

스테인레스강 저주기 피로 수명 분포의 추계적 모델링

이봉훈, 이순복 (한국과학기술원 기계공학과)

B.H. Lee, S.B. Lee (KAIST)

ABSTRACT : In present study, a stochastic model is developed for the low cycle fatigue life prediction and reliability assessment of 316L stainless steel under variable multiaxial loading. In the proposed model, fatigue phenomenon is considered as a Markov process, and damage vector and reliability are defined on every plane. Any low cycle fatigue damage evaluating method can be included in the proposed model. The model enables calculation of statistical reliability and crack initiation direction under variable multiaxial loading, which are generally not available. In present study, a critical plane method proposed by Kandil et al., maximum tensile strain range, and von Mises equivalent strain range are used to calculate fatigue damage. When the critical plane method is chosen, the effect of multiple critical planes is also included in the proposed model. Maximum tensile strain and von Mises strain methods are used for the demonstration of the generality of the proposed model. The material properties and the stochastic model parameters are obtained from uniaxial tests only. The stochastic model made of the parameters obtained from the uniaxial tests is applied to the life prediction and reliability assessment of 316L stainless steel under variable multiaxial loading. The predicted results show good accordance with experimental results.

1. 서론

파워 플랜트, 트랜스미션등 구조물들은 반복하중을 받고 있으며 많은 경우 피로로 인한 파단에 이르게 된다. 구조물들은 다축하중을 받고 있으며 구조물의 신뢰도를 확보하기 위하여 다축 피로 수명을 예측하는 방법의 필요성이 높아지고 있다. 다축피로 수명평가를 위해 일반적으로 이용되는 방법들은, 크게 세가지로 나누어 진다. 첫째, 항복이론을 피로에 적용한 것들로 등가응력 및 변형률을 이용한 방법, 둘째, 임계 평면을 이용한 방법, 마지막으로 변형률 에너지를 이용한 방법이 있다. 이러한 방법들을 이용하여 일정한 다축 하중 하에서의 피로 수명 예측과 신뢰도 평가를 수행하기 위한 연구가 행해져 왔다. You et al.[1]과 Tipton et al.[2]는 금속의 다축 피로 평가를 검토하였다. 가변 다축하중의 경우, 지금까지 제안된 방법들 중 일반적이고 신뢰할 수 있는 피로 수명 예측, 손상 축적, 그리고 신뢰도 평가 방법을 만들기가 어렵다.

Bannantine et al.[3]는 다축하중을 받는 동안의 국부변형률과 변형률 이력, 최대 손상을 입는 임계평면에서 일어나는 손상을 이용한 가변 다축피로 수명평가 방법을 제안하였다. Lagoda et al.[4]는 다축 하중 하에서 등가응력의 최대 분산 방법에 의하여 정해지는 가장 위험한 평면에서의 손상을 계산하였다. Wang et al.[5,6]는 임계 평면 개념과 다축 비위상에서의 새로운 싸이클 계산방법을 이용하여 피로 손상과 수명 예측 방법을 제안하였다. 피로 수명은 결정론적 변수가 아니라 랜덤 변수이다. 이는 수명 예측이 특정 반복수에서 재료의 파단이 일어날 확률에 관한 것을 나타낼 수 있을 뿐, 재료나 요소의 절대적인 수명을 나타내는 것이 아니라는 것을 의미한다. 피로 수명의 신뢰도 평가는 피로의 주된 특징인 수명 데이터의 무작위성을 정량적으로 다루기 위한 작업이다. 신뢰도 평가를 위해 일반적으로 두 가지 접근 방법이 있다. 첫

째, 피로 수명, 시간 강도 등의 통계적인 특성을 관찰하는 방법이다. 이를 위해 정규, 로그정규, 와이불(Weibull) 분포 등이 피로 수명 분포를 나타내기 위해 가장 흔히 이용되는 분포 형태이며 P-S-N곡선이 피로 수명의 신뢰도에서 가장 널리 사용되는 개념이다. 그러나 이러한 통계적인 방법은 많은 실험을 필요로 하며, 피로 손상의 미케니즘에 대한 어떠한 정보도 갖고 있지 않음으로 실제로는 실험실에서만 발생하는 오로지 단축 일정 진폭 하중 하의 피로 수명의 신뢰도만을 나타낼 수 있어 활용 가치가 떨어진다. 둘째, 추계적 모델링)을 도입할 수 있다. 이것은 비교적 적은 데이터를 필요로 하고, 피로 손상 누적 미케니즘이 모델링 됨으로 피로 수명과 신뢰도 평가를 포함하는 다양한 상황을 모사할 수 있으므로 통계적 접근 방법에 비해 매우 일반적이고 유용하다.

