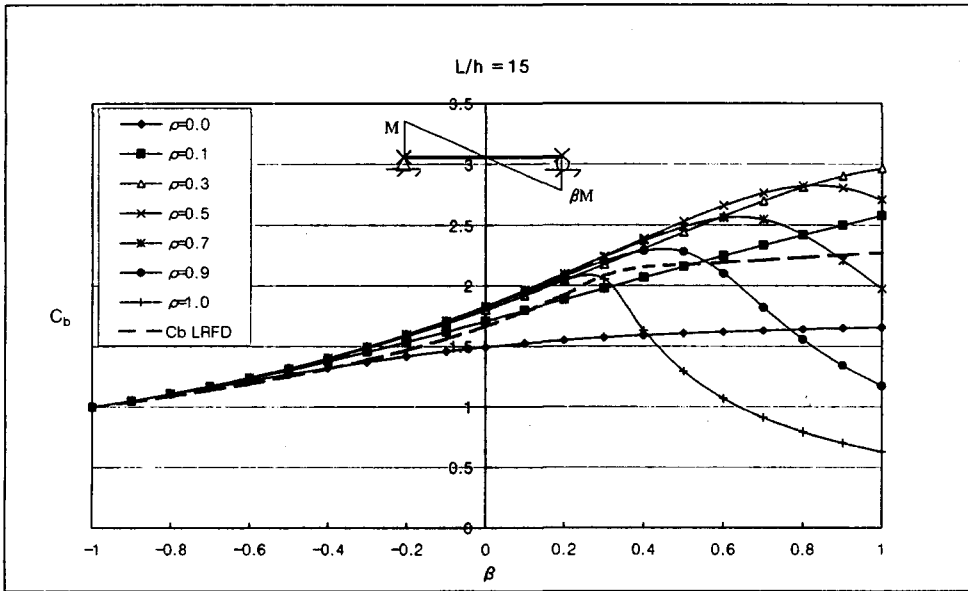


그림 2. C_b FEM 과 C_b LRFD 의 비교, $L/h=15$

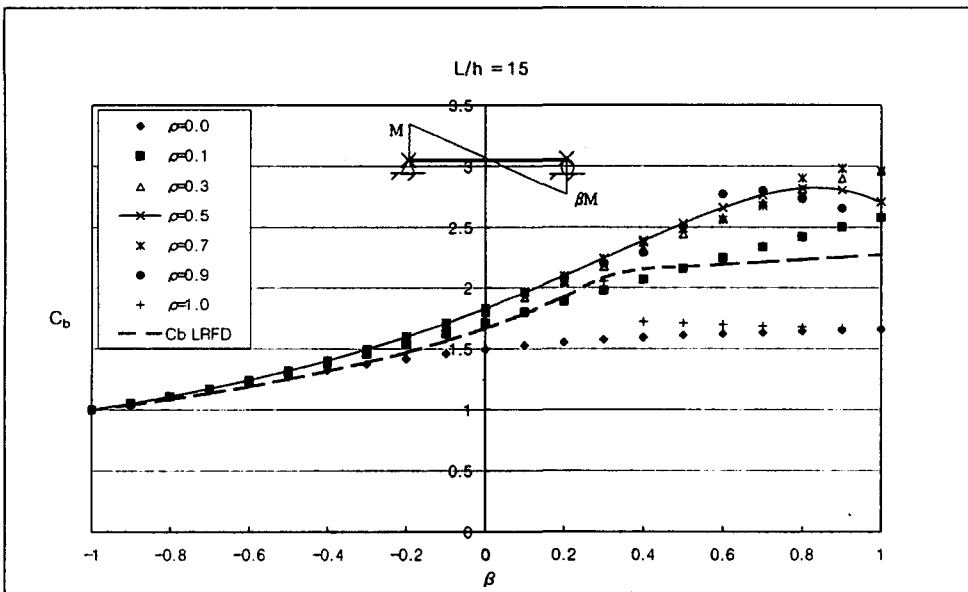


그림 3. C_b FEM 과 C_b LRFD(확장개념) 의 비교, $L/h=15$

2.3 하중고를 고려한 횡방향 하중 : 단일 곡물의 휨

지간중앙 집중하중과 등분포 하중을 [그림 4] 와 같은 단면위치에 재하시켜, 하중고 효과가 (Load Height Effect) C_b 에 미치는 영향을 정량적으로 파악하였다. 경계조건은 단일곡물의 모멘트 분포를 얻기 위해 단순 지지로 하였다.

