

DSC구성방정식을 이용한 포화사질토의 액상화 거동 예측

A Study on Prediction of the Liquefaction Behavior of Saturated Sandy Soils Using DSC Constitutive Equation

박인준¹⁾, Inn-Joon Park, 김수일²⁾, Soo-Il Kim, 정철민³⁾, Chul-Min Jung

¹⁾연세대학교 토목공학과 박사후연구과정, Post Doc., Dept. of Civil Eng., Yonsei Univ.

²⁾연세대학교 토목공학과 교수, Professor, Dept. of Civil Eng., Yonsei Univ.

³⁾현대산업개발 토목설계팀 대리, Civil Eng. Team, Hyundai Development Company.

SYNOPSIS : In this study, the behavior of saturated sandy soils under dynamic loads - pore water pressure and effective stress - was investigated using Disturbed State Concept(DSC) model.

The model parameters are evaluated from laboratory test data. During the process of loading and reverse loading, DSC model is utilized to trace strain-hardening and cyclic softening behavior. The procedure of back prediction proposed in this study are verified by comparing with laboratory test results.

From the back prediction of pore water pressure and effective mean pressure under cyclic loading, excess pore water pressure increases up to initial effective confining pressure and effective mean pressure decrease close to zero in good agreement with laboratory test results. Those results represent the liquefaction of saturated sandy soils under dynamic loads. The number of cycles at initial liquefaction using the model prediction is in good agreement with laboratory test results. Therefore, the results of this study state that the liquefaction of saturated sandy soils can be explained by the effective stress analysis.

Key words : Saturated sandy soils, Dynamic loads, Disturbed State Concept, Laboratory test data, Back prediction, Excess pore water pressure, Liquefaction

1. 서 론

최근 일본의 Hyogoken-Nanbu 지진(1995) 및 대만 지진(1999) 등으로 지진에 대한 관심이 국외는 물론 국내에서 크게 증가하고 있다. 특히 지반공학 분야에서는 이러한 지진과 같은 지반운동을 각종 실내 및 현장시험으로 모사하여 지반의 동적 거동을 연구하여 왔다. 지반의 동적 거동을 연구하는 방법들 중 적절한 비선형 구성모델을 사용하여 수치해석적으로 지반의 동적 거동을 예측하는 방법이 있는데 이는 실내 또는 현장 시험결과와의 비교를 통한 검증 절차를 거친다면 유용하게 사용될 수 있다.

지진 또는 기계진동등 동하중을 모사할 수 있는 실내시험으로는 진동삼축시험(cyclic triaxial test), 진동실삼축시험(cyclic truly triaxial test), 공진주/비틀전단시험(resonant column/torsional shear test), 진동대시험(shaking table test)등이 있다. 본 연구에서는 실내진동전단시험 결과를 이용하여 유효응력개념의 비선형 탄소성모델인 교란상태개념모델의 매개변수를 산정한 후, 구성방정식을 이용하여 진동하중을 받는 지반재료의 유효응력 및 간극수압 거동을 예측하였다.

이와 같이 본 연구의 목적은 진동하중이 포화사질토 지반에 가해졌을 때, 교란상태개념(Disturbed State Concept) 모델을 이용하여 포화사질토의 액상화 거동을 모사 및 예측하는 것이다.

2. 교란상태개념모델

재료가 외부로부터 하중을 받게 되면 재료내부의 미세구조는 그로 인해 변화를 일으키게 된다. 교란상태개념은 하중을 받는 재료의 거동을 이러한 미세구조의 변화에 대해 표현할 수 있다는 가정에 기초하고 있다. 교란상태개념에서는 하중을 받는 재료의 거동을 정의하기 위해 두 개의 기준상태를 도입하였다. 첫 번째는 상대적으로 손상되지 않은(Relatively Intact ; RI)상태로써 재료가 외력을 받기 전의 초기 상태에는 미세한 결함들을 포함하더라도 재료가 상대적으로 손상되지 않은 상태로 볼 수 있다. 두 번째는 완전파괴(Fully Adjusted ; FA)상태로써 재료의 초기상태에 미세하게 존재했던 손상된 부분이 외력에 의해 점차로 확산되어 재료가 전단저항력을 완전히 잃은 상태를 말한다. 하중을 받는 재료가 파괴에 이르기까지는 RI상태와 FA상태의 사이에 존재하게 된다.

