

주파수 합성기에서 발생하는 위상잡음이 64QAM 시스템 성능에 미치는 영향

최정수^{*} · 박성도^{*} · 김기문^{*} · 조형래^{*}

^{*}한국해양대학교 전파공학과

The Effect of Phase Noise from PLL Frequency Synthesizer on 64QAM System Performance

Jung-su Choi^{*} · Seong-do Park^{*} · Ki-moon Kim^{*} · Hyung-rae Cho^{*}

^{*}Dept. Radio & Science in Korea Maritime University

요약

본 논문에서는, PLL 주파수 합성기의 VCO로부터의 위상잡음이 64QAM 시스템 성능에 미치는 영향을 분석한다. 오실레이터에서 발생하는 위상잡음을 실제와 유사하게 예측 하기 위해 오실레이터의 입력 임펄스 전류가 소신호 일때를 가정하여 LTV(선형 시변) 모델을 고려 하였으며 64QAM 시스템에서 위상잡음이 복조부에서 검출과정을 거칠 때 위상잡음이 없는 AWGN 환경에서의 BER과 비교하여 어느 정도의 시스템 성능 저하를 야기하는지에 대해 분석한다.

ABSTRACT

In this paper, we analyze the effect of phase noise from PLL frequency synthesizer on 64QAM when detecting the corrupted signals. To predict the phase noise of oscillator very accurately, we considered that oscillator has the linearly time-varying nature when the input impulsive current to oscillator is small. The performance which detects the corrupted signal by oscillator phase noise is compared with only affected by AWGN and then analyze how much it degrade system performance for 64QAM.

1. 서론

현대 디지털 통신에서 PLL 주파수 합성기는 가격이나 전력 소모면에서 주로 FSK 송·수신방식, 그리고 주파수 도약(FH) 방식에 의한 확산 대역 시스템에 주로 이용되고 있다. 주파수 합성기는 일반적으로 넓은 주파수 범위와 인접된 출력 주파수 간의 주파수 간격이 좁은 우수한 주파수 해상도를 요구 한다.

이러한 조건을 만족하기 위해서 합성기 내부에서 주 잡음 발생원인 오실레이터의 위상 잡음을 정확하게 예측해야하며 설계할 때 참고를 해야 한다.

기존에 오실레이터를 모델링한 것은 대부분 선형 시불변(LTI) 특성을 이용하였다. [1][2] 그러나 실제 오실레이터는 비선형적으로 시간에 따라 가변하는 성질을 가진다. LC-tuned 오실레이터는 위상잡음을 줄이기 위해 대역통과 특성을 이용하고 또한 링 오실레이터는 스위칭 현상(switching

effect)을 가지고 있어 power supply에 잡음이 발생할수 있으므로 LC-tuned 오실레이터가 링 오실레이터보다 위상 잡음이나 지터(jitter) 특성이 우수하나 합성기 외부에 사용되어야 하므로 비용과 실용적인 측면에서 최근에 많이 이용되지 않는다. 따라서 본 연구에서는 집적화가 가능하고 relaxation 오실레이터보다 잡음 성능이 우수한 링 오실레이터를 LTV(선형시변) 특성을 이용하여 위상잡음을 분석하고 이것이 국부발진기에 사용 되었을 때 통신 시스템 성능에 어느 정도 영향을 미치는가를 분석하였다.

본 논문의 나머지 부분은 다음과 같이 구성된다. 제II장에서는 PLL 주파수 합성기의 위상잡음의 정의 및 이 위상 잡음이 원하는 신호성분과 섞였을 때 나타나는 영향에 대해 알아 보고 제III장에서는 LTV 위상 잡음 모델을 분석하여 SSB 스펙트럼을 유도한다. 제 IV장에서는 64QAM 시스템에서 위상 잡음이 미치는 영향을 고려, Cartesian 좌표를 이용하여 심볼에러 확률을 수식

적으로 나타내었고 제 V 장에서는 모의실험을 통하여 결과를 분석 하였고 끝으로 제VI 장에서는 결론 및 향후의 연구과제를 제시 하였다.