피로 수명에 대한 추계적 모델링 또는 통계학적 방법을 도입한 연구는 현재까지 상당히 많이 수행하여 왔다. Kozin과 Zhao[7,8]는 Bogdanoff의 Markov 사슬(chain) 모델을 피로 균열의 성장에 도입하였다. Xiulin et al.[9]이 피로 수명의 확률분포와 Miners rule을 이용하여 가변 진폭 하에서의 노치 시편의 피로수명을 예측하였다. Tanaka et al.[10]가 단축 블록 하중의 경우에 대하여 피로 손상 누적의 추계적 모델링을 적용하였다. 그리고, Lee[11-13]는 다축 피로의 추계적 모델을 개발하고, 이를 가변 다축 하중에 대하여 적용하였다.

본 연구에서는 Lee[11-13]의 해 제안된 임계 평면 개념과 단축 피로 데이터에 바탕을 두어 개발된 다축 피로의 추계적 모델을 변형률을 바탕으로 하는 저주기 다축 피로에 적용하여, 316L 스테인리스 강으로 만든 환봉 시편(round specimen)으로 가변 다축 변형률 제어 피로 실험을 수행하고 추계적 피로 손상 모델의 결과와 비교하여 유용성을 검증하고자 한다.

2. 다축 저주기 피로의 추계적 모델링

Bogdanoff[14-16]는 피로 현상을 Markov 과정으로 간주하였고, 피로의 추계적 모델링에 Markov chain 모델과 손상 벡터를 도입하였다. 앞에서도 잠시 언급한 바대로 Tanaka et al.[10]는 이 모델을 단축 블록 하중의 경우에 대하여 적용하였고, Lee[11-13]는 고주기 영역에서의 다축 블록 하중의 경우에 대하여 적용하였다. Markov 과정은 다음의 식(1)을 만족하는 추계적 과정이다.

$$\begin{aligned} & \text{Prob}[S_{n+1} = j | S_n = i, S_{n-1} = k, \dots, S_0 = z] \\ &= \text{Prob}[S_{n+1} = j | S_n = i] \end{aligned} \quad (1)$$

S_{n+1} 은 $n+1$ 에서 j 상태에 있을 확률로, S_n 값에 의해서만 영향을 받는다. 그리고 상태값의 이력은 아무런 영향이 없다. 피로 손상 축적은 Markov 과정으로 간주되어 질 수 있고, Markov chain 모델은 Fig.1에서와 같이 피로 손상 축적의 추계적 모델링에 도입된다.

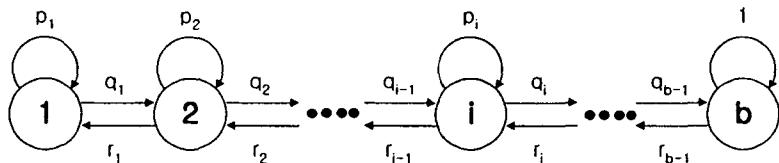


Fig.1 Markov Chain Model

천이 행렬(transition matrix) T 는 식(2)와 같이 정의된다.

$$T = \begin{bmatrix} p_1 & q_1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & q_2 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & 0 & p_3 & q_3 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & p_{b-1} & q_{b-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

i 때 i, b, p_i, q_i 는 다음과 같다.

i : 손상 상태 번호

b : $b-1$ 개의 천이 상태와 1개의 흡수상태, 파괴 상태를 포함하는 전체 손상 상태의 수

p_i : DC의 시작점에 손상이 i 상태에 있다면, 1번의 DC동안 i 상태에 남아있을 확률

q_i : DC 의 시작점에 손상이 i 상태에 있었다면, 1 DC동안 $i+1$ 상태로 옮겨갈 확률

DC: (Duty Cycle)손상이 축적될 수 있는 요소의 수명에서 작동을 나타낼 수 있는 주기, 예를 들어, 100싸이클은 1 DC로 정의될 수 있다.