본 모델에 있어서 RI상태는 탄성모델 또는 탄소성모델등의 구성방정식으로 나타낼 수 있으며, FA상태는 한계상태개념을 통해 나타낼 수 있다.

그림 1.에서와 같이 재료가 하중을 받는 초기에는 RI상태의 거동과 유사한 거동을 보인다. 그러나 지속적인 하중으로 인해 재료의 미세구조가 자기조정(self-adjustment)과정을 거치면서 재료는 점차 한계상태인 FA상태에 도달하게 된다. 재료의 교란정도를 나타내는 교란도, D는 두 개의 기준상태에 대한 응력수준의 차이를 통해 정의한다.

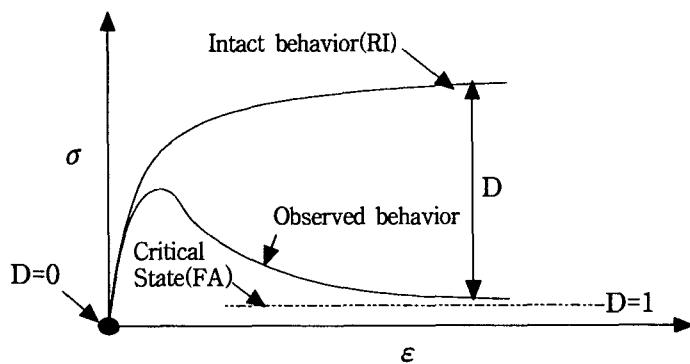


그림 1. 응력—변형률관계도상의 교란도

2.1 상대적으로 손상되지 않은 상태

상대적으로 손상되지 않은 (Relative Intact ; RI)상태는 재료의 교란효과를 배제한 이상적인 상태를 말하며, 본 연구에서 RI상태는 재료의 경화거동(hardening behavior)을 표현하는 탄소성모델인 계층적단일항복곡면(Hierarchical Single Yield Surface ; HiSS) δ_0 모델을 사용하였다. HiSS δ_0 모델은 관련유동규칙(associative flow rule)과 등방경화(isotropic hardening)법칙을 만족한다. HiSS δ_0 모델의 단일항복면함수, F는 3차원 주응력 공간에서 눈물방울형태로 나타나며 다음의 식(1)과 같다.

$$F = \frac{J_{2D}}{p_a^2} + a \left(\frac{J_1}{p_a} \right)^n - v \left(\frac{J_1}{p_a} \right)^2 = 0 \quad (1)$$

여기서 J_{2D} 는 축차응력텐서(deviatoric stress tensor)의 2차 불변량(second invariant)이고, p_a 는 응력단위를 가지는 대기압이고, a 는 경화함수(hardening function)이고, J_1 은 응력텐서의 1차 불변량이고, n 은 위상변화계수(phase change parameter)이고, v 는 재료의 극한거동과 관계된 매개변수이다.

경화함수, a 는 소성변형률상각궤도(plastic strain trajectory), ξ 의 항으로 정의되며, 다음의 식(2)로 표현된다.

$$a = \frac{h_1}{\xi^{h_2}} \quad (2)$$

여기서, h_1 , h_2 는 경화매개변수(hardenig parameter)이고, ξ 는 총소성변형률상각궤도(trajectory of total plastic strains)이고 식(3)에 의해 표현된다.

$$\xi = \int \sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \quad (3)$$

여기서 $d\varepsilon_{ij}^p$ 는 소성변형률증분(total plastic strain increment)이다.

2.2 완전파괴상태

재료가 완전파괴(FA)상태에 도달하면 이론적으로 정수압과 같은 등방구속압(hydrostatic pressure)의 전달은 가능하나 전단응력에 대한 저항력은 완전히 잃게 된다. 즉 체적이 구속된 물과 같이 거동한다. 이와 같은 FA상태의 거동은 한계상태개념(critical state concept)을 통해 모델링할 수 있다.

