

경량전철의 동적응답 특성 평가를 위한 모델링

Modeling of an AGT Vehicle for Dynamic Response Analysis

김 기 봉* 김 철 우** 송 재 필*** 이 안 호****
Kim, Ki-Bong Kim, Chul-Woo Song, Jae-Pil Lee, An-Ho

ABSTRACT

Recently, right rail transit (L.R.T.) systems become influential as a new traffic system in urban area to solve heavy traffic problems. However, there are little research results about the dynamic interaction problems between the vehicle and structural system, even though some studies for those static problems have been carried out. Therefore, first of all, the dynamic equations of an interaction between vehicle system and surface roughness of the vehicle path are derived before developing the dynamic equations of vehicle-structure-surface roughness system, in this study. As a vehicle model, an automated guide-way transit (A.G.T.) system is adopted. Parametric study shows that the dynamic wheel loads of the vehicle system has a tendency to increase with vehicle speeds and stiffness of suspension system. However, those dynamic wheel loads have tendencies to decrease in according to loads of the vehicle system.

1. 서론

산업의 발전과 도시의 팽창으로 대부분 도시의 도로들은 포화상태에 이르렀고, 이에 대한 해결 방안으로 대두되고 있는 것이 경량전철이다. 경량전철은 일반철도와 버스의 중간 정도의 수송능력을 지니고 있으며 대부분 기존의 도로 위에 건설된 고가교로 주행하므로 용지 매입비용이 거의 발생하지 않는 등 여러 장점을 지니고 있다.¹⁾ 경량전철은 노면경전철(S.L.R.T.: Street Light Rail Transit), 모노레일, A.G.T.(Automated Guideway Transit), 도시형 자기부상 열차(H.S.S.T.: High Speed Surface Transport), 도시형 삭도 등으로 분류되는데,²⁾ 국내 여건에는 고무차륜의 A.G.T.가 가장 적절한 것으로 조사·보고되고 있다.³⁾ 따라서, 본 연구에서는 경량전철 고가 구조물 설계에 필요한 동적하중에 대해 평가하기 위해 경량전철 차량을 7자유도의 3차원 모델로 이상화하여 운동방정식을 유도하였다. 해석 예로, 차량 하중, 주행속도 및 현가계 스프링 탄성계수를 변수로 하여 차체의 가속도와 차륜의 접지력에 대해 검토하였다.

* 중앙대학교 교수

** 포항1대학 전임강사

*** 중앙대학교 박사과정, 학생회원

**** 한국철도기술연구원 선임연구원, 정회원

2. 경량전철 차량 운동방정식

경량전철은 대부분 2개의 축에 4개의 고무 차륜이 부착되어 있어, 1개의 보기(bogie)에 4개의 철제 차륜이 부착된 철도차량과는 다른 구조로 이루어져있다. 이러한 경량전철 차량의 운동방정식을 유도하기 위하여 Lagrange의 운동 방정식을 사용하였으며 차량의 운동을 Fig. 1과 같이 7 자유도의 3차원 모델로 이상화하였고 스프링과 감쇠기는 선형으로 가정하였고 현가 장치의 마찰력은 무시하였다.