p_i 와 q_i 는 식 (3)을 만족해야 하며, 초기 손상 벡터 d_o 는 식(4)과 같이 정의된다.

$$p_i > 0, p_i + q_i = 1 \quad (3)$$

$$d_o = \{ \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_b \} = \{ 1, 2, \dots, b \},$$

π_i 는 DC=0일 때 i 상태에 있을 확률

$$\sum_{i=1}^b \pi_i = 1 \quad (4)$$

일반적으로 손상을 입지 않은 재료에 대하여 π_1 은 1이고 나머지 성분은 모두 0이다. x DC 후에 i 손상 상태에 있을 확률은 식(5)에서와 같이 손상 벡터 d_x 로 주어진다. 이때 $d_x(i)$ 는 x DC 후 재료가 i 손상 상태에 있을 확률이다. 그러므로 일정 하중을 받는 경우 손상 벡터 d_x 는 식(6)과 같이 계산된다.

$$d_x = \{ d_x(1), d_x(2), \dots, d_x(b) \}$$

$$\sum_{i=1}^b d_x(i) = 1 \quad (5)$$

$$d_x = d_{x-1} T = d_o T^x \quad (6)$$

만일 천이행렬이 변동 하중을 받아 DC마다 다른 경우 손상벡터는 식(7)과 같이 계산된다.

$$d_x = d_o \prod_{i=1}^x T_i \quad (7)$$

b, p_i, q_i 값을 계산 하기 위하여 $\pi_i = 1$ 의 경우 식(8)과 같이 파단이 일어날 때까지의 DC 기대값과 분산을 이용할 수 있다.

$$\begin{aligned} E[N_f] &= b - 1 + \sum_{i=1}^{b-1} \frac{p_i}{q_i} \\ \text{Var}[N_f] &= \sum_{i=1}^{b-1} \frac{p_i}{q_i} \left(1 + \frac{p_i}{q_i}\right) \end{aligned} \quad (8)$$

여기에서 N_f 는 완전 파단이 일어날 때까지의 뉴티사이를 수이다. 이러한 원래의 Bogdanoff 모델에서 손상 벡터는 손상이 축적되는 평면이나 방향과 아무런 관계가 없다. 단축 피로 수명에 대하여 적용되었으므로 손상이 면에서 혹은 체적에서 발생하는지에 대한 구분이 필요 없었다. 그러나 임계 평면 개념을 도입하면 가변 다축 하중의 경우에는 손상이 축적되는 방향이 반드시 고려되어야 한다. 손상이 축적되는 방향을 고려하기 위하여 단축 피로실험에 의해 구해진 천이 행렬은 다축 하중 하에서 같은 등가 용력 또는 변형을 수준을 갖는 면의 손상 축적 모사에 적용될 수 있다는 가정과 함께 식(9)에서와 같이 x DC가 작용한 후의 특정 방향의 평면에 있는 손상 벡터를 정의하면 손상벡터 d_x 와 유사하게 모든 방향에 대하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$d_x^\theta = \{d_x^\theta(1), d_x^\theta(2), \dots, d_x^\theta(b)\} \quad (9)$$

여기에서 는 x DC 후에 i 손상 상태에 있는 θ 방향의 손상 상태의 확률이다. d_x^θ 는 식(10)으로부터 구할 수 있으며 최대의 $d_x^\theta(b)$ 값을 갖는 방향을 파단이 일어나기 가장 용이한 방향으로 볼 수 있다. $d_x^\theta(b)$ 값이 0.5일 때의 x 값은 θ 에 수직한 평면에서의 N_f 의 기대값이다.