시료를 등방압밀시킨 후 배수 및 비배수 상태로 전단을 가하게 되면 전단변形이 계속되어도 간극비, 체적이나 유효응력의 변화없이 소성전단변형률이 계속 증가되는 완전소성상태를 한계상태라고 하고, 이 때 일정하게 유지되는 간극비를 한계간극비라 한다. 한계상태는 한계상태에 도달했을 때의 응력, J_1^c 와 해당 전단응력, $\sqrt{J_{2D}^c}$ 사이의 관계를 나타내는 그래프상의 기울기, \bar{m} 을 가지는 한계상태선으로 불리는 직선상에 있으며 식(4)로 표현된다.

$$\sqrt{J_{2D}^c} = \bar{m} J_1^c \quad (4)$$

또한 $\ln\left(\frac{J_1^c}{3p_a}\right)$ 과 한계간극비, e^c 의 관계를 도시하면 식(5)와 같이 직선으로 표현할 수 있다. 즉 한계간극비는 등방압밀압력만의 함수로 등방압밀압력만 일정하면 상대밀도에 관계없이 한계상태에 도달했을 때의 간극비는 일정함을 의미한다.

$$e^c = e_0^c - \lambda \ln\left(\frac{J_1^c}{3p_a}\right) \quad (5)$$

여기서 e_0^c 는 $J_1^c = 3p_a$ 에 해당하는 한계상태 간극비이고, λ 는 한계상태선의 기울기이다. 비배수시험일 경우에는 시료의 간극비가 일정하게 유지되어야 하므로 한계상태의 간극비, e^c 는 초기유효구속압, σ_0' 에 해당하는 초기간극비, e_0 와 같다.

2.3 교란도함수

교란상태개념에서 임의 하중을 받는 재료는 RI상태에 있는 부분과 FA상태에 있는 부분이 혼합되어 있다고 정의한다. 이에 기초하여 교란상태개념에서는 재료의 교란도를 FA상태와 RI상태에 대한 상대적인 비교를 통해 정의하며 교란도함수, D는 식(6)과 같이 정의할 수 있다.

$$D = \frac{M_s^c}{M_s} \quad (6)$$

여기서, M_s^c 는 FA상태의 재료의 질량, M_s 는 재료전체의 질량을 나타낸다.

1990년 Amaleh와 Desai는 교란도함수를 식(7)과 같이 표현하였다.

$$D = 0.99 [1 - e^{(-A\xi_D^Z)}] \quad (7)$$

여기서, A, Z는 재료의 매개변수이며, ξ_D 는 축차소성변형률상각궤도(deviatoric plastic strain trajectory)이다.

3. 예측기법의 개발

2절에서 설명한 DSC모델을 사용하여 3차원 주응력조건하에서 구성방정식을 전개하였으며, 이 것을 기초로 포화사질토의 동적거동을 모사하는 예측기법을 개발하였다.

3.1 3차원 주응력 조건하의 DSC 구성방정식

체적, V 를 가지는 물체에 힘, F^a 가 가해지면 그 힘은 물체의 RI영역과 FA영역이 분담하여 지지한다고 가정하고 식(8)과 같이 표현한다.

$$F^a = F^i + F^c \quad (8)$$

위에서 첨자 a 는 관측상태(observed state) 또는 평균상태, i 는 RI상태, c 는 FA상태를 의미한다.

식(8)을 면적, A 로 나누면, 교란도 함수, D 의 정의로부터 다음의 식(9)가 성립한다.

$$\sigma^a = (1 - D)\sigma^i + D\sigma^c \quad (9)$$

식(9)를 3차원 주응력 조건, 즉 1차원 텐서로 표시하면 다음의 식(10)과 같다.

$$\sigma_i^a = (1 - D)\sigma_i^i + D\sigma_i^c \quad (10)$$

식(10)을 미분하면, 관측응력의 전미분, $d\sigma_i^a$ 는 식(11)과 같다.

$$d\sigma_i^a = (1 - D)d\sigma_i^i + Dd\sigma_i^c + dD(\sigma_i^c - \sigma_i^i) \quad (11)$$

이 중 σ_i^c , σ_i^i , D 는 현재의 응력상태를 통해 이미 알고 있는 값이고, $d\sigma_i^a$, $d\sigma_i^i$, $d\sigma_i^c$, dD 는 미지의 값으로 구하여야 하는 값이다.