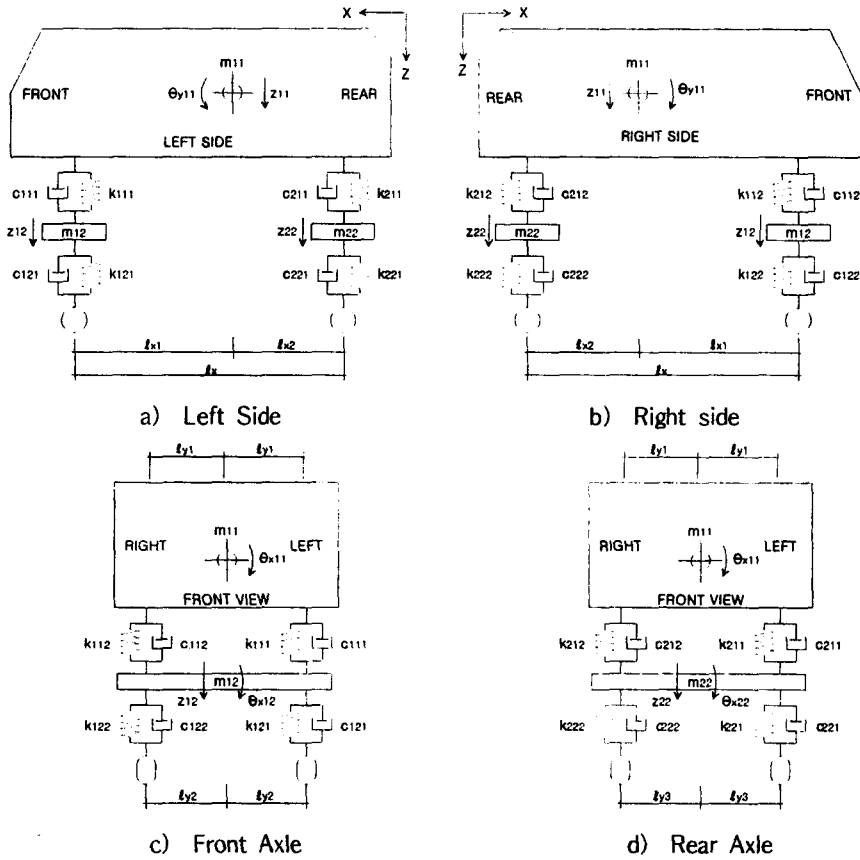


Fig. 1 경전철 이상화 모델

Lagrange의 운동방정식은 다음과 같다.⁴⁾

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U_e}{\partial q_i} + \frac{\partial U_d}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (1)$$

위 식에서 T 는 운동에너지, U_e 는 운동에너지, U_d 는 분산에너지이고, Q_i 는 q_1, q_2, \dots, q_n 에 대응하는 일반화중합수로 본 모델링에는 차량 중량 이외의 외부 하중이 없으므로 0으로 하였다. 7자유도 경량전철 차량 운동계에서 T, U_e 그리고 U_d 는 다음과 같이 유도된다.

$$T = \frac{1}{2} \left\{ m_{11} \dot{z}_{11}^2 + I_{y11} \dot{\theta}_{y11}^2 + I_{x11} \dot{\theta}_{x11}^2 + \sum_{i=1}^2 (m_{1i} \dot{z}_{1i}^2 + I_{x1i} \dot{\theta}_{x1i}^2) \right\} \quad (2)$$

$$U_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 k_{ij} R_{ij}^2 + k_{2j} (R_{2j} - z_{0ij})^2 \quad (3)$$

$$U_d = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 c_{ij} \dot{R}_{ij}^2 + c_{2j} (\dot{R}_{2j} - \dot{z}_{0ij})^2 \quad (4)$$

위 식에서 m , z 그리고 θ 는 Fig. 1에 표시된 질량, 변위 그리고 회전각을 나타내고, I 는 회전관성을, 그리고 k_{ij} , k_{2j} 와 c_{ij} , c_{2j} 는 스프링 정수와 감쇠 정수를 나타낸다. 그리고 첨자 i 와 j 는 전·후축과 좌·우를 표시하는 것으로 Table 1과 같다.

Table 1 첨자 설명

첨자	설명	사용예
i	전, 후 축을 표시	$i=1$: 전축
		$i=2$: 후축
j	좌, 우를 표시	$j=1$: 좌축
		$j=2$: 우축

z_{0ij} 는 각 차륜에서의 노면 요철 값이고, R_{ij} 는 스프링 k_{ij} 에서의 상대 변위로 다음과 같다.

$$R_{ij} = z_{11} - z_{2j} - (-1)^i \theta_{y11} - (-1)^j \{ \theta_{x11} l_{y1} - \theta_{x2j} l_{y(i+1)} \} \quad (5a)$$

$$R_{2j} = z_{2j} - (-1)^j \theta_{x2j} l_{y(i+1)} \quad (5b)$$

식(1)에 식(2), (3), (4)를 대입하여 각 자유도에 대하여 정리하면 경량전철의 운동방정식이 다음과 같이 얻어진다.

