

## 지반조건이 현장 타설 말뚝 선단부의 동적 경계조건에 미치는 영향 Effects of Soil Conditions on the Vibratory Motion of Drilled Shaft

이 병식<sup>1)</sup>, Byung-Sik Lee, 이원구<sup>2)</sup>, Won-Gu, Lee

<sup>1)</sup> 공주대학교 토목환경공학과 조교수, Assistant Professor, Dept. of Civil & Environmental Eng., Kongju National University

<sup>2)</sup> 공주대학교 토목환경공학과 석사과정, Graduate Research Assistant, Dept. of Civil & Environmental Eng., Kongju National University

**SYNOPSIS :** Non-destructive out-hole tests, impact-echo and impact-response are widely applied to evaluate integrity of drilled shafts. In these tests, vibratory motions of drilled shafts are interpreted, which induced by impacts on the shaft head. In applying the tests to evaluating integrity of shaft, it has been attended whether the tests have resolutions enough to distinguish existence of slime at between the shaft end and a bearing soil deposit. To distinguish existence of slime by tests, modes of shaft vibrations need to be reasonably interpreted, which generally vary according to a shaft boundary condition such as, a free-free or a free-fixed condition. The boundary condition of a shaft is, however, found to be significantly affected by stiffness of soil deposits around shaft as well as penetration depths of shaft into a bearing soil deposit. Thus, these effects on the boundary condition of a shaft should be considered reasonably in interpreting test results to decide the existence of slime. To investigate the effects, in this study, vibratory motions of shafts constructed in various soil conditions and end penetration depths are examined analytically. Based on the studies, variations of boundary condition are characterized in terms of soil stiffness contrast between a shaft perimeter and a shaft end, and also the ratio of a penetration depth to a shaft length. The results can be applied to verify the applicability of tests to identify the slime.

**Key words :** non-destructive integrity tests, drilled shaft, slime, vibratory motion, impact-echo test, impact-response test, fixed end condition, free end condition

### 1. 서 론

현장 타설 콘크리트 말뚝(이하 말뚝으로 칭함)의 건전도 평가를 위해서 비검측공 시험법인 충격반향기법(Impact Echo)이나 충격응답기법(Impact Response)을 적용하는 사례가 증가되는 추세에 있다.(Baker 등, 1993; Fino. 등, 1998; Gassman, 1997) 이들 시험법에서는 측정되는 말뚝의 공진주파수와 응답파의 진폭 등을 분석하여 말뚝의 길이나 결합부위, 말뚝의 강성이나 단면적 등을 추정하게 된다. 본 연구에서는 말뚝 타설 시 말뚝 선단에서 형성될 가능성이 있는 선단과 기반암 사이의 연약한 혼재층(slime) 존재유무의 평가에 이들 시험법을 적용하기 위한

기초 연구를 수행하였다.

협재층의 두께는 말뚝의 길이에 비해 상대적으로 매우 얇을 것이므로 말뚝의 공진주파수를 근거로 추정되는 말뚝의 길이로부터 협재층의 존재유무를 평가하기는 어렵다. 이보다는 협재층이 존재하지 않는 경우에 예상되는 공진주파수에 대해 실제 시험결과로부터 얻은 공진주파수의 변화를 평가하여 협재층의 존재유무를 추정하는 방법이 가능성이 있다. 왜냐하면 공진주파수로 나타나는 말뚝의 동적 거동은 말뚝 두부와 선단에서의 경계조건들, 즉 자유단-자유단, 자유단-고정단, 혹은 이들의 중간조건들에 따라 변화하고 말뚝의 경계조건은 협재층의 존재유무에 의해 영향을 받을 것이기 때문이다.

이 방법의 적용을 위해서는 협재층이 존재하지 않는 말뚝에 대한 공진주파수를 사전에 알고 있어야 한다. 만약에 말뚝의 경계조건이 완전한 자유단-자유단 혹은 자유단-고정단 조건인 경우에 말뚝의 공진주파수는 말뚝의 강성과 길이를 알면 결정된다. 그러나 모형말뚝에 대한 비접촉공시험을 실시한 결과 협재층이 존재하지 않는 경우라 할지라도 말뚝이 예상하였던 경계조건과는 다른 조건에서 거동하는 것으로 나타났으며(박, 1997), 결과적으로 말뚝 공진주파수의 사전 예측에 대한 신빙성에 의심을 가지게 되었다. 이러한 배경으로 본 연구에서는 충격반향기법을 중심으로 말뚝의 경계조건 변화에 영향을 미치는 다양한 인자들 중에서도 말뚝 주면과 선단부 지반의 강성과 선단부 지반에 대한 말뚝의 근입깊이 등의 영향을 조사하기 위한 일련의 해석적 연구를 수행하였다.