$$d_x^\theta = d_o^\theta \prod_{i=1}^x T_i \quad (10)$$

지금까지는 임계 평면 방법에서는 파단이 일어나기 쉬운 평면, 즉 가장 큰 손상을 받는 평면의 피로 손상에 대하여만 고려하였다. 이것은 다른 모든 평면에서의 손상은 전혀 고려하지 않고 임계 평면에서의 손상만 고려되어야 함을 의미한다. 그러나, 실제로 중요한 것은 임계 평면에서의 피로 수명이 아니라, 방향성을 고려하지 않은 시편 전체의 피로 수명이다. 가장 위험한 평면을 고려하여, 그러한 평면이 하나만 있는 시편과 여러 개 있는 시편의 수명을 비교해 보자. 기존의 임계 평면 방법을 이용한다면 수명이 같을 것이다. 그러나 실제는 그렇지 않다. 고려대상이 되는 평면 모두가 파단 발생 가능성을 지니고 있으며 이러한 사항이 고려 되어야 한다. 손상의 극값을 갖는 θ 방향에서 파단이 발생하지 않을 확률(survivability)을 θ 방향 신뢰도

r_x^θ 라 하면, x DC 후 θ 방향의 신뢰도는 식(11)과 같다. 시편 전체 신뢰도는 손상의 극값을 갖는 모든 평면에서 파단이 발생하지 않음을 의미하며 이를 신뢰도 r_x 라 할 때, 식(12)와 같이 계산된다.

$$r_x^\theta = 1 - d_x^\theta(b) \quad (11)$$

$$r_x = \prod_{i=1}^n r_x^{\theta_i} = \prod_{i=1}^n [1 - d_x^{\theta_i}(b)] \quad (12)$$

x DC 후 n 개의 손상극값을 갖는 평면이 존재할 때 시편이 파단 될 확률은 식(13)과 같다.

$$\text{Failure probability} = 1 - r_x = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - d_x^{\theta_i}(b)] \quad (13)$$

위의 식(13)은 관심을 갖는 여러 임계 평면들이 아주 가까이에 존재하지 않는다는 가정 하에서 시편의 파단이 일어날 확률로 사용될 수 있다.

3. 단축 실험

실험에 사용된 시편의 형상은 Fig.2와 같으며 실험은 10톤 용량 다축 재료시험기(MTS)를 사용하였다. 측정 장비는 단축용과 다축용 신장계(extensometer)를 사용하였으며, 실험에 의해 구해진 316L 재료의 기계적 성질은 Table.1에 나타내었다.

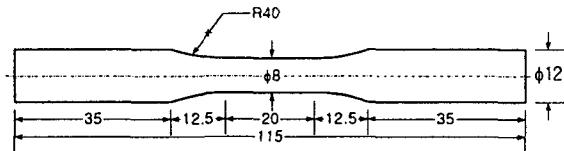


Fig.2 단축 실험 시편

E(GPa)	σ_y (MPa)	S_u (MPa)
187	450	690
v	EL(%)	RA(%)
0.293	46	78

Table.1 316L의 기계적 성질

변형을 제어 피로 시험에서는 시편의 50% 하중 저하를 수명으로 보았다. 316L재료는 Fig.3에서와 같이 반복 연화를 나타내었으며 반복 응력-변형을 관계는 히스테리시스가 안정화 된 후의 관계를 이용하였다.

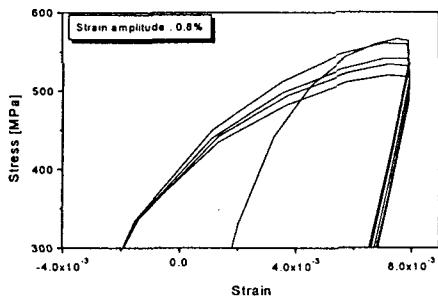


Fig.3 0.8% 변형률 진폭에서의 반복 연화

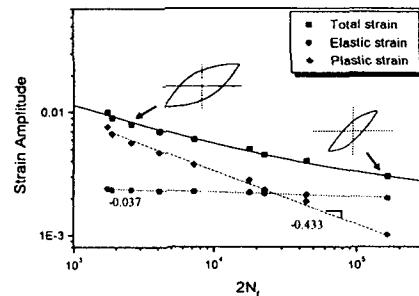


Fig.4 316L의 피로 겨동

변형률 진폭	파단DC 평균	파단DC 표준편차
0.9% (K)	459.07	53.84
0.8% (L)	640.00	99.10
0.5% (M)	4404.0	574.83