$d\sigma_i^i$ 는 RI상태의 구성모델 즉 HiSS 모델의 구성방정식을 사용하여, 일관조건(consistency condition)과 관련유동규칙으로부터 식(12)와 식(13)으로 표현할 수 있다.

$$d\sigma_i^i = C_{ij}^{ep} d\varepsilon \quad (12)$$

$$C_{ij}^{ep} = C_{ij}^e - \frac{C_{ik}^e n_k n_l C_{lj}^e}{n_m C_{mp}^e n_p - \frac{\partial F}{\partial \xi} \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_q} - \frac{\partial F}{\partial \sigma_q} \right)^{-1/2}} \quad (13)$$

여기서 C_{ij}^{ep} 는 RI상태의 탄소성구성텐서이고, C_{ij}^e 는 일반화된 Hooke의 법칙으로부터 얻어지는 탄성구성텐서이고, n_i 는 항복면과 수직을 이루는 단위법선벡터(unit normal vector)이며 다음의 식(14)과 같다.

$$n_i = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_i}}{\left[\frac{\partial F}{\partial \sigma_q} - \frac{\partial F}{\partial \sigma_q} \right]^{1/2}} = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}}{\left\| \frac{\partial F}{\partial \sigma_q} \right\|} \quad (14)$$

$d\sigma_i^c$ 는 FA상태의 정의와 비배수조건으로부터 식(4)와 식(5)를 이용하여 다음의 식(15)와 같이 유도된다.

$$d\sigma_i^c = \overline{m} \frac{J_1^c}{\sqrt{J_{2D}^i}} \left(C_{ij}^{ep} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} C_{kl}^{ep} - \frac{1}{2J_{2D}^i} S_i^j S_m^l C_{mj}^{ep} \right) d\varepsilon_j \quad (15)$$

여기서 δ_i 는 $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 1$ 을 만족하는 1차 텐서이고, S_i 는 축차응력텐서(deviatoric stress tensor)이다. 교란도함수의 전미분, dD 는 교란도함수의 정의로부터 식(16)과 같이 유도될 수 있다.

$$dD = \frac{D_u A Z \xi_D^{Z-1} \exp(-A \xi_D^Z) n_i C_{ij}^e}{n_i C_{ij}^e n_j - \left(\frac{\partial F}{\partial \xi} \right)^{-\frac{1}{2}}} d\epsilon_j \quad (16)$$

식(12), 식(13)과 식(15), 식(16)을 식(11)에 대입하여 변형률증분, $d\epsilon_j$ 를 맨 우측으로 이동시켜 정리하면, 3차원 주응력 조건하의 DSC 구성텐서, C_{ij}^{DSC} 를 구할 수 있으며 DSC구성방정식은 식(17)과 같다.

$$d\sigma_i^a = C_{ij}^{DSC} d\epsilon_j \quad (17)$$

3.2 RI상태의 표류보정(drift correction)

변형률증분, $d\epsilon$ 이 재하되면, RI상태의 탄소성구성방정식을 표현하는 식(12)과 식(13)에 의해, 응력증분과 새롭게 계산된 소성변형률상각궤도, ξ 와 경화함수, a 를 얻을 수 있다.

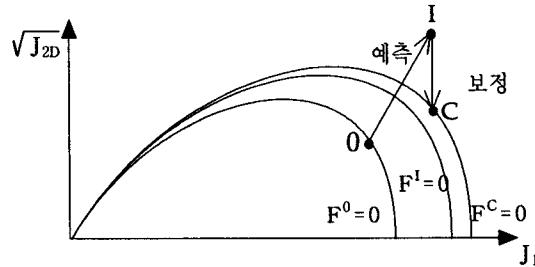


그림 2. 항복면의 표류보정

그림 2.에서와 같이 변형률증분이 가해지기 전의 초기 응력점을 0이라 하고, 이를 값으로 사용하여 계산된 새로운 응력점을 중간점 I라고 하면, 응력점 I는 종종 항복면의 바깥에서 발견된다. 즉 F 가 0보다 크다. 따라서 표류보정(drift correction)은 F 가 미리 정한 오차범위내에서 0에 접근할 때까지 즉, 마지막 수렴점 C에 도달할 때까지 반복계산법에 의해 응력과 항복면(ξ, a)을 보정하는 것을 말한다.(Potts, 1985)

보정응력점 C에서 항복면함수, F 는 0이 되어야 하므로 다음의 식(25)가 성립한다.