## 2. 충격반향기법

햄머나 철구 등으로 말뚝의 두부에 충격을 가하면 탄성파가 말뚝 내로 전파되면서 파의 일부가 결합이나 선단에서 반사되어 표면으로 돌아오게 되는데 이를 반사파를 수집하고 신호처리하여 말뚝의 강성이나 길이, 균열 및

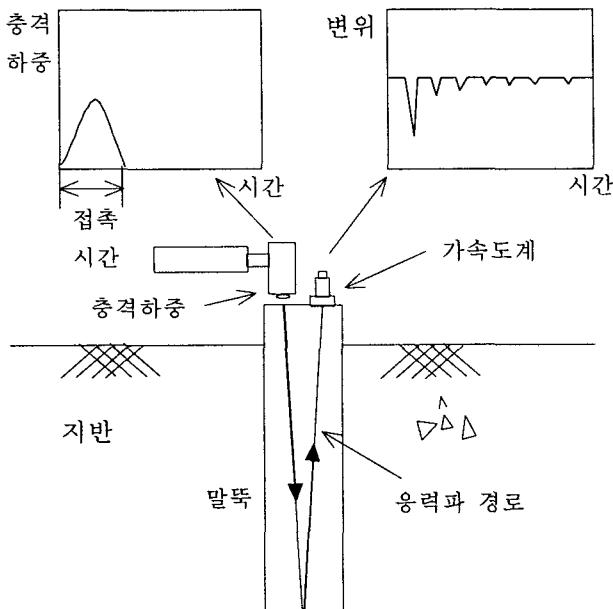


그림 1. 충격반향기법 시험의 개요도

공동의 유무 등을 밝혀내는 시험법을 충격반향기법이라 한다.(그림 1) 이 시험법으로는 결합의 위치는 추정할 수 있지만 이로 인한 말뚝 단면적 변화량을 추정하지는 못한다. 말뚝의 단면적 변화의 추정이 요구되는 경우에는 말뚝 단면의 임피던스(impedance) 혹은 운동성(mobility)의 변화를 추정할 수 있는 시험법인 충격응답기법이 적용되어야 한다.

수집된 반사파의 시간이력은 각기 다른 주파수를 가진 다양한 종류의 파가 혼합되어 있으므로 일반적으로 매우 복잡하지만 이를 주파수 영역으로 고속 푸리에 변환하면 탄성파에 의한 말뚝 진동의 공진주파수를 결정할 수 있다. 시험결과로부터 말뚝의 공진주파수를 알면 말뚝의 강성( $V_p$ , 압축파 속도)과 길이( $L$ ), 고유 주파수( $f_n$ )간의 관계로부터 말뚝의 길이 혹은 강성을 추정할 수 있다. 말뚝의 강성과 길이, 고유 주파수 간의 관계는 일반적으로 자유단-자유단 혹은 자유단-고정단 조건으로 가정하는 말뚝 두부와

선단에서의 경계조건에 따라 변하고 식 1 과 2 로 각각 표현된다.

$$\text{자유단-자유단 경계조건의 경우} : f_n = n \frac{V_p}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

$$\text{자유단-고정단 경계조건의 경우} : f_n = n \frac{V_p}{4L}, \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (2)$$

만약 말뚝의 강성이나 길이의 추정에만 관심이 있는 경우에 이들 값은 공진주파수의 간격,  $\Delta f$ , 와 말뚝의 강성과 길이의 관계식인 식 (3) 으로 부터 구할 수 있고 이 식은 말뚝의 경계조건에 상관없이 동일하게 적용된다.

$$\Delta f = \frac{V_p}{2L} \quad (3)$$

그러나 본 연구에서 조사코자 하는 말뚝 주변 조건의 변화에 따른 말뚝의 경계조건 변화를 살펴보기 위해서는 각각의 공진주파수( $f_n$ )의 변화, 이 중에서도 특히 첫 번째 모드에 해당하는 공진주파수( $f_1$ )의 변화에 주목하여야 한다.

### 3. 해석 대상 말뚝과 지반조건

현장 타설 콘크리트 말뚝은 소요의 지지력을 얻기 위해 말뚝의 선단을 지반 강성이 비교적 큰 지반(예를 들면, 연암 이상)에 어느 정도 근입하여 설치한다. 말뚝은 선단을 지지하는 지반 및 주변 지반의 강성과 근입깊이에 따라 자유단-자유단, 자유단-고정단, 혹은 이를 중간 조건에 따른 동적 거동을 하게 된다. 여기서는 이러한 말뚝 주변 조건의 변화에 따른 말뚝 경계조건의 변화를 살피고자 하는 것이다.