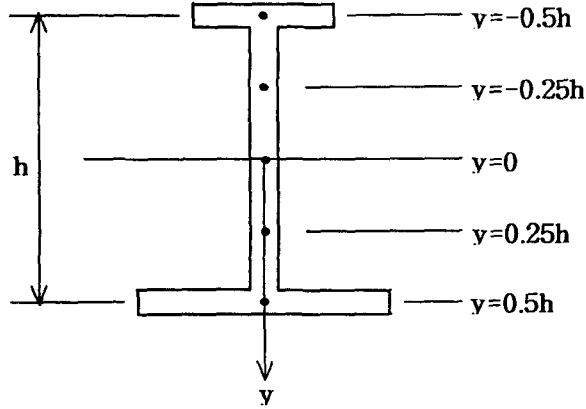


그림 4. 횡방향 하중의 단면내 작용위치

SSRC GUIDE1988 에서는 이축 대칭 I 형 보에 대하여, 횡방향 하중의 전단중심에 대한 위치에 따른 C_b 의 증감을 다음과 같이 고려하고 있다.

$$\text{상부 플랜지 : } C_b^h = C_b / R_h, \text{ 전단중심 : } C_b^h = C_b, \text{ 하부 플랜지 : } C_b^h = C_b R_h \quad \text{식 4}$$

윗식에서, C_b 는 하중고가 전단중심 일때의 값으로서, 비지지 길이내 등분포 하중과 지간중앙 집중하중에 대하여 각각 1.35 와 1.12 이다. C_b^h 는 하중고 효과를 고려한 C_b 를 의미하며, R_h 는 하중고 효과를 반영하는 계수로서, 등분포 하중과 집중하중에 대하여 각각 $K = \frac{\pi}{L_b} \sqrt{\frac{EI_o}{GJ}}$

$1 - 0.154K^2 + 0.535K$, $1 - 0.180K^2 + 0.649K$ 이다. K 는 비틀림 계수(Torsional parameter) 로서, 로 정의되며, I 형보의 휨강성과 비틀림 강성의 비를 나타낸다. 따라서, 지간이 짧거나, 뒤틀림 강성이 큰 보일수록 하중고 효과에 의한 C_b 의 증감이 크게됨을 의미한다. 수치해석 해석결과 [그림 5]에 의하면 $y=0$ 일때의 C_b FEM 은 단면의 일축대칭도 ρ 와 L/h 에 상관없이 LRFD C_b (지간중앙 집중하중=1.32, 등분포 하중=1.14) 와 거의 일치하게 된다. 이는 비지지 길이내 단일곡물의 휨이 발생하고, 횡방향 하중의 작용위치를 보충중앙($y=0$)으로 가정할 경우 LRFD C_b 는 선형 모멘트 구배하중 ($-1 \leq \beta \leq 0$) 일 때 와 같이 일축 대칭 I 형 보에도 적용이 가능함을 의미한다. 또한, $y \neq 0$ 일 때 하중고 효과에 의한 C_b 의 증감은 다음과 같이 표현 가능하다.

$$C_b^h = R_h^{2y/h} C_b \quad \text{식 5}$$

$$\text{집중하중 : } R_h = 1 - 0.180 \bar{K}^2 + 0.649 \bar{K}, \text{ 등분포 하중 : } R_h = 1 - 0.154 \bar{K}^2 + 0.535 \bar{K}$$

윗식에서 $R_h^{2y/h}$ 는 하중고 효과를 보정해 주는 계수로서, 그림 4를 참고하여 계산 할수 있다.

하중고가 상부 플랜지 일 경우는 $C_b^h = C_b / R_h$, 하부 플랜지 일 경우는 $C_b^h = C_b R_h$ 이다. R_h 는 SSRC GUIDE 의 K 에 대한 R_h 의 2차식을 \bar{K} 로 치환한 것이다. \bar{K} 는 일축 대칭 단면의 비틀림 계수(Mono-symmetric torsional parameter) 로서, $\bar{K} = \frac{\pi}{L_b} \sqrt{\frac{EI_y h^2}{GJ}}$ 정의된다. [그림 5]는 등분포 하중(L/h=10) 일때 식 (21) 과 C_b FEM 을 비교한 것으로서, 식 4 는 단면내 임의의 하중고(Load height)에 대하여 적용가능하며, 단면의 일축대칭도 ρ 가 C_b 에 미치는 영향이 매우 미미함을 알 수 있다.