$$F[\{\sigma^I\} + \{d\sigma^{IC}\}, f_a(\xi^I + d\xi^{IC})] = 0 \quad (25)$$

여기서 첨자 IC는 응력경로가 I점에서 C점으로 이동함을 의미하고, f_a 는 적용되는 경화함수이다. 식(25)를 응력점 I에서 Taylor 급수를 이용하여 확장시켜 정리하면 유동규칙의 비례상수, λ^{IC} 는 다음의 식(26)과 같이 쓸 수 있다.

$$\lambda^{IC} = \frac{F(\{\sigma^I\}, f_a(\xi^I))}{\left[\frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right]_I [C^e](n) + \left[\frac{\partial F}{\partial a} \frac{\partial f_a}{\partial \xi} \right]_I} \quad (26)$$

3.3 예측기법 알고리즘

본 연구에서의 예측기법 알고리즘은 다음과 같다.

(1) 초기경화함수, a_0 를 산정한다.

초기 유효구속압 조건하에서 항복면함수, F 가 0이 되도록 초기경화함수, a_0 를 구한다.

- (2) 교란도함수, D를 산정한다.
- (3) 식(13)에 의해 RI상태의 탄소성구성행렬, C_{ij}^{op} 를 구성한다.
- (4) 식(17)에 의해 DSC모델에 의한 탄소성구성행렬, C_{ij}^{DSC} 를 구성한다.
- (5) 유효응력, 변형률, 소성변형률상각궤도를 계산한다.
비배수 조건을 만족하는 일정한 변형률증분을 (4)에서 구한 DSC 탄소성구성방정식에 대입하여 계산한다.
- (6) 실내진동전단시험의 전 과정에서 일정하게 유지되는 축방향 전응력과 (5)에서 구한 축방향 유효응력의 차로써 간극수압을 구한다.
- (7) 항복면함수, F의 표류보정(drift correction)에 의해서 응력 및 경화함수를 보정한다.
- (8) 미리 정한 축차응력의 최대값에 도달할 때까지 (2)에서 (7)을 반복한다.
- (9) 최대압축축차응력에서 0이 될 때까지 축차응력을 제하고 이때의 간극수압, 평균유효응력을 계산한다.
- (10) 인장재하단계의 간극수압, 평균유효응력을 계산한다.
최대인장축차응력에 도달할 때까지 (—)의 응력증분을 제하고 (2)에서 (7)을 반복한다.
- (11) 최대인장축차응력에서 0이 될 때까지 축차응력을 제하고 이때의 간극수압, 평균유효응력을 계산한다.
- (12) 평균유효응력이 0에 도달할 때 까지 (2)에서 (11)을 반복한다.

4. 실내시험과 예측기법 검증

본 연구에서는 1996년 미국 아리조나대학에서 Park과 Gyi가 Ottawa sand를 대상으로 실시한 진동실삼축시험(cyclic truly triaxial test) 결과를 이용하여 예측기법을 검증하였다.

4.1 실내시험

진동하중을 받는 지반의 현장상태 재현을 위해 사용되는 실내시험의 일종인 진동실삼축시험은 세 개의 주응력방향에 대해 각기 다른 응력을 가할 수 있다는 장점이 있다. 시료는 정방형의 형상을 가지며, 각각의 주응력방향에 대한 변위를 직접 계측할 수 있다. 표 1에서와 같이 Ottawa sand는 입자가 등근 모양에서 약간 등근 모양의 균등한 세립의 모래이다. 진동실삼축시험의 제반조건은 다음의 표 2와 같다.

표 1. Ottawa sand의 기본물성(park, 1997)

비중 (G_s)	2.64
곡률계수 (C_c)	1.6
균등계수 (C_u)	2.0
최대간극비 (e_{max})	0.77
최소간극비 (e_{min})	0.46

표 2. 실삼축시험의 제반조건

초기 유효구속압(kPa)	69, 138, 207
상대밀도(%)	60
하중종류	톱니파형
시료조건	포화, 비배수
하중제어방식	응력제어

재하하중으로는 0.1Hz의 진동축차응력을 이용하였다. 또한 구속압을 일정하게 유지시킨 상태에서 축차응력만 재하 또는 제하하였다. 이 때 최대 압축축차응력과 최대 인장축차응력을 일정하게 유지시키면서 압축재하(loadings)—

제하(unloading)–인장재하(reverse loading)–제하(unloading)과정을 반복하였다.