$$m_{11} \ddot{z}_{11} + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (k_{ij} R_{ij} + c_{ij} \dot{R}_{ij}) = 0 \quad (6a)$$

$$m_{12} \ddot{z}_{12} + \sum_{j=1}^2 \{ -k_{11j} R_{11j} + k_{12j} (R_{12j} - z_{01j}) - c_{11j} \dot{R}_{11j} + c_{12j} (\dot{R}_{12j} - \dot{z}_{01j}) \} = 0 \quad (6b)$$

$$m_{22} \ddot{z}_{22} + \sum_{j=1}^2 \{ -k_{21j} R_{21j} + k_{22j} (R_{22j} - z_{02j}) - c_{21j} \dot{R}_{21j} + c_{22j} (\dot{R}_{22j} - \dot{z}_{02j}) \} = 0 \quad (6c)$$

$$I_{x11} \ddot{\theta}_{x11} - \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 [(-1)^i \{ k_{ij} l_{y1} R_{ij} + c_{ij} l_{y1} \dot{R}_{ij} \}] = 0 \quad (6d)$$

$$I_{x12} \ddot{\theta}_{x12} + \sum_{j=1}^2 [(-1)^j \{ k_{11j} l_{y2} R_{11j} - k_{12j} l_{y2} (R_{12j} - z_{01j}) + c_{11j} l_{y2} \dot{R}_{11j} - c_{12j} l_{y2} (\dot{R}_{12j} - \dot{z}_{01j}) \}] = 0 \quad (6e)$$

$$I_{22} \ddot{\theta}_{22} + \sum_{j=1}^2 [(-1)^j \{ k_{21j} l_{y3} R_{21j} - k_{22j} l_{y3} (R_{22j} - z_{02j}) + c_{21j} l_{y3} \dot{R}_{21j} - c_{22j} l_{y3} (\dot{R}_{22j} - \dot{z}_{02j}) \}] = 0 \quad (6f)$$

$$I_{y11} \ddot{\theta}_{y11} - \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 [(-1)^i \{ k_{ij} l_{x1} R_{ij} + c_{ij} l_{x1} \dot{R}_{ij} \}] = 0 \quad (6g)$$

식(6a)에서 식(6b)의 식에서 노면요철에 의해 발생하는 하중을 우변으로 이항하여 하중항으로 사용하면 식(7)과 같은 매트릭스 형태로 정리할 수 있다.

$$[M]\{\delta\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{P\} \quad (7)$$

위 식에서 $\{\delta\}$ 와 $\{P\}$ 는 각각 변위벡터와 하중벡터로 다음과 같다.

$$\{\delta\} = [z_{11} \ z_{12} \ z_{22} \ \theta_{x11} \ \theta_{x12} \ \theta_{x22} \ \theta_{y11}] \quad (8)$$

$$\{P\} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sum_{j=1}^2 k_{12j} z_{01j} + c_{12j} \dot{z}_{01j} \\ \sum_{j=1}^2 k_{22j} z_{02j} + c_{22j} \dot{z}_{02j} \\ 0 \\ \sum_{j=1}^2 (-1)^{j+1} I_{j\beta} (k_{12j} z_{01j} + c_{12j} \dot{z}_{01j}) \\ \sum_{j=1}^2 (-1)^{j+1} I_{j\beta} (k_{22j} z_{02j} + c_{22j} \dot{z}_{02j}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

본 연구에서는 식(7)의 차량 운동방정식의 해를 구하기 위해 직접적분법인 Newmark- β Method를 사용하였으며, β 값은 1/4를 사용하였고, 해의 오차는 1/1,000 이하가 되도록 하였다.

차량의 주행과 노면 요철로 인해 발생하는 각 차륜에서의 동적 접지력은 차량과 현가계의 운동력과 노면 요철에 의해 스프링과 감쇠기에 발생하는 힘의 합으로 구할 수 있다.

3. 경량전철의 동적 응답 해석 예

3.1 노면 요철

해석에 사용한 노면 요철 데이터는 실제 경량 전철이 주행하는 노면의 자료가 없는 관계로 Fig. 2에 보인 것과 같은 네덜란드의 TNO(Road-Vehicle Research Institute of Netherlands Organization for Applied Scientific Research)에서 자동차용 시험 주행로로 건설한 노면의 실측 데이터를 사용하였다. 노면 상태는 승차감에 근거한 ISO 기준⁵⁾을 따르면 매우 평활한 상태이며 사용된 노면 요철의 P.S.D.(Power Spectral Density) 곡선을 Fig. 3에 나타내었다.

