축변환 구성방정식을 이용한 암석 이방성 탄성계수 산정

김영수[1], Young-Su Kim, 이재호[2], Jea-Ho Lee, 허노영[3], No-Young Heo, 박영화[4], Young-Hwa Park
최정호[5], Jung-Ho Choi.

[1] 정회원 · 경북대학교 토목공학과 교수, Professor, Dept. of Civil Engineering, Kyungpook Nat'l Univ.
[2] 정회원 · 경북대학교 토목공학과 석사과정, Graduate Student, Dept. of Civil Engineering, Kyungpook Nat'l Univ.
[3] 정회원 · 경북대학교 토목공학과 공학박사, Ph.D. Dept. of Civil Engineering, Kyungpook Nat'l Univ.
[4] 정회원 · 경북대학교 토목공학과 박사과정, Ph.D. Student, Dept. of Civil Engineering, Kyungpook Nat'l Univ.
[5] 경북대학교 토목공학과 석사과정, Graduate Student, Dept. of Civil Engineering, Kyungpook Nat'l Univ.

SYNOPSIS : For nonhomogeneous and anisotropic rocks such as schist, shale, etc, a method to determine the anisotropic elastic constants was proposed. Many authors have investigated in detail the behavior elastic constants of anisotropy rocks(Pinto 1970, Amadei 1983, 1992, Amadei & Savage 1989). They concluded that equations of elastic constants E_1, E_2 and G_2 can be derived from the measured strains in arbitrary three directions. And, modulus of elasticity varies according to the inclination of discontinuity in specimens. If we attach three strain gages in accordance with the directions of anisotropy on the rock specimen under uni-axial compression and diametral compression tests, anisotropy elastic constants can be determined by these equations. With this method, the degree of anisotropy will be easily evaluated by simple laboratory test. This paper presents the results of elastic constants due to the angle of bedding planes of anisotropic rock, such as shale, in uni-axial compression and diametral compression tests

Key words : Anisotropic elastic constant, Nonhomogeneous, Diametral compression test, Bedding plane

1. 서 론

지층은 주향, 습곡, 단층등 여러 가지 지질구조를 가지며 그 구조를 이루는 암반은 이방성을 가지고 있다. 이방성이란, 재료가 받은 외력(혹은 하중)의 방향에 대해 그 재료가 갖는 물리적 특성, 역학적 특성 등이 다르게 나타나는 현상인데 일반적으로 절리면에 의해 재료의 강도특성이 감소되며 그 방향성에 의존한다. 최근 터널 굴착현장에서 편암, 편마암, 셰일등과 같은 이방성 암반이 자주 나타나고 있다. 이와 같이 층리 또는 엽리와 같은 평면구조의 발달에 의한 이방성 암반은 횡등방성 또는 평면 이방성 매질(Transversely Isotropic Media)에 해당된다. 현장에서 층리구조를 보이는 암반의 경우 연직방향과

수평방향이 다른 이방성을 나타내는 경우가 많다. 특히, 암반의 이방성이 현저할 경우에는 지하구조물 주변의 응력집중 현상이 등방성 암반에 비해 많이 달라지는데, 이는 이방성 축방향의 탄성계수들의 비율에 의해 결정된다. 따라서 층리가 현저한 암반에 대해서는 조사단계에서 이방성 축방향의 탄성계수들을 측정하여 그 비율에 따라 이방성의 정도를 평가함으로써, 터널 구조해석시에 이방성을 고려할 것인가에 대해 판단할 필요가 있다. 또한 현지 암반시험전에 암석시험을 통한 이방성의 탄성거동을 알아야 층리가 진 터널 암반의 설계자료로 이용할 수 있다. 일반적으로 시추 코어는 이방성의 축과 시추방향이 어긋나 있기 때문에 실험실 시험으로 이방성 탄성계수를 결정하기 위해서는 시험편을 다시 가공해야 하며, 이 경우 일반적인 NX시추코어로는 시험편의 가공이 어렵다. 김호영(1995)는 평면이방성 암반에서 NX크기의 시추코어를 이용하여 단축압축시험만으로 이방성 탄성계수를 실험적으로 결정하기 위한 방법을 논의하였다. 하지만, 여기서도 포아송비(ν_1, ν_2)는 구해지지 않으며, 이로 인해 탄성계수(E_1, E_2) 또한 구할 수 없다. 이를 고려하여 본 논문에서는 축변환에 의한 일축 압축시험과 얇은 디스크를 통한 직경방향 압축시험(diametral compression test)을 통해서 이방성 암석의 탄성정수를 구하는 방법과 이 방법을 이용하여 층리면의 각도에 따른 셰일의 5가지 탄성정수를 구하였다.