각각의 초기유효구속압 조건에 대하여 초기유효구속압의 반을 최대축차응력으로 작용시켰다. 다시 말하면 초기유효구속압에 대한 최대전단응력의 비, 즉 응력비를 0.25로 고정시켰다.

4.2 예측기법 검증

예측기법 검증에 사용된 입력매개변수는 1996년 Park과 Gyi의 시험자료로부터 다음의 표 3과 같다. 대기압, p_a 는 101.35kPa로 하였고, 표류보정시 오차의 한계, E_{ps} 는 1×10^{-5} 로 하였으며, 축방향변형률증분, $d\epsilon_1$ 은 1×10^{-8} 으로 하였다.

표 3. 입력매개변수

재료상태	매개변수 그룹	입력매개변수	Ottawa Sand	재료상태	매개변수 그룹	입력매개변수	Ottawa Sand
RI상태	탄성 매개변수	E	193000kPa	FA상태	한계상태 매개변수	m	0.15
		v	0.38			λ	0.02
	소성 매개변수	v	0.123		교란도함수 매개변수	e_0^c	0.601
		n	2.45			A	4.22
		h_1	0.15		관측상태	Z	0.43
		h_2	0.001				

개발된 예측기법에 의한 간극수압과 평균유효응력 예측 결과, 다음의 그림 3과 그림 4에서와 같이 각각의 모든 초기유효구속압(69kPa, 138kPa, 207kPa) 조건하에서 재료의 파괴시에 평균유효응력이 0에 가까워지고, 과잉간극수압이 초기 유효구속압과 거의 같아져 실내시험자료와 유사한 경향을 보였다. 이는 비배수 동적 재하시 지반이 유효응력을 잃고 액체화되는 포화사질토의 액상화 현상(Liquefaction)을 모사한 것으로 풀이된다. 또한 초기 유효구속압이 증가함에 따라 재료의 파괴가 일어나는 진동하중 제하횟수가 5회, 7회, 8회로 증가하였으며, 각각의 초기 유효구속압조건에 대한 파괴시의 진동재하 횟수가 실내시험결과와 일치하는 경향을 보였다.

그림 3.에서는 과잉간극수압 예측결과의 최고정점과 실내시험결과가 유사한 경향을 보이는데 이는 실내시험에서 과잉간극수압 측정시 간극수압 측정장치의 민감도가 낮아 재하시의 과잉간극수압 감소현상을 반영하지 못하기 때문에 판단된다. 또한 그림 4.에서는 실내시험결과가 평균유효응력 예측결과와는 달리 최대 정점과 최소 정점을 전동하는데 이는 앞에서 설명하였듯이 진동전단 재하시에 과잉간극수압이 진동축차응력에 따라 증가 또는 감소함을 실내시험결과가 반영하지 못하기 때문이다.