II. PLL 주파수 합성기의 위상잡음

오실레이터는 RF 통신 시스템에 중요한 부분으로써 이것의 잡음 특성은 시스템 성능에 중요한 영향을 미치고 정상상태 신호의 위상과 진폭에 랜덤한 섭동을 야기한다. 또한 이것은 정보가 포함된 신호의 주파수 변이(translation)가 수행되는 곳에서 S/N비에 직접적인 영향을 미치므로 시스템의 전반적인 성능은 국부 발진기의 위상잡음에 상당이 의존되어 있음을 알 수 있다. 구체적으로 발진 주파수 w_0 에서 동작하는 이상적인 발진기에 대한 스펙트럼은 임펄스 형태를 가지나 실제적으로는 중심주파수 또는 반송파 주파수에서 스퀘트 형태의 모양을 가지므로 국부 발진기의 위상 잡음은 원하는 신호에 대해 상호간섭(reciprocal-mixing)을 야기하고 수신기의 감도를 떨어뜨린다.

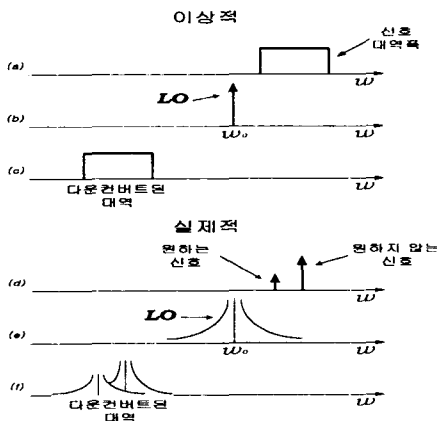


그림 1. 수신단 오실레이터의 위상 잡음의 영향

국부발진기의 출력에서 원하는 신호와 원하지 않는 신호가 국부발진기의 유한 위상잡음과 혼합될 때 다운-컨버트된 신호는 겹쳐지는 스펙트럼을 갖게 되는데 이는 원하는 신호가 원치 않는 신호의 꼬리 성분 때문에 영향을 받게 됨을 의미하고 원하는 신호를 검출하는데 어려움을 가지게 되며 수신기 성능을 저하시키게 된다.

$$\text{위상 잡음} = \frac{\text{단위 대역폭의 잡음 전력}}{\text{전체 반송파 전력}} \quad (1)$$

III. 선형 시불변 링 오실레이터 모델에서 위상잡음 분석

집적화가 가능하기 때문에 링 오실레이터는 디지털 통신 블록에 많이 사용되고 있으며, 실용적인 오실레이터는 오실레이터 내·외부의 잡음의 영향을 받아 진폭과 위상에 섭동이 발생한다. 진폭에 대한 섭동은 AGC를 이용하여 감쇄 시킬수 있지만 위상에 대한 섭동은 감쇄 시킬수가 없다. 왜냐하면 잡음에 의해 발생된 위상 천이는 종속적인 천이(transition)에 영향을 미치기 때문이다. 따라서 오실레이터의 임펄스 입력에 따른 위상 응답은 시간에 따라 가변적임을 알 수 있다.

$$V_{out}(t) = V_0 [1 + A(t)] \cdot f[w_0 t + \phi(t)] \quad (2)$$

단, f = 주기함수로서 오실레이터 출력 파형의 정상상태에서의 모양을 나타냄

식(2)는 오실레이터의 출력을 나타낸 것으로서 결과적으로 오실레이터의 출력은 입력 전압 또는 전류를 위상으로 바꾸는 시스템으로 간주 할 수 있다

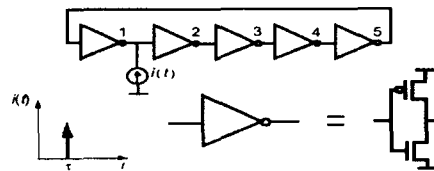


그림 2. 5단 CMOS 인버터 링 오실레이터

그림2에서 보는것과 같이 $t = \tau$ 에서 면적 Δq 를 가지는 임펄스 전류를 노드에 주입하면

$$\Delta V = \frac{\Delta q}{C_{node}} \quad (3)$$

만큼의 전압변화를 야기한다.