2. 시험 방법

2.1 시료 채취 및 성형

본 시험에 사용된 암석시료인 흑색 셰일은 대구시 수성구 고산동에 위치한 종합경기장 건설현장 부근에서, 적색 셰일은 북구 태전동에서 채취하였다. 시료 채취시 이방성의 특성을 고려하기 위하여 층리가 일정한 간격으로 분포된 암괴형태의 것만을 취하였다. 현장에서 채취한 암괴형태의 시료를 실내에서 구경이 NX Size(D=5.4cm)의 Core Drill로 층리면이 주가압면과 각각 0도, 30도, 60도, 90도(β)가 되도록 하여 암석코아를 제작하였다. 본 논문에서 수행한 역학시험은 일축압축강도, 압열인장시험, 점하중시험이며 시료제작은 길이 대 직경의 비가 일축압축시험은 2 : 1, 직경 방향 압축시험은 1 : 2로 하였다. 시료의 윗면과 아랫면은 하중작용시 어느 한 부분에만 집중되지 않도록 평편도를 1/100이상 되도록 하였다. 압축시험기로는 용량 100ton의 유압식 압축시험기(UTM, M200HVL, 미국)를 이용하였다. 시험은 각각 5번 이상씩 수행하였다.

2.2 일축 압축시험을 통한 탄성계수 결정

평면 이방성 암괴로부터 회수된 코어를 단축압축 시험편으로 가공한 일반적인 형태는 그림 1과 같다. 이방성 평면상에서 축(3)이 수평축과 일치하도록 좌표계 (1)-(2)-(3)을 설정하고, 시험편의 가압면에서 수평축z가 축(3)과 일치하게 좌표계 x-y-z을 설정한다면 (1)-(2)평면은 x-y평면과 일치하게 된다. 이때 이방성 평면이 수평면과 이루는 각도는 φ로서 축 (1)과 축 x가 이루는 각도가 된다. 시험편에 대해 y-z평면이 시험편의 측벽과 만나는 가상의 직선을 설정하고, 이 직선이 시험편의 중간에서 층리와 교차하는 점을 중심점으로 하여 이방성축 (1)에 대해 각각 45도씩의 각도를 이루도록 그림과 같이 A-B-C방향으로 3개의 strain gage를 부착한다면, 그림 2와같이 2차원 평면이 구성될 수 있다. 이때 strain gage(B)의 방향은 이방성의 대칭축 (2)와 일치한다. 시험편에 대해 y축 방향으로 하중을 가하는 단축압축시험을 실시하면 다음과 같은 조건이 성립한다.

- strain condition : uni-axial

$\sigma_v = \sigma_y \neq 0$

$\sigma_h = \sigma_x = \sigma_z = 0$

- measured strain : $\varepsilon_A, \varepsilon_B, \varepsilon_C$

- elastic constants : $E_1, E_2, \nu_1, \nu_2, G_1, G_2$

$$G_1 = \frac{E_1}{2(1+\nu_1)}$$

여기서 탄성계수는 다음과 같이 정의된다.