해석 대상 말뚝은 길이가 20 m이고 직경은 1 m로서, 그림 2에서 보인 바와 같이 지표면으로부터 1 m 돌출하여 설치되고, 주변 지반을 깊이  $L_a$ 로 관통하여 깊이  $L_b$  만큼 선단지반에 근입되어 있다. 말뚝의 재료는 밀도  $2,300 \text{ g/cm}^3$ , 포아송비 0.2, 탄성계수  $33.1 \text{ GPa}$ , 압축파 속도  $3,800 \text{ m/sec}$ , 전단파 속도  $2,327 \text{ m/s}$ 의 콘크리트로 가정하였다. 이러한 말뚝에 대해 선단 지반에 대한 말뚝의 근입 깊이( $L_b$ )를  $0 \text{ m}, 1 \text{ m}, 2 \text{ m}, 3 \text{ m}, 4 \text{ m}$ 로 변화시키고, 주변 지반에 대한 선단 지반의 강성비를 표 1에 나타낸 바와 같은 조합으로 변화시킨 경우들을 고려하였다. 이러한 말뚝-지반시스템에 대해 충격하중에 대한 말뚝의 동적 거동을 유한요소해석으로 구하고 그 결과를 충격반향기법으로 신호 처리하여 말뚝의 조건에 따른 공진 주파수의 변화를 살펴본다.

표 1. 주변 지반과 선단 지반 물성치

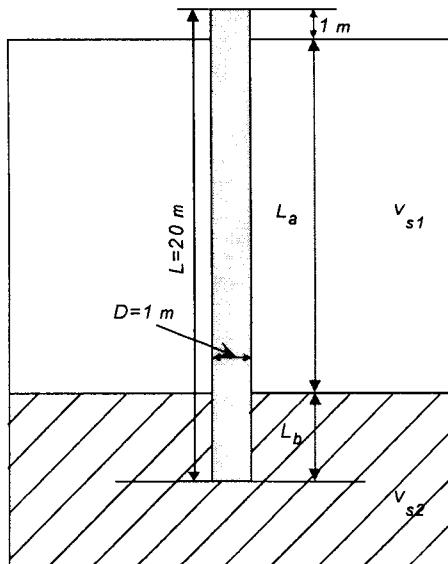


그림 2. 기초 지반에 근입된  
말뚝-지반 시스템

경우	주변 지반	$V_{sl}$ (m/sec)	선단 지반	$V_{s2}$ (m/sec)	$V_{s2}/V_{sl}$
1	모래	100	포화된 모래	190	1.9
			연약 점토	250	2.5
			빙적토	350	3.5
			보통암	439	4.4
			극경암	1166	11.7
2	포화된 모래	190	연약 점토	250	1.3
			빙적토	350	1.8
			보통암	439	2.3
			극경암	1166	6.1
3	연약 점토	250	빙적토	350	1.4
			보통암	439	1.8
			극경암	1166	4.7

### 4. 해석 대상 말뚝의 유한요소해석

비검측공 시험을 해석적으로 재현하기 위해 말뚝-지반 시스템을 그림 3에 보인 바와 같은 1 차원 유한요소로 모델링하였다. 여기에서 말뚝은 집중질량을 가진 트러스 요소로, 말뚝과 지반 사이에 발생하는 마찰 저항과 말뚝의 선단 지지 조건은 스프링 요소와 감쇠 요소로 각각 이상화하였다. 스프링 요소의 스프링 계수와 감쇠 요소의 감쇠 계수는 표 2에 보인 관계로부터 추정하였다. 충격하중은 식 4로 정의되는 반파장의 sine 곡선으로 가정하였다.

$$p(t) = P_o \sin\left(-\frac{\pi}{T_d}\right)t \quad (4)$$

충격하중의 지속시간,  $T_d$  는  $1.5 \times 10^{-3}$  sec 로, 최대 진폭,  $P_o$  는 15,570 N 으로 가정하였다. 재하면은 말뚝의 중심에서 반경( $r_L$ ) 이 25 mm 인 원형으로 가정하고, 이 면적에 충격하중이 등분포하는 것으로 가정하였다.

이상과 같이 가정한 1 차원 말뚝-지반 유한요소시스템을 범용해석프로그램인 ABAQUS를 이용하여 해석하고 얻어진 결과를 충격반향기법으로 신호처리하였다.