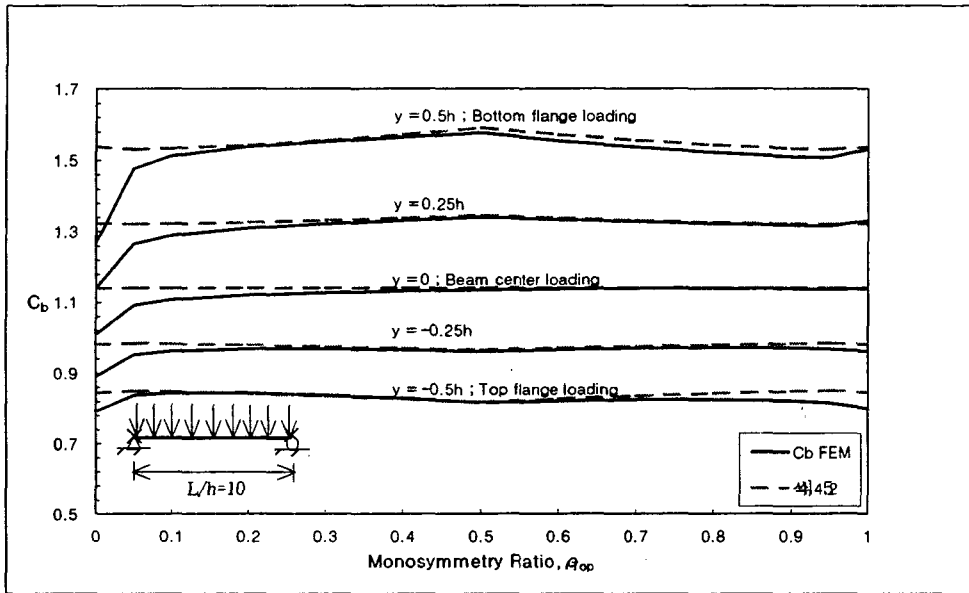


그림 5. 식 5 와 C_b FEM 의 비교 (등분포 하중, L/h=15)

2.4 하중고를 고려한 횡방향 하중 : 역의 곡률의 휨

횡방향 하중에 의한 비지지 길이내 역의 곡률의 휨 모멘트는 지점부를 고정 시키므로서, 얻어 질 수 있다. 양단을 모두 고정 시킬 경우 에는 곡률의 부호가 2번 바뀌며, 1단을 고정 시킬 경우는 1번 바뀌게 되므로, 지간중앙 집중하중과 등분포 하중에 대해 4가지 경우에 대해 수치해석을 행하였다. 수치해석 결과, 선형모멘트 구배 하중이나 단일곡률의 휨일 때와는 달리 [식 2]의 적용 후 C_b FEM 은 $\rho=0.5$ 일때를 제외하고는, LRFD C_b 와 잘 일치하지 않으므로 다음과 같이 일축 대칭도 ρ 에 대한 보정을 실시 하였다.

$$C_b = R_\rho C_b \leq 3.0$$

식 6

$$\text{집중 하중 : } R_\rho = 0.7 + 0.1\rho + \rho^2, \quad \text{등분포 하중 : } R_\rho = 0.5 + 2\rho^2$$

R_ρ 는 보정계수 이며, 수정된 C_b 값은 다소 안전측 이긴 하나 3.0 으로 상한치를 두었다. 하중 고에 의한 C_b 의 증감은 단일곡률의 휨일때와는 달리 정량적으로 파악되지 않으며, 곡률변화가 1 회 일때는 $1.4^{2y/h}$, 2회 일때는 $1.8^{2y/h}$ 의 계수를 식 6 에 곱하여 근사적으로 고려 할 수 있다.

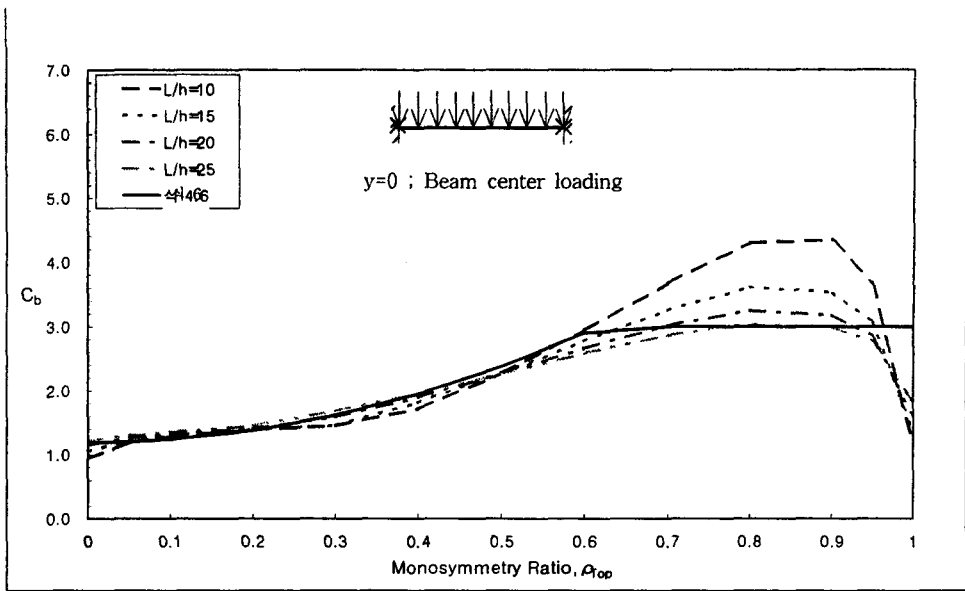


그림 6. 식 6 과 C_b FEM 의 비교 (등분포, 양단고정, $y=0$)