단, C_{max} = 전하가 주입 될 때 노드에서의 실효 커패시턴스.

즉, 작은 면적을 가지는 임펄스 전류를 주입했을 때 결과적인 위상천이(phase shift)는 전압의 변화 ΔV 와 주입된 전하 Δq 에 비례한다.

$$\Delta \phi = \Gamma(w_0 \tau) \frac{\Delta V}{V_{max}} = \Gamma(w_0 \tau) \frac{\Delta q}{q_{max}} \quad (4)$$

단, $\Delta q \ll q_{max}$,

$$\begin{aligned} \Gamma(x) &= \text{impulse sensitivity function(ISF)} \\ &= \text{오실레이터에 임펄스 입력이 인가 되었을 때 그에 따르는 위상 천이를 나타내는 주기적, 시변 비례상수} \\ q_{max} &= C_{node} V_{max} = \text{커패시터의 최대 전하} \\ V_{max} &= \text{커패시터 최대 전압.} \end{aligned}$$

따라서 커패시터의 최대 전하보다 훨씬 적은 전하가 노드에 주입 되었을 때 위상 천이는 선형적으로 나타낼수 있으므로 오실레이터의 출력 파형의 위상 에러($\phi(t)$)는 위상 천이에 대해 적분

을 이용하여 구할수 있다. 여기서 단위 임펄스 전류에 대한 위상 천이가 얼마나 발생하였는지 알아보기 위해 단위 임펄스 응답을 다음과 같이 정의한다. [3]

$$h_{\phi}(t, \tau) = \frac{\Gamma(w_0 \tau)}{q_{\max}} u(t - \tau) \quad (5)$$

단 $u(t)$ =단위 스텝 함수

따라서 중첩적분을 사용하여 출력 위상 에러를 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h_{\phi}(t, \tau) i(\tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^t \frac{\Gamma(w_0 \tau)}{q_{\max}} i(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (6)$$

단, $i(t)$ = 입력된 잡음 전류.

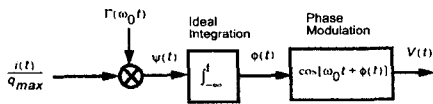


그림 3. 입력 전류를 위상으로 바꾸는 LTV 등가 시스템

ISF는 주기함수이므로 Fourier 급수로 나타낼 수 있으므로

$$\Gamma(w_0 \tau) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n w_0 \tau + \theta_n) \quad (7)$$

이다.

단, c_n =정수, θ_n = n 번째 고조파의 위상

따라서 식(5),(6),(7)에 의해 오실레이터 출력 위상 에러는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \frac{1}{q_{\max}} \left[c_0 \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \int_{-\infty}^t i(\tau) \cos(n w_0 \tau) d\tau \right] \end{aligned} \quad (8)$$

저주파 정현 전류 $i(t) = I_n \cos[(n w_0 + \Delta w)t]$ 를 인가 하였을 때 적분기에 의해 Δw 보다 큰 주파수에서는 감쇄가 심하므로 일반적으로 진동 주파수(oscillation frequency)의 정수배 근처 성분만이 중요하다. 즉,

$$\phi(t) \approx -\frac{I_n C_n \sin(\Delta w t)}{2 q_{\max} \Delta w} \quad (9)$$

따라서 오실레이터 출력 파형의 위상 에러에 식(9)를 대입하여 위상 잡음에 대한 SSB(단측파대역) 스펙트럼을 구하면 다음과 같다.

$$\mathcal{E}\{\Delta w\} = 10 \log \left(\frac{\frac{I_n^2}{4 f}}{q_{\max}^2 \Delta w^2} \sum_{n=0}^{\infty} c_n^2 \right) \quad (10)$$

단,

$$\frac{I_n^2}{2} = \frac{i_n^2}{\Delta f}, \quad (\Delta f = 1 \text{ Hz}) \text{이며 } \frac{i_n^2}{\Delta f} = \text{백색}$$

잡음 때문에 발생한 잡음 전력 여기서, Parseval 정리를 이용하면

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} |\Gamma(x)|^2 dx = 2 \Gamma_{rms}^2 \quad (11)$$

이다.