표 2. 스프링 요소과 감쇠 요소의 물성치 (Liao. 등, 1997)

지반	말뚝 주변 지반		말뚝 선단 지반	
요소	$k_v$ (N/m)	$c_v$ (kg/m-s)	$K_{v,b}$ (N/m <sup>2</sup> )	$C_{v,b}$ (N-s/m)
경험식	$2.3 G_s$	$2\pi \rho_s V_s r_p$	$4G_s r_p / (1 - \nu_s)$	$0.85 k_{v,b} r_p / V_s$

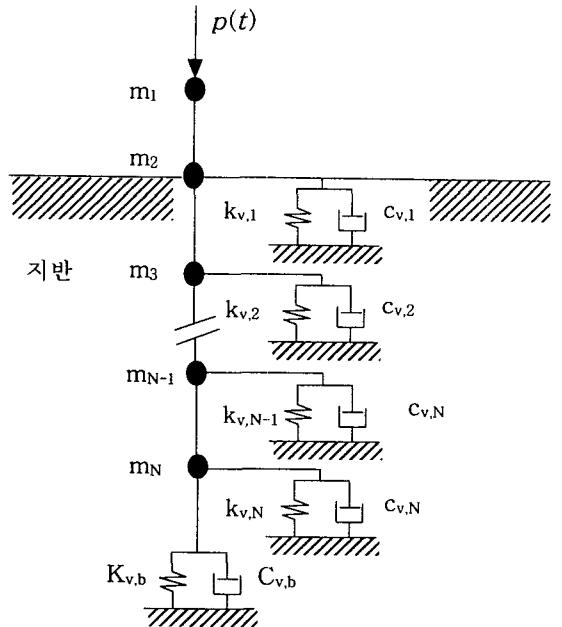


그림 3. 1 차원 유한요소 모델링

## 5. 말뚝 주변 조건에 따른 공진주파수의 변화

식 1 과 2 를 이용하여 그림 2 에 보인 해석 대상 말뚝에 대한 1 차 모드의 공진 주파수를 각각 구하면

$$\text{자유단-자유단 경계조건의 경우 : } f_1 = \frac{nV_c}{2L} = \frac{1 \times 3800}{2 \times 20} = 95 \text{ Hz}$$

$$\text{자유단-고정단 경계조건의 경우 : } f_1 = \frac{nV_c}{4L} = \frac{1 \times 3800}{4 \times 20} = 47.5 \text{ Hz}$$

이다. 같은 방법으로 각 경계조건에 대해 고차 모드의 공진주파수를 구하면 자유단-자유단 경계조건의 경우에 모드 별 공진 주파수는 95 Hz, 190 Hz, 285 Hz, 380 Hz, ... 등으로, 자유단-고정단 경계조건의 경우에는 47.5 Hz, 142.5 Hz, 234.5 Hz, 332.5 Hz ... 등으로 구해진다. 즉, 말뚝은 자유단-자유단 경계조건인 경우에 자유단-고정단 경계조건의 경우보다 모드 별로  $V_c/4L$  만큼 높은 주파수에서 공진한다.

표 1 에 보인 각 경우에 대한 1 차 모드의 공진주파수는 말뚝 선단을 완전 자유단 혹은 완전 고정단으로 가정하는 경우에 대해 위에서 구한 1 차 모드 공진주파수들인 95 Hz 와 47.5 Hz 의 영역에서 변화할 것으로 예상된다. 다음 절로부터 표 1 의 각 경우에 대한 공진주파수의 변화를 지반의 강성비의 영향과 말뚝 선단의 근입깊이 변화에 의한 영향으로 크게 구분하여 설명하기로 한다.

### 5.1 주변 지반에 대한 선단 지반의 강성비의 영향

선단 지반에 근입된 말뚝의 근입깊이가 1 m 인 말뚝( $L_b/L=0.05$ )에 대해 말뚝의 주변 지반이 모래이고 선단 지반의 강성이 변하는 조건 들(표 1의 “경우 1”)에 대해 각 조건에서 말뚝의 공진 주파수를 구해 그림 4 에 나타냈다. 또한 말뚝의 주변 지반이 포화된 모래일 때 선단 지반의 강성이 변하는 조건 들(표 1의 “경우 2”)과 주변 지반이 연약 점토일 때 여러 가지 선단 지반의 강성에 대해 각 조건(표 1의 “경우 3”)에서 말뚝의 공진 주파수를 구해 그림 5 와 6 에 각각 나타냈다.