E_1 또는 E_2 : 이방성축 (1) 또는 (2) 방향에 대한 영율

ν_1 또는 G_1 : (1)-(3)평면에서의 포아송 비 또는 전단계수

ν_2 또는 G_2 : (1)-(2) 평면에서의 포아송 비 또는 전단계수

이와 같이 3개의 strain gage를 이용한 단축압축시험에서 하중조건 및 측정되는 변형율로부터 탄성계수를 결정하는 식은 평면이방성 매질에 대한 축변환 공식 및 Hooke의 법칙으로부터 유도될 수 있다. 수식을 유도하기 전에 먼저 언급되어야 할 사항으로서, 미지의 탄성계수는 5개이지만 측정되는 탄성계수는 3개뿐이라는 점이다. 결과로서 구해지는 탄성계수는 E_1, E_2 및 G_2에 국한되며, 포아송비에 대해서는 별도의 고려가 필요하다. 한편, 평면 이방성 매질에 대한 응력-변형율 관계식은 일반적인 Hocke의 법칙 및 좌표축 변환에 의한 일반적인 공식을 이용하여 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{1}{E_1} = \frac{1}{2A}\left(y_1 - \frac{2B}{D}\, y_2 + y_3 \right) \tag{1}$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{1}{D}\, y_2 \tag{2}$$

$$\frac{1}{G_2} = \frac{1}{2C}\left(y_1 - y_2 \right) \tag{3}$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\varepsilon_A}{\sigma_y} \\ \dfrac{\varepsilon_B}{\sigma_y} \\ \dfrac{\varepsilon_C}{\sigma_y} \end{pmatrix} \tag{4}$$

$$A = \frac{1 - \sin 2(\phi + \theta)}{4} \tag{5}$$

$$B = \frac{1 - 2\,\nu_2 + \sin 2(\phi + \theta)}{4} \tag{6}$$

$$C = \frac{\sin^2(\phi + \theta) - \cos^2(\phi + \theta)}{4} \tag{7}$$

$$D = \cos^2\phi - \nu_2 \sin^2\phi \tag{8}$$

3개의 strain gage를 부착한 평면 이방성 암석편을 이용하여 단축압축시험에 의해 식 (1), (2), (3)로부터 이방성 탄성계수를 결정할 수 있다. 그러나 이 경우에도 E_1, E_2, ν_2 는 구해지지 않으며 더구나 ν_2는 식 (2)에서 상수로 사용되고 있다. 포아송비의 이방성이 터널 주변의 응력분포에 미치는 민감도를 분석하고 이의 영향이 무시될 수 없는 것으로 판단된다면 별도의 시험을 통해 이방성 축방향에 따른 포아송비를 정확히 구하는 것이 바람직하다.

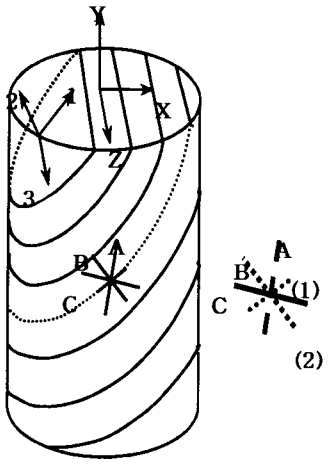

그림 1. Strain gauge rosete

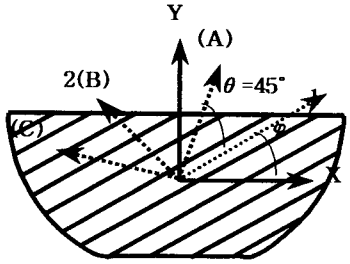

그림 2. 2차원 평면 상태

2.3. 직경 방향 압축시험

2.1에서와 같이 단축 압축시험으로서는 정확한 정수를 구 할 수 없으므로 다른 방법이 요구된다. Amadi가 제시한 방법을 이용하여 그림 3와 같은 형태를 가정하여 직경 방향 압축시험을 수행하였다. 그림 3에서 직경 D, 두께 t의 암석디스크는 지름 방향의 하중 W를 너비 2α(작다고 가정)에 대하여 받고 있다. 가해진 압력 p는 $W/(\alpha Dt)$와 같다. Amdei가 보인 것처럼 디스크 중앙에서의 응력요소는 아래와 같다.