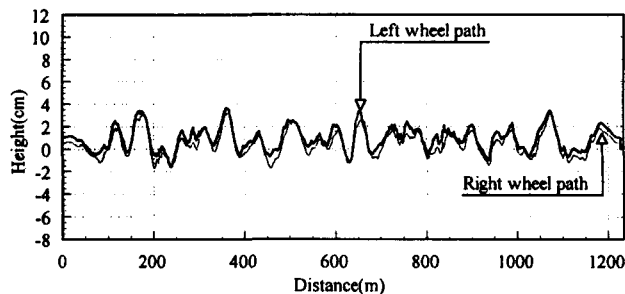


Fig. 2 노면 요철 Profile

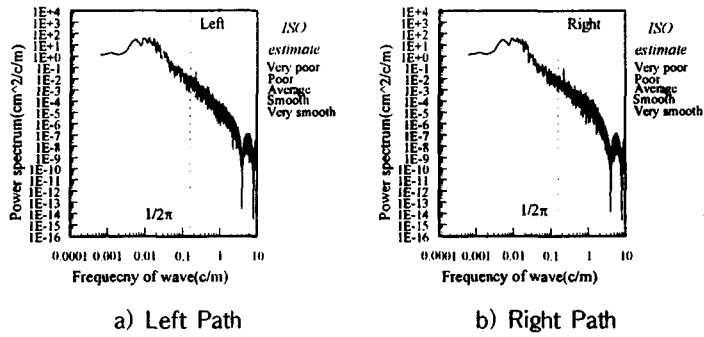


Fig. 3 노면 요철의 P.S.D. 곡선

3.2 경량전철 제원

현재 국내에 운행되고 있는 경량전철이 없는 관계로 차량의 제원은 경량전철시스템 기술개발 사업 연구보고서와 일본의 경량전철 시스템을 참고로 하였다.^{3),6)} 시뮬레이션에 사용된 차량의 제원은 Table 2에 정리하였다.

Table 2 경량전철 제원

차체 중량	공차 시 : 16tf
	최대 승차인원의 1/2 탑승 시 : 17.5tf
	만차 시 : 19tf
현가계 중량	1.5tf
스프링 탄성계수	k=50tf/m, k=75tf/m, k=100tf/m
댐퍼 감쇠계수	0.8tf·s/m
전,후 축 거리	5m
좌,우 차륜 중심 거리	1.74m

3.3 해석 결과

경량전철 동적 응답 해석은 차량의 중량과 스프링의 탄성계수 그리고 주행속도를 변수로 하여 실시하였다. 차량의 중량은 만차시 19tf, 공차시 16tf 그리고 최대 탑승인원의 1/2 승차시 17.5tf으로 하였고, 스프링의 탄성계수는 50tf/m, 75tf/m 그리고 100tf/m를 사용하였으며, 차량의 주행속도는 일반적인 경량전철이 60km/h 이하의 속도로 주행하므로 10km/h에서 60km/h까지 10km/h 간격으로 실시하였다. 가속도와 접지력의 동적 성분을 산술적으로 구별하기 위하여 R.M.S.(Root Mean Square)값을 구하여 비교하였다. 차륜 접지력의 R.M.S.는 접지력 성분 중 차량의 질량에 의한 성분을 제외한 순수한 동적 접지력 성분만으로 구하였다.

Fig. 4와 Fig. 5는 대표적인 해석 예로 총 중량 19tf, 스프링의 탄성계수 50tf/m, 주행속도 40km/h의 경우 차체 전후에서의 가속도와 각 차륜의 접지력을 나타낸 것이다.