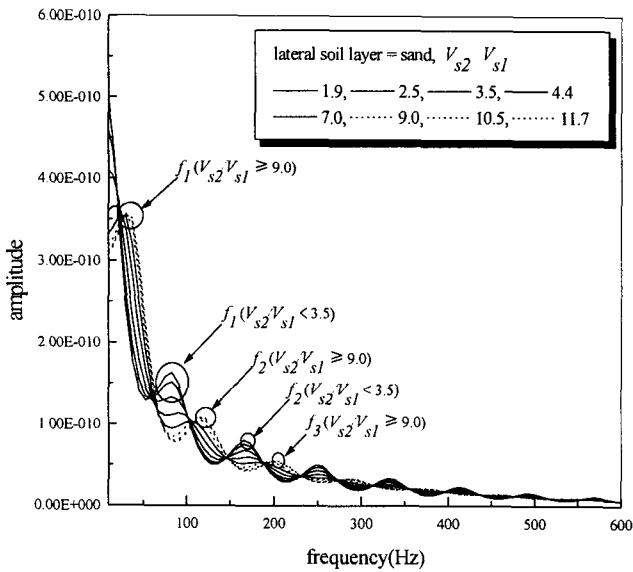


그림 4. 말뚝의 주변 지반이 모래이고 기초 지반의 강성 변화 시 공진 주파수

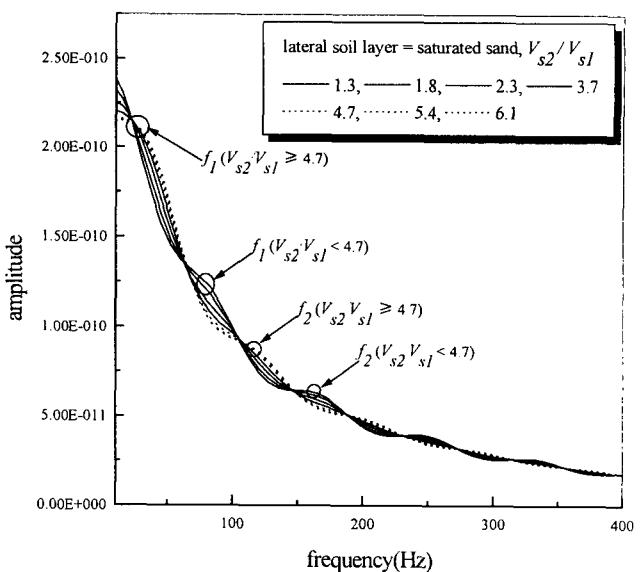


그림 5. 말뚝의 주변 지반이 포화된 모래이고 기초 지반의 강성 변화 시 공진 주파수

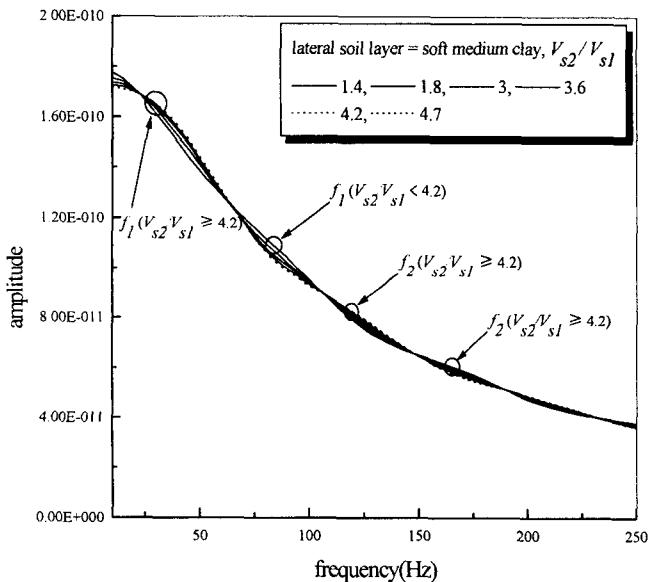


그림 6. 말뚝의 주변 지반이 연약 점토이고 기초 지반의 강성 변화 시 공진 주파수

서의 진폭이 크게 감소하므로 그림의 결과로부터 말뚝의 자유단 혹은 고정단의 거동을 뚜렷하게 구분하기가 어렵게 된다. 하지만 그림 4의 결과에서 나타낸 바와 유사하게 이 결과들(그림 5와 6)도 말뚝의 경계조건이 지반 강성비의 변화에 따라 변이되는 추세를 개략적으로 나타내고 있다. 즉, 개략적으로 강성비가 약 4 정도의 값 주변에서 말뚝의 경계조건이 자유단 조건으로 변화한다고 볼 수 있다.

이상과 같은 조사를 토대로 선단 지반에 근입된 말뚝의 근입깊이가 1 m인 경우에 대해서는 말뚝의 경계조건을 주변 지반에 대한 선단 지반의 강성비가 약 3.5이하인 경우에는 자유단으로, 약 9.0 이상인 경우에는 고정단으로 고려하는 것이 바람직할 것으로 판단된다. 그러나 경계조건을 구분하는 이 값들은 말뚝의 근입깊이가 달라지는 경우에 변화될 것으로 예상되므로 주의해야 한다.