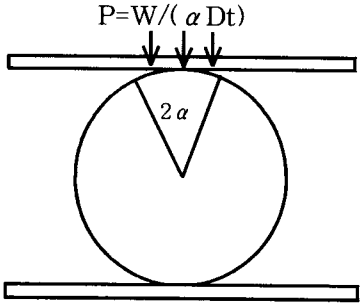

그림 3. 직경 방향 압축시험

$$\sigma_x = q_{xx}\frac{W}{\pi Dt} : \sigma_y = q_{yy}\frac{W}{\pi Dt} : \tau_{xy} = q_{xx}\frac{W}{\pi Dt} \tag{8}$$

α가 7.5° 보다 작다면 디스크중앙에서의 응력집중요소는 그림 4와 같이 q_{xx}, q_{yy}, q_{xy} 각각의 값은 대략 -2, 6, 0과 같다. 여기서 우리가 사용해야할 압축 하중을 σ_y이며, 이를 통해 응력-변형관계 그래프를 그려서 탄성계수와 포아송비를 구하였다. 측정 변위는 0도와 90도의 경우 그대로 사용하였으며, 층리 각도가 30도, 60도의 경우 스트레인 로제트를이용해측정변위를수정하였다.

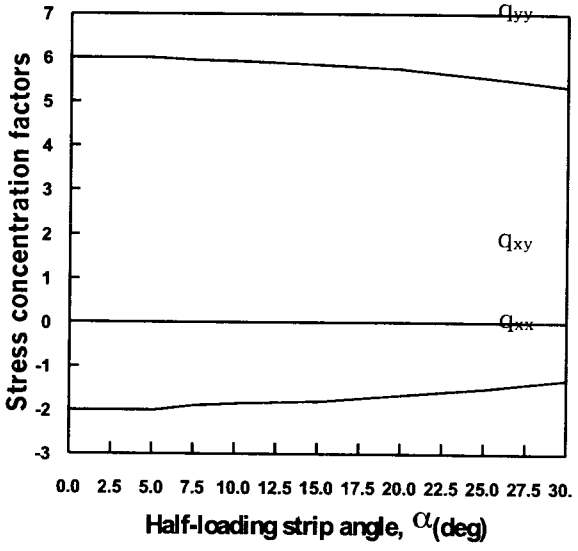

그림 4. 응력 집중 요소

3. 시험 결과

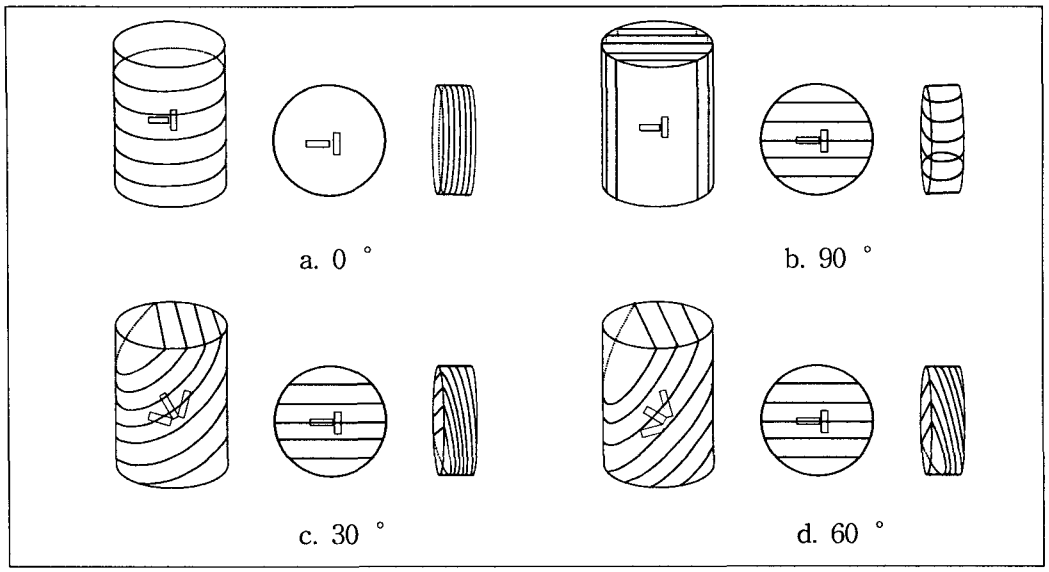

그림 5. 변형 게이지 부착방법

그림 5는 0도, 30도, 60도, 90도에서의 탄성정수를 구하기 위한 변형 게이지 부착 방법이다. 그림 a인 0도의 경우로서 일축압축시험으로 E_2, ν_2를, 직경 방향 압축시험을 통해 E_1, ν_1를 구하였다. b는 90도로서 단축 압축시험을 통해 E_1, ν_1를, 직경 방향 압축시험을 통해 E_2, ν_2를 구하였다. 하지만 여기서도 G_2는 구할 수 없다. 사암, 셰일의 암석에서 흔히 찾아 볼 수 있는 횡등방성 암석의 경우 계수 G_2는 Saint Venant가 제시한 다음의 경험식을 통해 구하였다.