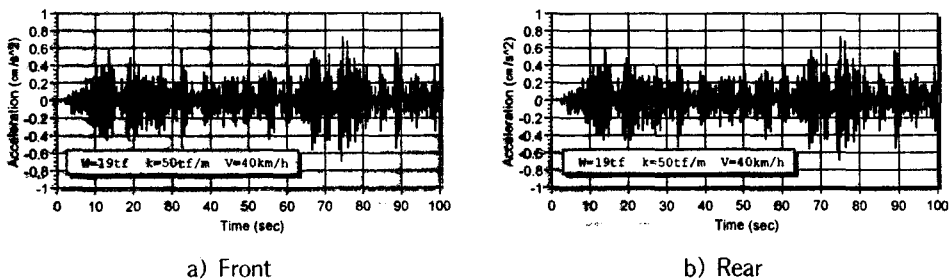
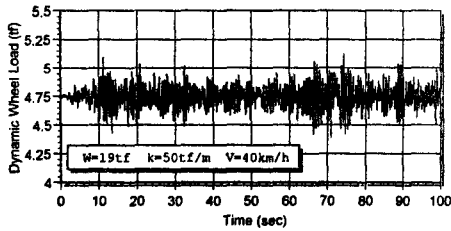
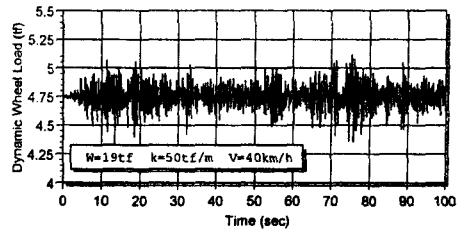


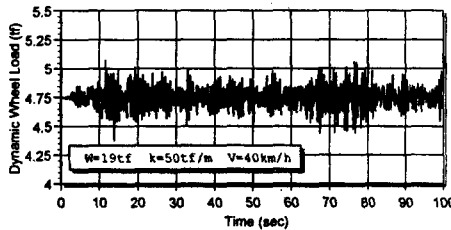
Fig.4 차체 가속도 응답



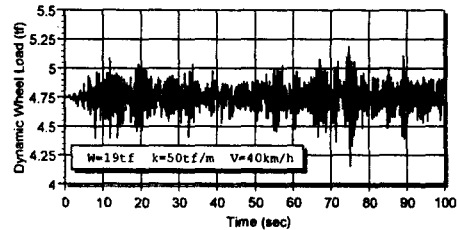
a) Front Left



b) Front Right



c) Rear Left



d) Rear Right

Fig. 5 차륜의 접지력

Table 3과 Table 4는 총 중량 19tf일 때의 스프링 탄성계수 변화에 따른 차체 가속도와, 전축 좌측 차륜 동적 접지력의 R.M.S.값을 나타낸 것이고, Fig. 6, Fig. 7은 이를 차트로 나타낸 것이다. Table 5와 Table 6은 스프링 탄성계수가 50tf/m인 경우 차체 중량 변화에 따른 차체 가속도와 차륜 동적 접지력의 R.M.S.값을 나타낸 것이고, Fig. 7과 Fig. 8은 이를 차트화 한 것이다. Table 7과 Fig. 10 그리고 Table 8과 Fig. 11은 각각 현가계 스프링의 탄성계수와 중량 변화에 따른 탁월 주파수 변화를 나타낸 것이다. Table 3과 Table 5의 단위는 m/s^2 이고, Table 4와 Table 6의 단위는 tf이고, Table 7과 Table 8의 단위는 Hz이다.

Table 3 탄성계수에 따른 차체 가속도 R.M.S.

탄성계수 주행 속도	k=50tf/m	k=75tf/m	k=100tf/m
10km/h	0.0468	0.0732	0.0854
20km/h	0.1078	0.1437	0.1925
30km/h	0.1279	0.2481	0.3586
40km/h	0.1779	0.2740	0.3545
50km/h	0.2121	0.2757	0.3801
60km/h	0.2310	0.2813	0.3624

Table 4 탄성계수에 따른 접지력 R.M.S.

탄성계수 주행 속도	k=50tf/m	k=75tf/m	k=100tf/m
10km/h	0.0324	0.0457	0.0546
20km/h	0.0554	0.0743	0.1099
30km/h	0.0665	0.1201	0.1639
40km/h	0.0878	0.1347	0.1778
50km/h	0.1005	0.1327	0.1835
60km/h	0.1150	0.1294	0.1584

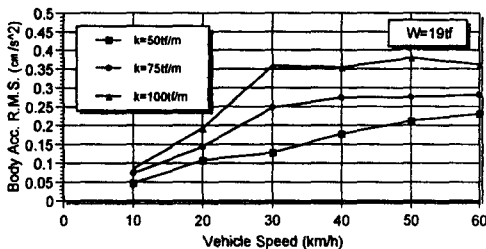


Fig. 6 탄성계수에 따른 차체 가속도 R.M.S.