Table.2 단축 피로 실험의 통계적 특성

천이행렬을 구성하기 위하여 0.9%, 0.8%, 0.5% 세 변형률 진폭에서 각각 단축 변형률 제어 피로시험을 7번 수행하였다. 1DC를 2 싸이클로 정의 하여 나타낸 결과를 Table.2에 나타내었다. 나머지 변형률에 대한 수명의 통계특성은, 평균은 변형률-50%수명 곡선을 이용하고, 분산은 실험 결과에서의 변형률 진폭과 그 때의 분산을 이용하여 최소 자승법으로 식(14)와 같이 구하였다.

$$\log(\sigma^2) = -508.9884\varepsilon_a + 8.07578 \quad (14)$$

이상의 결과를 식(8)에 대입하면, 천이행렬의 크기인 손상상태 수, b 와 p_i 와 q_i 의 비를 얻을 수 있다. 여기에서 얻은 값과 식(3)을 이용하면 천이행렬의 성분들을 구할 수 있으며 몇가지 경우에 대해 Table.3에 나타내었다.

변형률진폭	b	p_i	q_i	index
0.944%	85	0.80972	0.19028	i=1,...,84
0.936%	85	0.89078	0.10922	i=1,...,6
		0.80231	0.19769	i=7,...,84
0.850%	85	0.91897	0.08103	i=1,...,6
		0.80400	0.19600	i=7,...,84

Table. 3 각 변형률 진폭에서의 천이행렬

4.가변 다축 저주기 피로 실험

가변 저주기 다축 피로 실험에서 Fig. 5와 같은 시편을 사용하여 실험을 수행하였다. 3가지 하중 블록을 조합하여 실험 조건을 만들었는데 3가지 하중 블록의 각 블록에서의 변형률 조건은 Table.4에 나타나 있으며 파형은 모두 정현파를 사용하였다.

블록	ε_a	ε_m	λ_a	λ_m	위상차
1	0.008	0	0.0075	0	0
2	0.008	0	0.0075	0	180
3	0.008	0.001	0	0	0

Table. 4 세가지 블록의 변형률 조건

하중 블록들이 작용될 때, 각 블록의 최대 인장 변형률, 최대 전단 변형률이 작용하는 면 등은 계속 변화하고, 각 평면에 축적되는 손상의 양이 다르다. 단축 변형률의 추계적 모델은 같은 등가 변형률 수준인 다축 변형률에 대하여 적용할 수 있다는 가정 하에서 Lohr&Ellison, Brown&Miller 인자를 이용 다음 형태의 등가 변형률을 사용하였다.

$$\frac{\Delta\gamma}{2} + S\varepsilon_n = C \quad (15)$$

$\Delta\gamma$ 는 면에서의 전단 변형률 진폭, ε_n 는 면에 수직으로 작용하는 변형률이다. $S=0.2, 1.0$ 두 가지 경우를 등가 인자로 선택하였다. 결정론적 변수로서의 피로 수명 예측에서 Lohr&Ellison 인자 및 Brown&Miller는 특정 임계 평면에서의 인자값만이 중요하나 본 연구에서는 모든 평면을 대상으로 하여 식(15)을 적용하고, 그 중 국부 최대값(local maximum)을 나타내는 평면을 모두 임계 평면, 즉 파손이 일어날 가능성이 있는 평면으로 정의하였다. Table. 4에 주어진 다축 변형률 하중 블록 중 블록 1과 2에 대하여, S 가 0.2일 때의 각 방향에 따른 식(15)의 값을 Fig. 6, 7에 나타내었다.

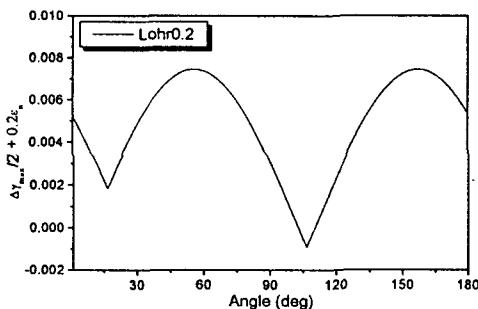


Fig. 6 블록1에서의 등가 인자($S=0.2$)