$$\frac{1}{G_2} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + 2\frac{\nu_2}{E_2} \tag{9}$$

c와 d는 30도와 60도의 변형게이지 부착방법이다. 30도의 경우 직경 방향 압축시험 통해 E_1, ν_1를 구해서 일축 압축시험으로 y_1, y_2, y_3를 구한 다음 식 (1), (2), (3) 에 대입하여 E_2, ν_2, G_2를 구 할 수 있다. 60도의 경우도 위와 동일한 방법을 사용하여 탄성정수를 구할 수 있다.

그림 6, 7은 0 ° 일때의 각각의 실험을 통한 변위그래프로서 실선은 블랙 셰일이며, 점선은 레드 셰일이다. 탄정계수는 변형률의 50%지점에서 구한 접선탄성계수를 사용하였으며 그림에서 블랙 셰일의 E_1은 170498(kg/㎠), E_2는 100686(kg/㎠)로 나타났으며, 레드 셰일의 E_1과 E_2의 값은 164430, 128898(kg/㎠)로 나타났다.

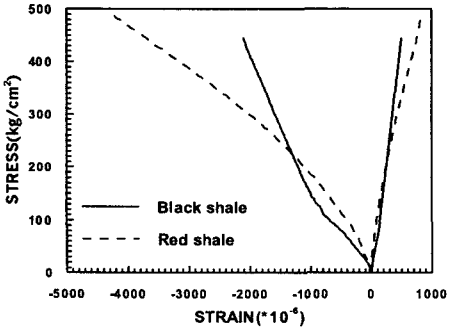

그림 6. 0° (직경 방향 압축 시험)

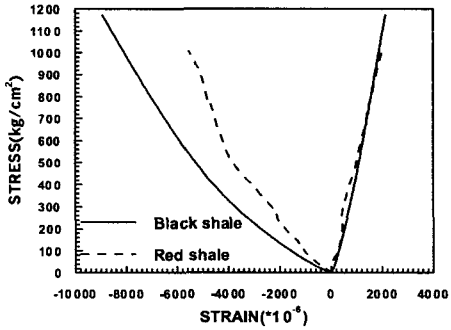

그림 7. 0° (단축 압축시험)

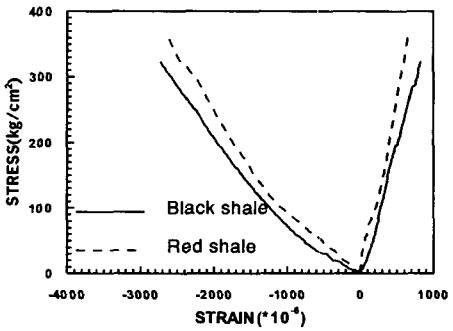

그림 8. 90° (직경 방향 압축시험)

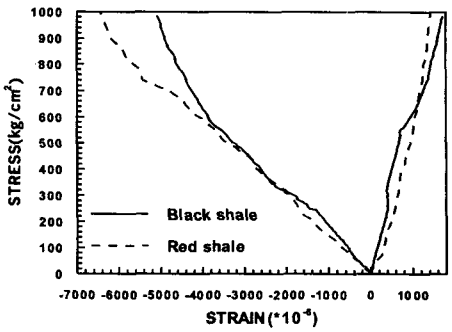

그림 9. 90° (단축 압축시험)