그림 4, 그림 5와 그림 6에 보인 결과로부터 판단할 때 공진 주파수의 변화는 주변 지반에 대한 기초 지반의 강성비에 따라 말뚝이 1) 자유단으로 거동하는 구간, 2) 자유단에서 고정단으로 변화하는 변이구간, 3) 고정단으로 거동하는 구간의 세 구간으로 나누어 고려할 수 있음을 알 수 있다. 그림 4의 결과에 대해서는 강성비가 약 3.5보다 작을 경우에는 각 모드의 공진 주파수가 약 82 Hz, 165 Hz, 250 Hz 등으로 나타나 자유단으로 거동함을 알 수 있다. 반면에 같은 그림의 결과에서 강성비가 약 9.0를 경우에는 각 모드의 주파수는 약 35 Hz, 120 Hz, 204 Hz, 290 Hz 등으로 나타나 고정단으로 거동함을 알 수 있다. 그러나 강성비가 3.5에서 9.0 사이인 경우들에 대해서는 공진 주파수의 진폭이 상대적으로 작아 이를 명확하게 구분하기가 어려워진다.

그림 5와 6에서 보인 경우들은 주변 지반의 강성이 그림 4의 경우보다 커서 주파수 영역에

## 5.2 선단 지반에 근입된 말뚝의 근입 깊이의 영향

표 1의 “경우 1”, 즉 말뚝의 주변 지반이 모래이고, 선단 지반의 강성이 변화하는 경우에 선단 지반에 대한 말뚝의 근입깊이를 0 m, 1 m, 2 m, 3 m 와 4 m 로 변화시켜 근입깊이가 말뚝의 경계 조건에 미치는 영향을 살펴보았다. 이들 경우에 대해 얻은 공진 주파수 변화는 근입 깊이가 1 m 인 경우에 대해서는 앞서 보인 그림 4 의 결과와 같고, 근입깊이가 0 m( $L_b/L=0$ ), 2 m( $L_b/L=0.1$ ), 3 m ( $L_b/L=0.15$ ) 와 4 m( $L_b/L=0.2$ ) 인 경우에 대해서는 그림 7, 그림 8, 그림 9 와 그림 10 에 각각 나타냈다.