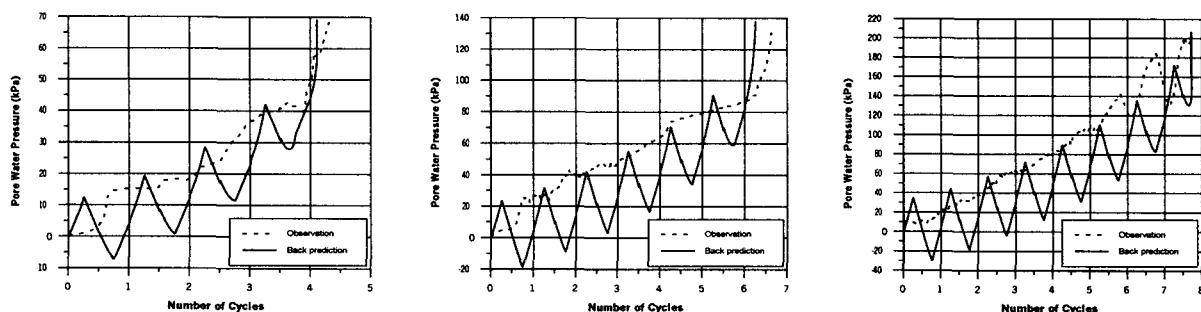


그림 3. 유효구속압 69kPa, 138kPa, 207kPa일 때 과잉간극수압–진동재하횟수 관계

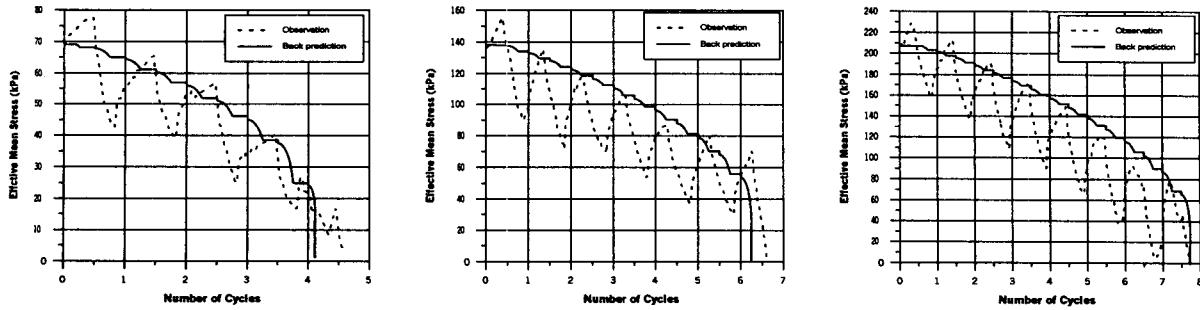


그림 4. 유효구속압 69kPa, 138kPa, 207kPa일 때 평균유효응력—진동재하횟수 관계

5. 결 론

본 연구에서는 실내진동전단시험 자료로부터 DSC모델 매개변수를 찾고, DSC모델을 이용하여 구한 응력증분과 변형률증분의 관계를 표현하는 탄소성구성방정식으로부터 진동하중을 받는 지반재의 평균유효응력 및 간극수압거동을 예측하여 포화사질토의 액상화현상을 모델링하였다. 본 연구로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

1. 개발된 예측기법에 의한 간극수압과 평균유효응력 예측 결과, 각각의 모든 초기유효구속압 조건하에서 재료의 파괴시에 과잉간극수압이 초기 유효구속압과 같아지고 흙의 유효응력이 0에 가까워졌는데 이는 비배수 동적 재하 시 지반이 유효응력을 잃고 액체화되는 포화사질토의 액상화 현상(liquefaction)을 모사한 것으로 판단된다.
2. 본 연구를 통하여 개발된 예측기법이 포화사질토의 액상화 현상을 유효응력개념의 해석적 기법으로 모델링할 수 있고, 포화사질토의 동적 거동을 적절히 예측할 수 있다는 것을 알 수 있었다.

참고문헌

1. Park, I. J.(1997), *Disturbed State Modelling for Dynamic and Liquefaction Analysis*, Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering and Engineering Mechanics, University of Arizona, Tuscon, Arizona.
2. Potts, D. M. and Gens, A.(1985), "a Critical Assessment of Methods of Correction for Drift From the Yield Surface in Elasto-Plastic Finite Element Analysis", *International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 9, NO. 2, pp. 149-161.
3. Seed, H. B. and Lee, K. L.(1966), "Liquefaction of Saturated Sands during Cyclic Loading," *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, Vol. 92, No. SM6, pp. 105-134.
4. Wathugala, G. W. and Desai, C. S.(1990), "Dynamic Analysis of Nonlinear Porous Media with Anisotropic Hardening Constitutive Model and Application to Field Tests on Piles in Saturated Clays", *Report to the National Science Foundation*, Department of Civil Engineering and Engineering Mechanics, University of Arizona, Tuscon, Arizona.
5. 박인준, 김수일(1998), "Disturbed State Modelling for Fully Saturated Sand Under Dynamic Load", 한국지반공학회지, 제14권, 3호, pp. 47~61.
6. 박인준, 김수일(1998), "교란상태개념에 기초한 새로운 액상화 평가기법", 한국지진공학회지, 제2권, 2호, pp. 45~55
7. Park, I. J., Kim, S. I., Choi, J. S. and Shin, Y. S.(1999), "Disturbed State Concept for Modeling of Dynamic Response of Saturated Sand, *the 11th ARC on International Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, pp. 503~506.
8. Park, I. J., Kim, S. I. and Choi, J. S.(2000), "Disturbed State Modeling for Fully Saturated Sand Under Dynamic Load, *the 12th World Conference on Earthquake Engineering*, pp. 2065.1~2065.7