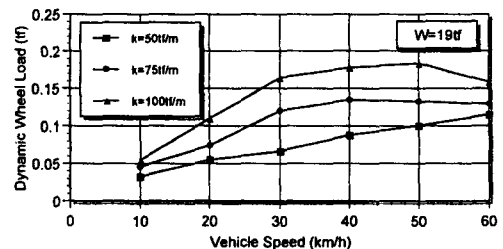


Fig. 7 탄성계수에 따른 접지력 R.M.S.

Table 5 중량에 따른 차체 가속도 R.M.S.

총 중량 \ 주행속도	W=19tf	W=17.5tf	W=16tf
10km/h	0.0468	0.0497	0.0543
20km/h	0.1078	0.1082	0.1104
30km/h	0.1279	0.1375	0.1634
40km/h	0.1779	0.1930	0.2049
50km/h	0.2121	0.2215	0.2229
60km/h	0.2310	0.2149	0.2235

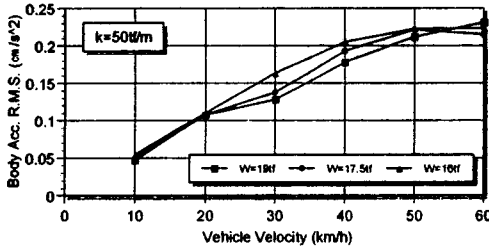


Fig. 8 중량에 따른 차체 가속도 R.M.S.

Table 6 중량에 따른 접지력 R.M.S.

총 중량 \ 주행속도	W=19tf	W=17.5tf	W=16tf
10km/h	0.0324	0.0317	0.0312
20km/h	0.0554	0.0514	0.0489
30km/h	0.0666	0.0673	0.0733
40km/h	0.0879	0.0894	0.0865
50km/h	0.1005	0.0969	0.0909
60km/h	0.1150	0.0997	0.0939

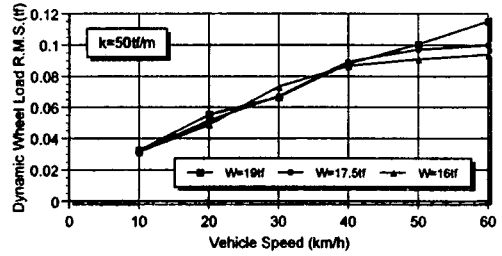


Fig. 9 중량에 따른 접지력 R.M.S.

Table 7 탄성계수에 따른 차체 가속도의 탁월주파수

주행속도 \ 탄성계수	k=50tf/m	k=75tf/m	k=100tf/m
10km/h	1.535	1.746	1.895
20km/h	1.508	1.758	1.917
30km/h	1.538	1.831	1.831
40km/h	1.538	1.746	1.868
50km/h	1.526	1.746	1.868
60km/h	1.514	1.733	1.88

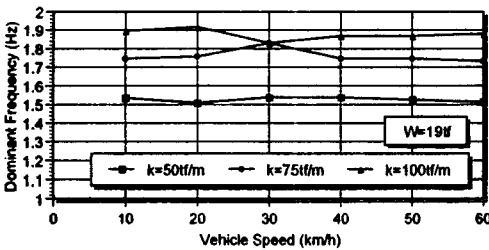


Fig. 10 탄성계수에 따른 차체 가속도의 탁월주파수

Table 8 중량에 따른 차체 가속도 탁월주파수

주행속도 \ 총 중량	W=19tf	W=17.5tf	W=16tf
10km/h	1.535	1.645	1.697
20km/h	1.508	1.605	1.758
30km/h	1.538	1.831	1.831
40km/h	1.538	1.587	1.697
50km/h	1.526	1.575	1.648
60km/h	1.514	1.514	1.733