그림 8, 9 는 90도에서의 변위 그래프이다. 90도의 경우 블랙 세일의 E_1은 154474(kg/㎠), E_2는 94428 (kg/㎠) 로 나타났으며, 레드 세일은 E_1, E_2는 각각 145773, 111954(kg/㎠)로 나타 났다. 위의 0도, 90도의 E_1/E_2의 값은 블랙 세일의 경우 각각 1.693, 1.636, 레드 세일의 E_1/E_2의 값은 1.276, 1.302로 나타났다. 그림 12, 13은 30도일 때의 변위 그래프로서 블랙 세일의 E_1은 78000(kg/㎠) 이며, 이를 통해 E_2는 70923(kg/㎠)를 구하였다. 레드 세일은 E_1, E_2는 각각 83200, 78926(kg/㎠)로 나타 났다. 그림 14와 15는 60도 일때의 변위그래프로서 블랙 세일의 E_1, E_2는 53500, 62410(kg/㎠) 이며, 레드 세일은 E_1, E_2는 각각 55380, 65103(kg/㎠)로 나타 났다. 30도와 60도의 E_1/E_2의 값은 블랙 세일의 경우 1.100, 0.857, 레드 세일의 경우 E_1/E_2의 값은 1.054, 0.851로 나타 났다. E_1, E_2, E_1/E_2의 값을 층리 각도에 따라 비교해보면 이방성정도가 나타남을 알 수 있다. 특히 60도까지는 감소하다가 다시 증가하는 U형태의 이방성임을 알 수 있다.

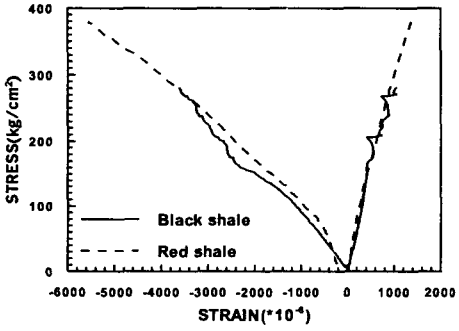

그림 10. 30° (직경 방향 압축시험)

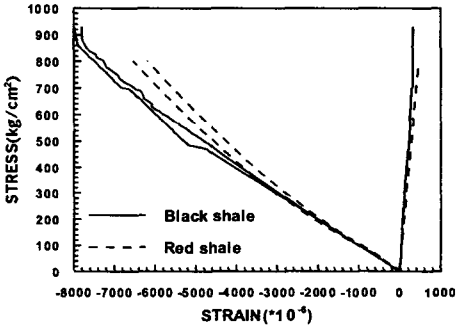

그림 11. 30° (단축 압축시험)

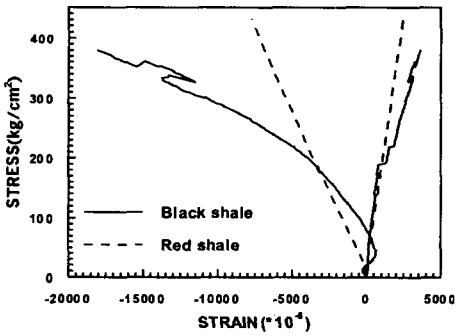

그림 12. 60° (직경 방향 압축시험)

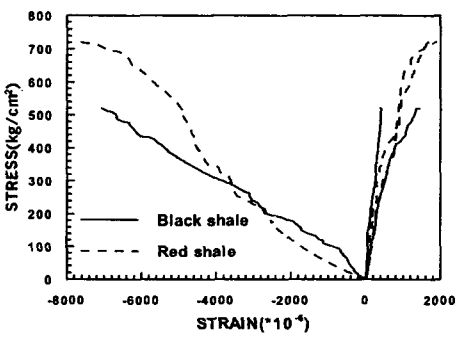

그림 13. 60° (단축 압축시험)

4. 고찰 및 결론

대구 지역에 기반암으로 분포하고 있는 2종류의 혈암을 채취하여 층리면의 각도에 따른 탄성정수를 구하여 이방성의 특성을 파악하였다.