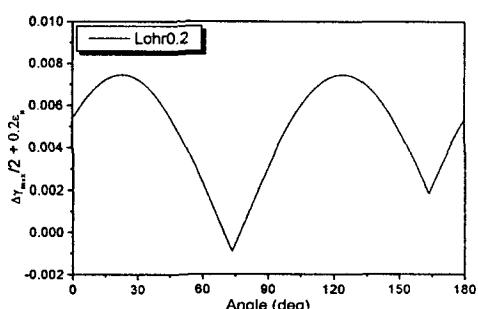


Fig. 7 블록 2에서의 등가 인자($S=0.2$)

$S=0.2$ 일 경우, 블록 1에서는 $56^\circ, -23^\circ$ 평면, 블록 2에서는 23° 와 -56° 평면이 임계

평면이 된다. 블록 전체를 거치는 동안 6개의 평면이 존재하며, 6개의 평면에 대한 파단 확률을 계산한다. 예를 들어 $S=0.2$ 인 경우 3가지 변형률 블록 전체의 1회 반복 후 각 임계평면에 작용하는 천이행렬은 다음 Table.5와 같이 정의될 수 있다.

T^{23°	T^{40°	T^{56°
$T_f T_f T_a T_d$	$T_d T_d T_d T_c$	$T_a T_a T_f T_d$
T^{-23°	$T^{-35.5^\circ}$	T^{-56°
$T_a T_a T_f T_c$	$T_c T_c T_e T_a$	$T_f T_f T_a T_e$
a : 0.994% (변형률 진폭)	b : 0.921%	c : 0.850%
d : 0.800%	e : 0.750%	f : 0.440%

Table. 5 각 임계 평면에서의 천이 행렬($S=0.2$)

같은 방법으로 각 등가 변형률에 대하여 3가지 변형률 블록이 반복 부하 되는 경우 임계 평면의 파단이 일어날 확률 누적 밀도 함수(Cumulative Density Function)를 Fig. 8, 9에 나타내었다.

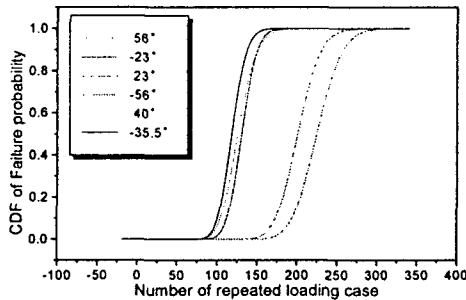


Fig. 8 각 임계면의 파단 누적밀도함수($S=0.2$)

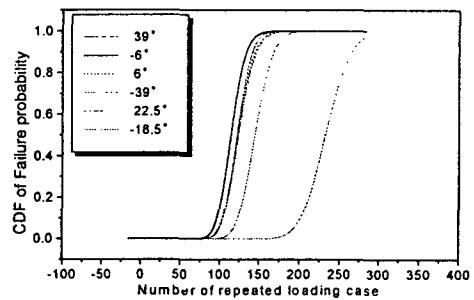


Fig. 9 각 임계면에서의 파단 CDF($S=1.0$)

시편의 파단을 생각해 보면 방향에 관계없이 파단이 일어날 확률을 말하는 것으로서, 관심을 갖는 평면 모두를 고려하여 식(13)으로 계산할 수 있다. 계산된 시편의 파단 확률의 누적 밀도 함수를 가장 위험한 평면에서의 그것과 같이 Fig.10, 11에 나타내었다.

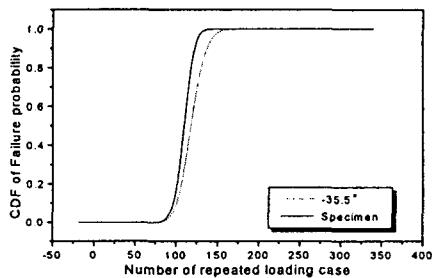


Fig. 10 시편/최대손상면 파단 CDF($S=0.2$)

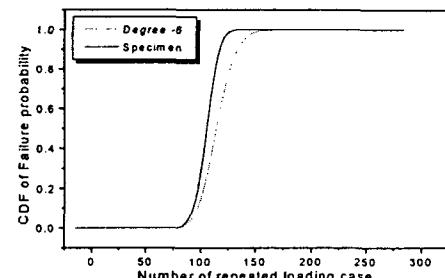


Fig. 11 시편/최대손상면 파단 CDF ($S=1.0$)

Lohr&Ellison($S=0.2$)과 Brown&Miller($S=1.0$) 인자를 사용한 경우 두 그래프가 차이를 보이며, 이는 관심을 갖는 평면 중에서 위험한 정도가 비슷한 평면들이 다수 존재하여 시편 전체의 (방향성을 고려하지 않았을 때) 파단이 일어날 확률이 증가하기 때문이다.