따라서 백색 잡음 입력 때문에 발생한 위상 잡음은 다음과 같다.

$$\mathcal{E}\{\Delta w\} = 10 \log \left(\frac{\frac{I_n^2}{4 f}}{q_{\max}^2 \Delta w^2} \Gamma_{rms}^2 \right) \quad (12)$$

다음으로 오실레이터 출력 파형이 대칭일 때 ISF를 고려하면 그림4에서 볼수 있듯이 ISF는 최

대값 $\frac{1}{f'_{\max}}$ 를 가진다.

단, f'_{\max} =식(2)에서 일반화된 파형의 최대 기울기

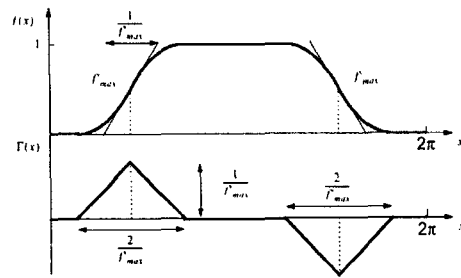


그림 4. 오실레이터 출력파형이 대칭일 때

따라서 Γ_{rms} 는 다음과 같이 고려 되어질수 있다.

$$\begin{aligned} \Gamma_{rms}^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Gamma^2(x) dx \\ &= \frac{4}{2\pi} \int_0^{\frac{1}{f'_{\max}}} x^2 dx \\ &= \frac{2}{3\pi} \left(\frac{1}{f'_{\max}} \right)^3 \end{aligned} \quad (13)$$

single stage delay는 파형의 상승시간에 비례하고 주기는 single stage delay보다 2N배 길다는 것을 고려하면 Γ_{rms} 는 근사적으로 다음과 같이 얻어낼수 있다.

$$\Gamma_{rms} = \sqrt{\frac{2\pi^2}{3\eta^3}} \cdot \frac{1}{N^{1.5}} \quad (14)$$

IV. 64QAM 시스템에서 위상 잡음의 영향

현대 디지털 통신 시스템은 고차의 직교 진폭

변조(QAM)을 많이 사용하고 있다. 시스템 성능을 저하시키는 요소는 크게 두가지로 나눌 수 있다. 하나는 AWGN이고 다른 하나는 위상 잡음이다. 이 위상잡음은 시스템 성능을 저하시키는 주요 요인이다. 위상잡음은 오실레이터와 변조된 신호를 변이 (translation)하는 역할을 하는 국부발진기의 주파수 합성기에서 주로 발생하며 동기 방식 수신기의 반송파 복원 PLL 입력의 AWGN에 의해 발생된다. 또한 밀집한 성상을 갖는 고차원일수록 위상잡음의 영향은 커지게 된다.

수신단에서 심볼을 결정하는데 영향을 미치는 위 두가지 위상잡음에 대한 통계적 과정은 중심극한 정리를 이용하여 가우시안을 따름을 알 수 있다. [15] 즉,

$$P(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}} \quad (15)$$

단, $\sigma^2 = \theta_{rms}^2 + \overline{\theta_{no}^2}$

θ_{rms}^2 : 발진기에서 발생하는 위상 잡음에 대한 분산

$\overline{\theta_{no}^2}$: AWGN에 의해 발생된 PLL에 입력되는 위상 잡음에 대한 분산이다.

또한 i번째 심볼에 대한 에러 확률은 반송파 복원 루프의 대역폭이 데이터율보다 작기 때문에 위상 에러는 각 비트 주기 동안 상수처럼 간주되어지므로 편별에러에 대한 무조건(unconditional) 확률은 주어진 위상에러 θ 에 대해 위상잡음에 대한 확률밀도함수와 i번째 조건적 에러 확률과 평균을 취함으로써 구할수 있다.