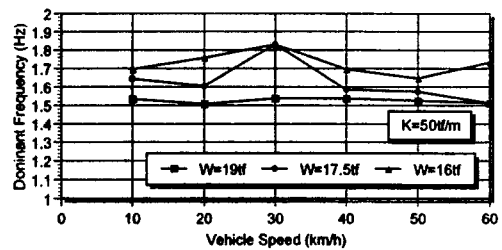


Fig. 11 중량에 따른 차체 가속도 탁월주파수

이상과 같이 경량전철의 속도, 스프링의 탄성계수 그리고 총 중량을 변수로 하여 차량의 동적 거동을 해석한 결과 대체적으로 스프링의 탄성계수가 커질 수록, 차량 주행 속도가 증가할수록 차체의 가속도와 차륜의 동적 접지력이 증가함을 알 수 있다. 경량전철의 일반적인 주행 속도인 30~40km/h에서 중량 변화에 대한 차체 가속도와 차륜의 동적 접지력은 하중 차가 작아 확연한 차이는 없었으나 차량 중량이 작을수록 큰 경향을 나타내었다. 속도의 변화에 따른 동적 거동 변

화로부터 특정 속도에서 차체의 가속도와 차륜 동적 접지력이 최대 값을 나타냄을 볼 수 있었는데, 이는 그 속도에 대한 노면 요철의 공간 주파수와 차량의 고유진동수가 공진을 일으킨 것 때문이라 생각된다.^{7),8)} 차체 가속도의 탁월 주파수 변화에서도 이와 유사하게 특정 속도에서 최대 값을 나타내었다.

4. 결 론

본 연구에서는 경량전철 차량을 7자유도의 3차원 모델화 하여 노면의 요철에 따른 차량의 동적 거동과 차륜 접지력을 시뮬레이션 하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

- ▶ 차체의 가속도와 차륜의 동적 접지력은 주행 속도가 클수록, 스프링 탄성계수가 클수록 그리고 차량 중량이 작을 수록 증가하는 경향이 있다.
- ▶ 차체의 가속도와 차륜의 동적 접지력은 노면의 공간 주파수 특성과 차량의 고유진동수에 따라 특정 속도에서 공진 할 수 있다고 판단된다.
- ▶ 차체 가속도의 탁월 주파수 역시 노면의 공간 주파수 특성과 차량의 고유진동수에 따라 특정 속도에서 공진 할 수 있다.

추후 경량 전철 주행 노면에 대한 자료의 수집과, 실제 경량전철의 주행 시험을 실시하여 시뮬레이션 결과와의 비교가 이루어져야 할 것이다. 그리고 경량 전철은 일반 철도나 고속전철 보다 곡선 반경이 매우 작아 차량의 횡방향 가속도가 커지게 되므로 횡방향 운동에 대한 검토와 이에 따른 교량의 응답에 대한 검토가 필요할 것으로 생각된다.

5. 감사의 글

본 연구는 "경량전철시스템 기술개발사업" 연구결과의 일부로서 건설교통부의 지원으로 수행되었음을 밝힙니다.

< 참고문헌 >

1. 김대하, 박병호, "도시철도 시스템 개론," 동일기술연구소, pp.63-75, 1993.
2. "도시신교통시스템," 서울특별시지하철건설본부, 1999.
3. "경량전철시스템 기술개발사업 1차년도 연구결과 보고서," 포항산업과학연구원, 1999.
4. Ray W. Clough, Joseph Penzien, "Dynamics of Structures," Mc Graw-Hill Inc., pp.344-346, 1993.
5. ISO, "Proposal for Generalized Road Inputs to Vehicles," ISO/DIS 2631, pp.1-7, 1972.
6. "新交通システム土木構造物設計指針(案)," 日本交通計劃協會, 1985.
7. M. Kawatani and Chul-Woo Kim, "Evaluation of Dynamic Contact Force of Vehicle Running on Random Roadway Surface of Bridges", Proc. of 7th Int. Conference on Computing in Civil and Building Engineering, Vol.2, pp.1145-1150, Aug. 1997.
8. R Cantieni, "Dynamic Load Testing of Highway Bridges", IABSE Proceedings P-75/84, pp.57-72, Mar. 1984.
9. 김철우, "도로교상의 교통유발진동에 관한 실험 및 이론적 연구," 중앙대학교, 1997.