(1) 일축압축시험으로서는 탄성계수를 구할 수 없어 직경방향 압축시험을 이용하여 이방성 탄성정수를 산정하였다.

(2) 각각의 탄성정수는 표 1 과 같으며, 이를 바탕으로 E_2/E_1을 구한 결과 60도까지는 감소하다가 다시 증가하는 U형태의 이방성이 나타남을 알 수 있다. 이는 E_2/E_1이 이방비를 나타내는 상수로 이용될 수 있다. 또한 이를 회귀분석을 한 결과 다음과 같은 그래프를 얻었다.

(3) 상기와 같은 탄성정수를 실내시험으로 구해서 현장시험을 통해 구한 변위와 공내재하시험으로 역해석을 통해서 확인 할 필요가 있다.

표 1. 탄성정수

	블랙 셰일				레드 셰일			
	0도	30도	60도	90도	0도	30도	60도	90도
E_1(kg/㎠)	170498	78000	53500	154474	164430	83200	55380	145773
E_2(kg/㎠)	100686	70923	62410	94428	128898	78926	65103	111954
ν_1	0.209	0.22	0.29	0.195	0.215	0.25	0.30	0.274
ν_2	0.202	0.23	0.28	0.23	0.254	0.19	0.23	0.225
G_2(kg/㎠)	50401	44747	41389	45589	59567	47584	43423	50475
E_1/E_2	1.693	1.100	0.857	1.636	1.276	1.054	0.851	1.302

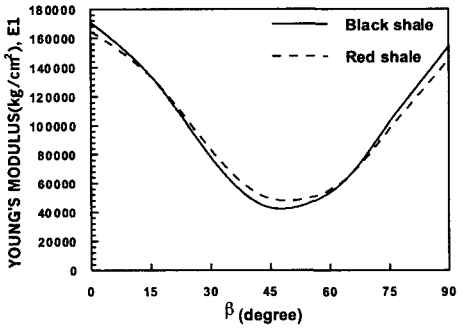

그림 14. 탄성 계수 E_1의 변화

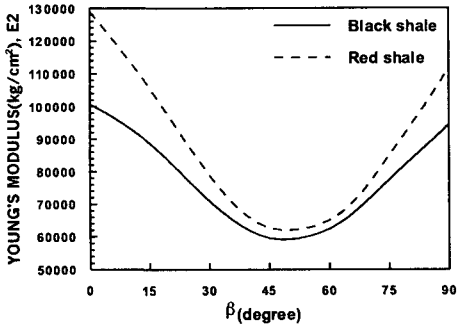

그림 15. 탄성 계수 E_2 변화

참고 문헌

1. 김영수, 허노영, 서인식(1998), "퇴적암의 비등방 특성에 관한 연구(대구지역)", 한국지반공학회지, 제14권, 제4호, pp.5-15.
2. 이영휘, 박영목, 김용준, 금병술(1998), "퇴적암의 풍화도에 따른 특성과 일축압축강도와 제반지수와의 상관관계". 토목학회학술발표회 논문집(Ⅱ) 토질/터널, 서울, pp.131-134
3. 허노영(1998), "퇴적암 지반 Tunnel의 비등방 탄소성 해석", 경북대학교 토목공학과 대학원 박사학위 논문.
4. 김호영(1995), "이방성 암석에 대한 탄성계수의 실험적 결정" 암반공학회, 터널과 지하공간, Vol. 5 pp. 318~322.

5. 김호영(1982), "이방성 암반 내 공동주변의 거동에 관한 수치해석 및 모형실험 연구", 서울대학교 대학원 석사학위 논문.
6. Amadei, B.(1983) "Rock Anisotropy and Theory of stress Measurements" Lecture Notes in Engineering, Springer-Verlag.
7. Amadei, B. and Pan, E.(1992), "Gravitational stresses in anisotropic rock masses inclined Strata." Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 29, pp.225~236.
8. Amadei, B. and Savage, W. Z.(1989)."Anisotropic nature of jointed rock mass strength." ASCE J.Eng. Mech., 115, pp.525~542.