즉,

$$P_{si} = \int_{-\pi}^{\pi} P(\theta) P_{si}[\epsilon | \theta] d\theta \quad (16)$$

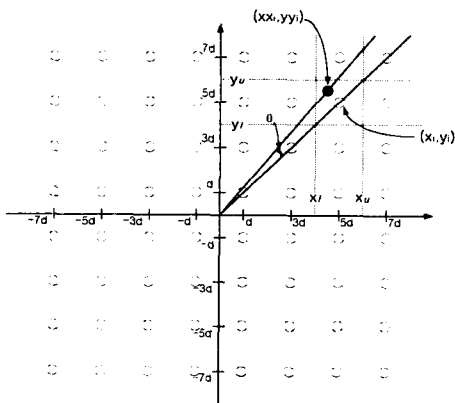


그림 5. i번째 심볼에 대한 에러 확률

그림에서 보듯이 i번째 심볼이 에러가 날 확률은

$$P_{si}[\epsilon] = P_r[x_u < x_i + n_x < x_l] + P_r[y_u < y_i + n_y < y_l] \quad (17)$$

단,

$x_u = x$ 방향 upper boundary

$x_l = x$ 방향 lower boundary

$y_u = y$ 방향 upper boundary

$y_l = y$ 방향 lower boundary

$n_x = x$ 방향 잡음 섭동

$n_y = y$ 방향 잡음 섭동

여기서,

$$P_r[x_u < x_i + n_x < x_l] = P_r[n_x > x_u - x_i] + P_r[n_x > x_l - x_i] \quad (18)$$

이고

$$P_r[n_x > x_u - x_i] = \int_{x_u - x_i}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{f^2}{2\sigma^2}} df \quad (19)$$

이다. [6]

원 신호의 심볼 좌표 (x_i, y_i) 는 잡음의 영향을 받아 새로운 좌표 (xx_i, yy_i) 로 이동하게 된다. 신호의 성상도가 정방형을 이루고 있으므로 Cartesian 좌표를 이용하면 다음과 같다.

$$xx_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \left[\cos[\tan^{-1}(\frac{y_i}{x_i})] \cos(\theta) - \sin[\tan^{-1}(\frac{y_i}{x_i})] \sin(\theta) \right] \quad (20)$$

$$yy_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \left[\sin[\tan^{-1}(\frac{y_i}{x_i})] \cos(\theta) + \cos[\tan^{-1}(\frac{y_i}{x_i})] \sin(\theta) \right] \quad (21)$$

식(20),(21)을 식(17)에 대입하면 위상에러 θ 에 대한 조건부 에러 확률을 구할수 있고 식(16)에 대입하면 i번째 심볼에 대한 심볼 에러 확률을 구할수 있다. 또한 64개의 심볼들이 똑같은 발생 확률(equally probable)을 가진다면 전체 에러 확률은 다음과 같다.

$$P_s = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} P_{si} \quad (22)$$

단, M=64

V. 모의 실험 결과 및 고찰

먼저 오실레이터에서 발생한 위상잡음을 시뮬레이션에 의해 측정된 결과는 다음과 같다.