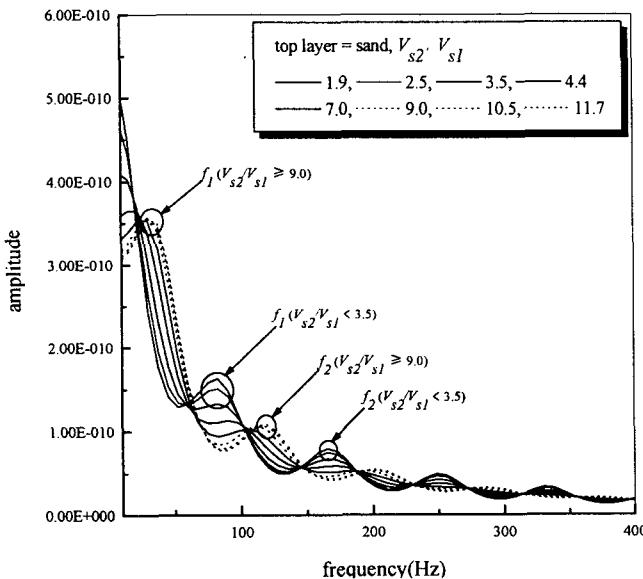


그림 7. 선단지반에 근입된 말뚝의 근입 깊이가 0 m( $L_b/L = 0$ )일 때의 공진 주파수

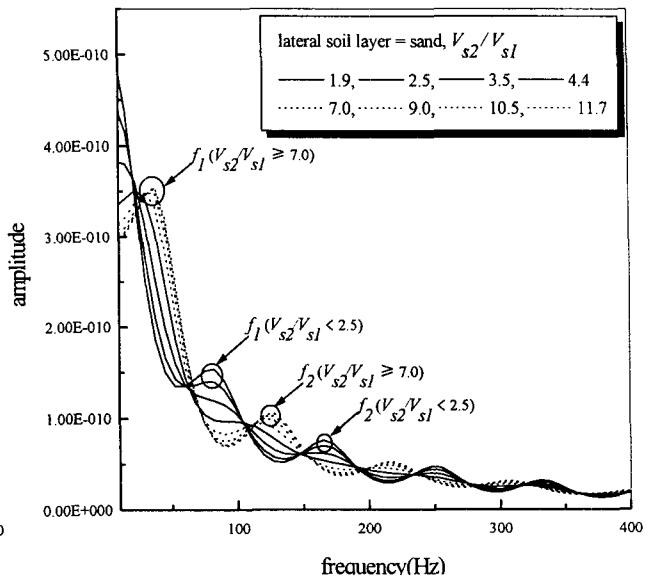


그림 8. 선단지반에 근입된 말뚝의 근입 깊이가 2 m ( $L_b/L = 0.1$ )일 때의 공진주파수

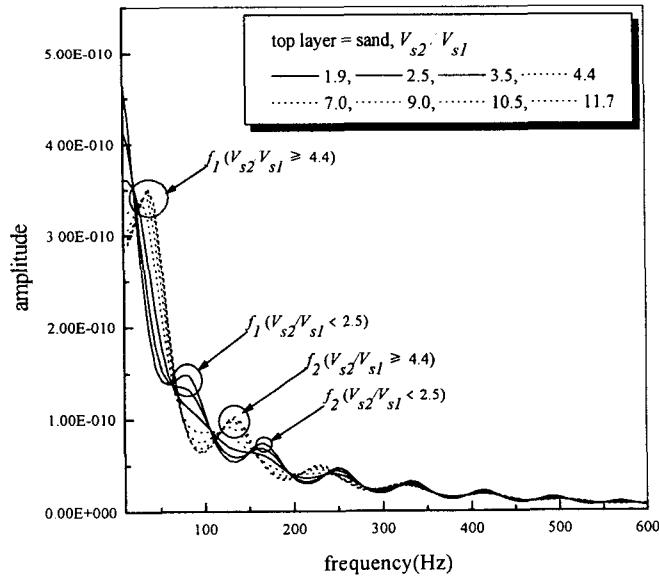


그림 9. 선단지반에 근입된 말뚝의 근입 깊이가 3 m ( $L_b/L = 0.15$ )일 때의 공진 주파수

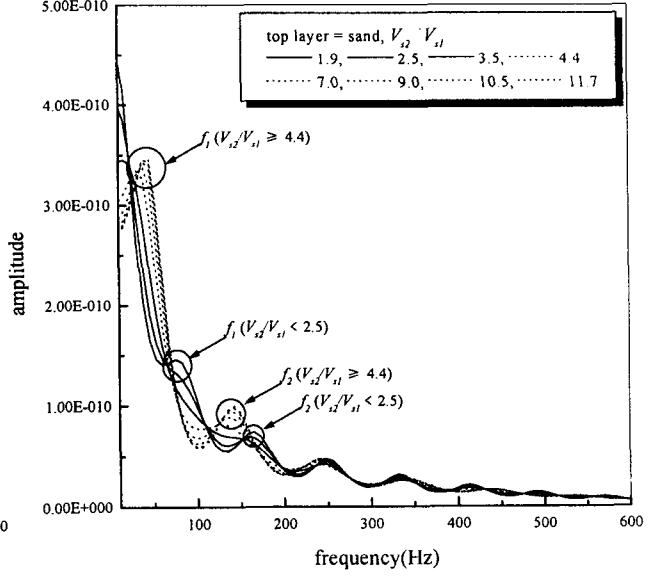


그림 10. 선단지반에 근입된 말뚝의 근입 깊이가 4 m ( $L_b/L = 0.2$ )일 때의 공진주파수

말뚝의 근입깊이가 0 m 인 경우인 그림 7 의 결과는 근입깊이가 1 m 인 경우인 그림 4 의 결과와 거의 동일하므로 근입깊이의 변화에 대해 공진주파수가 변화하지 않았음을 알 수 있다.

선단 지반에 근입된 말뚝의 근입깊이가 2 m 인 경우인 그림 8 의 결과를 살펴보면, 말뚝의 동적 거동(경계조건)은 근입 깊이가 1 m 인 경우(그림 4) 와는 달리 강성비가 2.0 보다 작은 구간에서 자유단으로 거동하고, 7.0 보다 큰 구간에서는 고정단으로 거동하는 특성을 보임을 알 수 있다. 또한 근입 깊이가 3 m 와 4 m 로 증가된 그림 9 와 10 의 경우에서도 이와 비슷한 추세로 말뚝의 동적 거동(경계조건)을 구분 짓는 강성비가 자유단 거동 구간의 경우 2.5 로, 고정단 거동 구간의 경우 4.4 로 감소되는 것을 알 수 있다. 즉, 말뚝의 선단 지반 근입깊이가 깊어짐에 따라 말뚝의 경계조건을 구분 짓는 주변지반에 대한 선단 지반의 강성비가 감소하는 경향을 보임을 알 수 있다. 따라서 선단 지반에 근입된 말뚝의 근입깊이가 말뚝의 경계조건에 크게 영향을 미칠 수 있다는 결론을 얻을 수 있다.