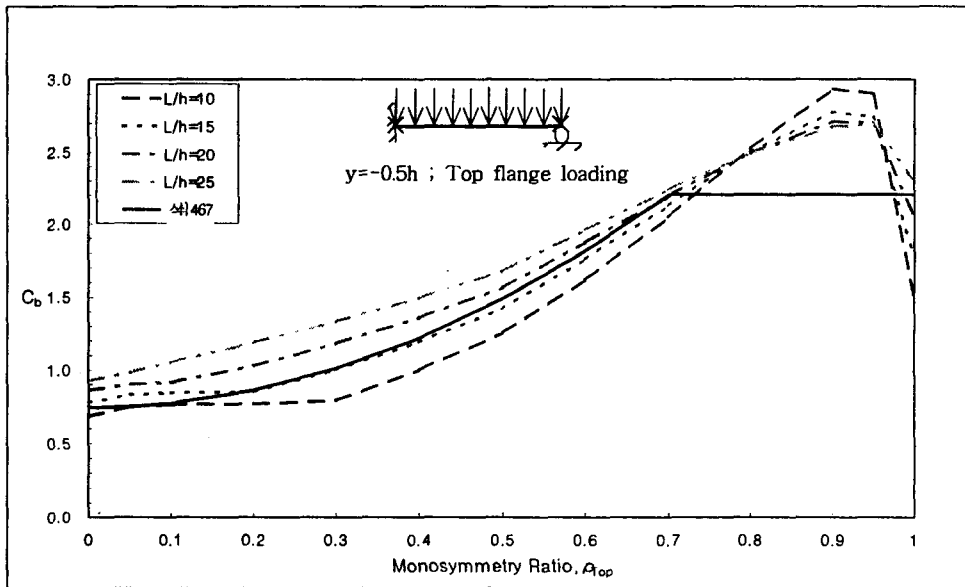


그림 7. 식 6 과 C_b FEM 의 비교 (등분포, 1단고정, $y=-0.5h$)

3. 결론

본 연구에서는 와그너 효과(Wagner effect)와 횡방향 하중의 전단중심에 대한 offset 효과(Load height effect)를 기하강성행렬에 반영한 절점당 7자유도 보요소를 개발, 다양한 하중 및 경계조건 하에서의 일축 대칭 I 형보의 탄성 횡좌굴 거동을 정확하게 모사할 수 있었다. 수치 해석 결과를 통해 비지지 길이 내 모멘트 분포 및 하중고 효과가 일축 대칭 I 형 보의 모멘트 구배 계수에 미치는 영향을 파악 하였다. 비지지 길이내 모멘트 분포가 단일곡률의 휨을 일으킬 경우 현행 LRFD C_b 는 일축 대칭 I 형보에 매우 정확히 적용될수 있으며, 하중고 효과도 매우 정량적으로 파악이 가능하다. 역의 곡률의 휨이 발생할 경우에는 C_b 의 확장개념을 도입하였으며, 가장 일반

적인 선형 모멘트 구배하중에 적용하여 올바른 C_b 값을 산정 할 수 있음을 보였다. 경계조건의 변화에 따른 역의 곡률발생시의 좌굴거동은 매우 복잡하나, 근사적인 C_b 값과 하중고 효과를 파악할 수 있었다.

참고문헌

1. Trahair N.S.(1993) "*Flexural-Torsional Buckling of Structures.*" E&FN SPON, London, England.
2. Timoshenko, S.P., and Gere, J.M.(1961) "*Theory of elastic stability,*" 2nd Ed. McGraw-Hill, New York, N.Y.
3. T.V Galambos, ed.(1988) "*Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures,*" 4th Ed. John Wiley & Sons, Inc., New York, N.Y.
4. *Load and resistance factor design, 2nd Ed.* (1994). American Institute of Steel Construction, Chicago.
5. Kitipornchai, S., and Trahair, N.S. (1980) "Buckling properties of monosymmetric I-beam." *J. Struct. Div., ASCE*, Vol. 106, No. 5, pp. 941-958.
6. Kitipornchai, S., Wang, C.M., and Trahair, N.S. (1986) "Buckling of monosymmetric I-beam under moment gradient." *J. Struct. Engrg., ASCE*, Vol. 112, NO. 4, pp. 781-799.
7. Wang, C.M., and Kitipornchai, S. (1986) "Buckling capacity of monosymmetric I-beams." *J. Struct Engrg., ASCE*, Vol. 112, No. 11, pp. 2373-2391