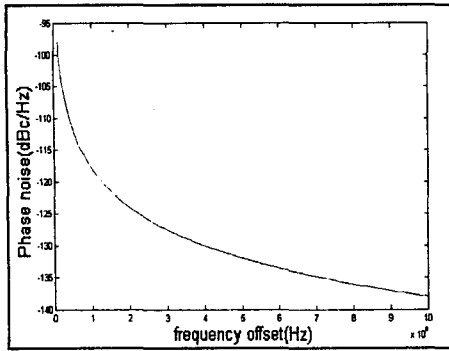


그림 6. 11단 링 오실레이터의 위상잡음

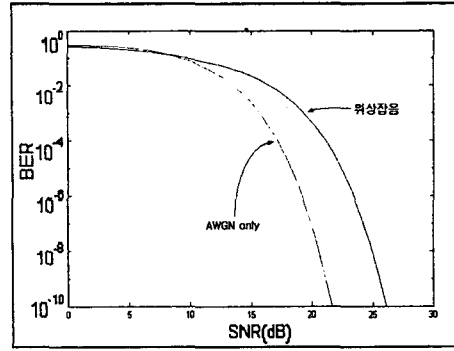


그림 7. 위상 잡음의 영향을 받은 BER

표 1. 11단 링 오실레이터의 위상 잡음

offset frequency (kHz)	0.6	1	10	100	1000	10000
SSB noise density (dBc/Hz)	-54	-58	-78	-98	-118	-138

16kbps 보다 더 높은 데이터율을 가진 시스템의 변·복조기는 HPF(고역 통과 필터)처럼 동작하므로 발진기에서 발생하는 인접 위상 잡음(close-in phase noise)을 효과적으로 제거할 수 있다.^[7] 즉, 반송파 복원회로는 기준 반송파를 입력 신호의 평균 위상으로부터 재생성 해내므로 반송파 복원 루프의 대역폭 내에 존재하는 느린 위상 변동은 tracked-out 된다. 하지만 대역폭 밖에 존재하는 빠른 위상 변동은 tracked 되지 않으므로 원하는 신호 또는 심볼의 변동과 구분이 되지 않고 올바른 신호를 검출하는데 어려움을 겪게 한다. 일반적으로 많이 이용되는 반송파 복원 회로가 1차 또는 2차 루프일 때 근사적으로 대역폭은 데이터율의 2%를 갖게 된다.^[7] 따라서 본 연구에서 적용한 64kbps 데이터율에 대한 복조기의 효율적인 대역폭을 근사적으로 1.2kHz로 두면 복조기는 600Hz 이하의 오프셋 주파수에서 인접 위상잡음을 제거 할 수 있으므로 600Hz 이상 오프셋 주파수에서 위상잡음을 고려 하면 된다. 수치해석적으로 위상잡음을 600Hz~10MHz까지 적분을 수행하여 전체 잡음 전력을 구하고 RMS 위상 지터(phase jitter)로 바꾸면 0.082 radian이 나오고 이를 degree로 바꾸어 주면 위상잡음에 의한 위상 에러가 약 4.69° 발생 한다.

VI. 결론

본 논문에서는 약간의 가정을 두어 기존에 계속 사용해왔던 선형 시불변 위상 잡음 모델 보다 더 정확히 잡음을 예측 할수 있는 선형 시변 위상 잡음 모델을 이용하여 주파수 합성기에서의 위상 잡음을 분석하였다.

또한 주파수 합성기의 위상 잡음이 64QAM 시스템에 어느 정도 성능 저하를 야기하는지에 대해 분석 하였다.

향후, 주파수 합성기를 실제로 제작 해보고 실험을 통하여 나온 결과와 본 논문에 제시된 모의 실험 결과를 서로 비교 해 보고 비선형적으로 시간에 따라 변화하는(Nonlinear Time Variant) 위상 잡음 모델에 관한 연구가 필요 하겠다.

참고 문헌

- [1] D. B. Leeson, "A simple model of feedback oscillator noise spectrum," Proc. IEEE, vol. 54, pp. 329-330, Feb. 1966
- [2] B. Razavi, "A study of phase noise in CMOS oscillators," IEEE J. Solid-State Circuits, vol. 31, pp. 331-343, Mar. 1996.
- [3] A. Hajimiri, T. H. Lee, The design of Low Noise Oscillators, KAP
- [4] Papoulis, A., Probability Random Variables, and Stochastic Processes, McGraw-Hill, Inc.,New York, NY, 1984.
- [5] Gardner, F.M., Phaselock Techniques, John Wiley & Sons, New York, NY, 1979.
- [6] Proakis, J.G., Digital Communications, Third Edition, McGraw-Hill, Inc., New York, NY, 1995
- [7] M. Kolber, "Predict Phase-Noise Effects In Digital Communication Systems".