5. 실험 결과 및 토의

실험을 통한 파단 확률을 구하기 위하여 동일한 조건에서 13번의 다축 가변 변형률 제어 피로 실험을 수행하였다. 실험을 통해 파단이 일어날 확률(EDF)은 식(16)으로 계산된다.

$$EDF = \frac{\text{index of experiment} - 0.5}{\text{total number of experiment}} \quad (16)$$

index of experiment는 전체 실험의 결과를 수명이 짧은 순서대로 배열하여 1부터 1씩 증가시키는 값이며 total number of experiment는 전체 실험 회수를 나타낸다. 가변 다축 실험의 결과를 추계적 모델링을 이용하여 계산한, 각각의 등가 변형률을 이용하였을 때의 결과 중 가장 위험한 평면의 파단 확률, 그리고 식(13)을 이용하여 구한 시편의 파단 확률과 Fig.12, 13에서 비교하였다. Lohr&Ellison인자와 Brown&Miller인자를 등가 변형률로 하였을 때의 실험 결과들과 계산치가 잘 일치함을 볼 수 있다. Fig.13에서 알 수 있듯이 $S=1.0$ 인 Brown&Miller인자를 사용하였을 때 가장 좋은 결과를 얻을 수 있었으며, 앞서 언급한바와 같이 파단 확률이 50% 일 때의 값이 피로수명의 기대값이다.

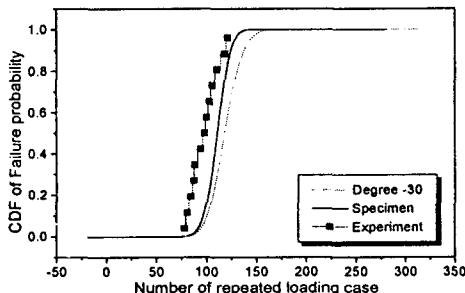


Fig. 12 EDF와 추계적 모델링 결과($S=0.2$)

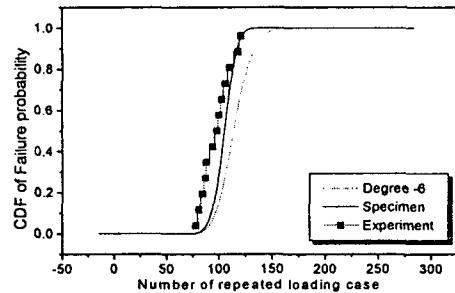


Fig. 13 EDF와 추계적 모델링 결과($S=1.0$)

계산의 정확도를 확인하기 위해 50% 파단 확률에서의 실험과 최대 손상면에서의 추계적 모델링 결과의 오차를 계산해 보면 Lohr&Ellison 인자($S=0.2$)를 사용한 경우 20%, Brown&Miller 인자($S=1.0$)를 사용한 경우에는 16%의 오차를 나타내었다. 또, 실험 결과와 시편전체에서의 추계적 모델링의 결과는 $S=0.2$ 일 경우 12%, $S=1.0$ 일 경우 7%의 매우 작은 오차를 나타내었다.