위의 5.1 절과 5.2 절에서 얻은 결과를 정리하여 말뚝의 주변 지반 조건과 말뚝의 근입 깊이 변화에 따른 말뚝의 경계조건 변화를 나타내면 표 3 과 같다.

표 3. 말뚝의 근입 깊이와 주변 지반 조건의 변화에 따른 말뚝의 동적 거동 특성 변화

근입 깊이	말뚝의 동적 거동 특성 변화(경계조건 변화)		
	자유단 거동 구간	변이 구간	고정단 거동 구간
0 m ( $L_b/L = 0$ )	$V_{s2}/V_{sl} < 3.5$	-	$V_{s2}/V_{sl} \geq 9.0$
1 m ( $L_b/L = 0.05$ )	$V_{s2}/V_{sl} < 3.5$	-	$V_{s2}/V_{sl} \geq 9.0$
2 m ( $L_b/L = 0.1$ )	$V_{s2}/V_{sl} < 2.5$	-	$V_{s2}/V_{sl} \geq 7.0$
3 m ( $L_b/L = 0.15$ )	$V_{s2}/V_{sl} < 2.5$	-	$V_{s2}/V_{sl} \geq 4.4$
4 m ( $L_b/L = 0.2$ )	$V_{s2}/V_{sl} < 2.5$	-	$V_{s2}/V_{sl} \geq 4.4$

여기서,  $V_{s2}/V_{sl}$  : 주변 지반에 대한 기초 지반의 강성비(전단파 속도비),  $L$  : 말뚝의 전체 길이(20 m)

## 6. 결론

지반 조건과 선단 지반에 대한 말뚝의 근입깊이의 변화가 말뚝의 공진주파수의 변화에 미치는 영향을 조사한 본 연구결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 말뚝이 수평으로 쟁이 진 주변 지반을 통과하여 단부가 선단 지반에 근입되거나 지지되는 경우에 말뚝의 자유단 혹은 고정단 경계 조건은 주변 지반과 선단 지반의 강성비와 선단 지반에 근입된 근입깊이에 따라 변화한다.
- (2) 주변 지반에 대한 선단 지반의 강성비,  $V_{s2}/V_{sl}$ , 가 약 3 이하이면 말뚝이 자유단 경계 조건으로 거동하고, 강성비가 약 9 이상이면 고정단 경계 조건으로 거동한다.
- (3) 말뚝의 기초 지반 근입깊이가 말뚝 전체 길이에 대해 10 % 이상( $L_b/L > 0.1$ )이 되면 근입깊이가 말뚝의 동적거동을 지배하는 경계 조건 변화에 크게 영향을 미치는 것으로 조사되었다.
- (4) 말뚝의 경계조건이 본 연구에서 정의한 변이구간에 속하는 경우에 말뚝의 길이나 강성을 충격반향기법의 결과로부터 추정하려면 1 차 모드에 대한 공진주파수를 이용하는 경우 틀린 결과를 얻을 수 있으므로 필히 식 3 의 관계를 이용하여 추정하여야 한다.
- (5) 말뚝선단의 협재층의 존재유무를 평가하기 위한 충격반향기법의 적용에 있어서 협재층이 존재하지 않는 경우에 대한 말뚝의 공진주파수는 말뚝의 주변지반과 선단지반의 강성과 근입깊이를 고려하여 결정되어야 한다. 지반과 근입깊이에 대한 정보는 시공 시에 일반적으로 이미 알려져 있을 것으로 판단된다.

## 7. 참고문헌

1. 박연홍 (1997), “충격반향기법을 이용한 깊은 기초의 건전도 평가”, 한국과학기술원 석사논문.
2. 이원구 (2000), “비검측공 시험법을 이용한 현장 타설 콘크리트 말뚝의 건전도 평가에 관한 해석적 연구”, 공주대학교 대학원 석사논문.
3. 이원구, 이병식 (1999), “현장 타설 콘크리트 말뚝의 건전도 평가를 위한 충격반향기법의 해상도 평가”, 대한토목학회 1999 연도 학술발표회, Vol. 2, p 275-278.
4. Baker, C. N., Parikh, G., Briaud, J., Drumright, E. E. and Mensah, F. (1993), "Drilled Shafts for Bridge Foundations", FHWA Report, No. FHWA-RD-92-004
5. Finno, R. J. and Gassman, S. L. (1998), "Impulse Response Evaluation of Drilled Shafts", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 124, No. 10.
6. Liao, S. T. and Roesset, J. M. (1997), "Dynamic Response of Intact Piles to Impulse Loads", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 21, p255-275
7. Gassman, S. L. (1997), "Impulse Response Evaluation of Inaccessible Foundation", Ph. D. Dissertation, Northwestern University, Evanston, Illinois.