또한, 시편의 파단이 일어난 방향을 비교해 보면, 13회 중에서 -30° 부근에서 파단이 일어난 것이 3회이고, 나머지 10회의 실험에서는 $-10^\circ \sim 10^\circ$ 에서 파단이 일어났다. $S=0.2, 1.0$ 인자를 사용하였을 때의 임계 평면 중에서 가장 위험한 평면인 $-35.5^\circ, -30^\circ$, 그리고 -6° 가 실험결과와 비교적 잘 일치하였다. 그 중에서 $S=1.0$ 일 때의 결과가 실험결과와 가장 잘 일치함

을 알 수 있다. 이 경우에는 6개의 임계 평면이 존재하지만, -6° 평면이 가장 위험하기 때문에 이 부근에서 파단이 일어난 경우가 많은 것이다. 기존의 임계 평면을 이용한 방법 등에서와 같이 피로 수명을 결정론적 변수로 사용한 방법보다 추계적 모델링을 이용한 확률론적 방법의 좋은 점은 피로 수명 예측 뿐 아니라 신뢰도 평가까지 동시에 할 수 있으며 일정 진폭이 아닌 변동, 가변 하중에서도 신뢰도 평가가 가능하다는 것이다. 또한 균열의 발생 방향도 예측이 가능하다. 이러한 장점들은 Lee[11-13]의 결과와 함께 고주기 및 저주기 피로에서 상당히 정확한 결과를 줄 수 있음이 확인되었다.

Reference

- [1] You, B. R., Lee, S. B., A critical review on multiaxial fatigue assessments of metals, *Int. Journal of Fatigue*, 18, 235-244, 1996
- [2] Tipton, S. M., Nelson, D. V., Advances in multiaxial fatigue life prediction for components with stress concentrations, *Int. Journal of Fatigue*, 19, 503-515, 1997
- [3] Bannantine, J. A., Socie, D. F., Multiaxial fatigue life estimation techniques, *Advances in Fatigue Lifetime Predictive Techniques, ASTM STP 1122*, 249-275, 1990
- [4] Lagoda, T., Macha, E., Estimated and Experimental Fatigue Lives of 30CrNiMo8 Steel Under In-and Out-of-Phase Combined Bending and Torsion with Variable Amplitudes, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struc.* 17, 1307-1318, 1994
- [5] Wang, C. H., Brown, M. W., Life Prediction Techniques for Variable Amplitude Multiaxial Fatigue Part 1 : Theories, *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 118, 367-370, 1996
- [6] Wang, C. H., Brown, M. W., Life Prediction Techniques for Variable Amplitude Multiaxial Fatigue Part 2: Comparison with Experimental Results, *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 118, 371-374, 1996
- [7] Kozin, F., Bogdanoff, J. L., On Probabilistic Models of Fatigue Crack Growth, *Engineering Fracture Mechanics*, 18, 623-632, 1983
- [8] Zhao, H., An Improved Probabilistic Model of Fatigue Crack Growth, *Engineering Fracture Mechanics*, 46, 773-780, 1993
- [9] Xiulin, Z., Zhen, L., and Baotong, L., Prediction of probability distribution of fatigue life of 15MnVN steel notched elements under variable-amplitude loading, *Int. Journal of Fatigue*, 18, 81-86, 1996
- [10] Tanaka, S., Ichikawa, M., Akita, S., A probabilistic investigation of fatigue life and cumulative cycle ratio, *Engineering Fracture Mechanics*, 20, 501-513, 1984
- [11] Lee, B. H., Lee, S. B., A Stochastic Modeling of Fatigue Life and Damage Accumulation of SM45C Steel, *Proceeding of the 5th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue & Fracture*, 1, 593-607, 1997
- [12] 이봉훈, 이순복, SM45C강의 다축 피로수명 및 손상 누적 거동에 대한 추계적 모델링, 동시 공학 설계 연구 개발 기초 연구 과제, 1998
- [13] Lee, B. H., Lee, S. B., A Stochastic Modeling of Multiaxial Fatigue Damage Accumulation of SM45C Steel under Variable Loading, *submitted*
- [14] Bogdanoff, J. L., A new cumulative damage model - Part 1, *Journal of Applied Mechanics*, 45, 245-250, 1978
- [15] Bogdanoff, J. L., Kreiger, W., A new cumulative damage model - Part 2, *Journal of Applied Mechanics*, 45, 251-257, 1978
- [16] Bogdanoff, J. L., A new cumulative damage model - Part 3, *Journal of Applied Mechanics*, 45, 733-739, 1978
- [17] Bogdanoff, J. L., Kozin, F., A new cumulative damage model - Part 4, *Journal of Applied Mechanics*, 47, 40-44, 1980