

전세버스일정계획 Scheduling for Chartered Bus Service

김우제*, 김종화**, Katta G. Murty***

*대전대학교 산업시스템공학과, **건국대학교 산업공학과, ***Univ. of Michigan

Abstract

The chartered bus scheduling is to determine the allocation of buses to customer service requests. For the scheduling, we first represent the scheduling problem using a graph and develop a mathematical model. Second, we develop an algorithm for the scheduling problem including heuristic methods. We tested the performance of the algorithm on instances with real data. As a result, the total empty load driving time is reduced over 10% comparing with that of current practice at the company.

1. 서론

전세버스회사는 다음과 같은 형태의 서비스 업무에 대하여 전세버스를 제공한다.

- 1) 하루 이내의 기간을 가진 관광객들을 위한 관광서비스 업무
- 2) 기업체의 통근 서비스 업무
- 3) 하루 이상의 기간을 가진 관광객을 위한 관광 서비스 업무
- 4) 산업시찰용 수송 서비스 업무, 수학 여행 및 결혼식 하객 수송 서비스 업무, 대학 신입생들의 오리엔테이션 수송 서비스 업무, 현장 답사 등의 수송 서비스 업무 등

이 중 첫 번 유형의 서비스 업무는 다시 두가지 형태로 분류될 수 있다.

- 1a) 하루에 여러 곳을 방문하는 관광 서비스 업무. 이 경우에는 전세버스가 지속적으로 고객과 같이 있어야 한다.
- 2b) 하루에 몇 장소 안 되는 곳을 방문하는 관광 서비스 업무. 보통 하나의 정차에 3시간 이상 되는 경우가 이 경우인데, 이때에는 전세버스가 고객을 한 곳에 내려 놓고 다른 전세버스

가 이 고객들에 대한 다음 서비스를 제공할 수 있다. 그러므로 이러한 경우에는 정차시간이 긴 업무를 중심으로 두 개의 서비스 업무로 분리할 수 있다.

두 번째 부류에 속하는 통근 서비스 업무는 1b)형태와 유사하다. 오전 출근시에 회사원들을 일정 경로를 운행하여 출근시키고, 오후에 역으로 회사원들을 퇴근시키는 서비스를 수행한다. 그러므로 이 경우에도 출근 서비스 업무와 퇴근 서비스 업무로 분리할 수 있다.

한편, 세 번째와 네 번째 부류에 속하는 서비스 업무는 특별한 경우에 발생하고 그 숫자가 작아, 주로 수작업에 의하여 버스를 할당한다.

따라서 본 연구의 대상이 되는 서비스 업무는 1a), 1b), 2의 부류에 속하는 서비스 업무를 대상으로 한다.

각 서비스 업무는 다음과 같은 데이터를 가지고 있다.

- 서비스에 요구되는 버스의 형태
- 서비스의 출발시각, 출발 지점
- 서비스의 도착시각, 도착지점

전세버스회사는 고객 서비스 업무를 효율적으로 응대하기 위해 45인승 버스와 15인승 버스의 두 가지 형태의 버스를 보유하고 있으며, 이들 버스들은 두 곳의 버스차고에 위치하고 있다.

서비스 유형 1a)에 속하는 서비스 업무의 출발지점과 도착지점은 통상적으로 동일하고, 서비스 유형 1b)와 2)에 속하는 서비스 업무는 출발지점과 도착지점이 다르다.

다음 기호를 정의하자.

n = 총 서비스 업무의 수

a_i, b_i = 서비스 업무 i 의 출발시각과 도착시각, $i=1,2, \dots, n$

c_i, d_i = 서비스 업무 i 의 출발지점과 도착지점, $i=1,2, \dots, n$

여기서 모든 서비스 업무를 a_i 를 기준으로 순서화한다.

전세버스는 일련의 서비스 업무를 차례로 수행할 수 있다. 즉, 버스 차고를 출발하여 첫 번째 서비스 업무의 출발지점으로 간 후, 여러 업무를 처리하고, 마지막 업무의 도착지점에서 출발하였던 버스차고로 돌아온다. 이 경우 전세버스의 업무시간은 차고를 출발하여 도착하기까지의 시간인데, 운전기사들은 이 업무시간을 기준으로 급여를 받고 있다. 이러한 이유 때문에 운전기사들은 하루의 운행시간을 최대로 하려고 한다. 그러나 운전기사의 안전상의 이유로 하루 13시간을 넘는 전세버스의 일정계획은 고려하지 않고 있다.

전세버스가 일련의 서비스 업무를 수행하는 경우에는 운전기사가 서비스업무의 도착지점으로부터 다음 서비스 업무의 출발지점까지 운행하여야만 한다. 그런데 이 운행은 공차운행이 된다. 또한, 다음 서비스 업무의 출발지점에 너무 일찍 도착하게 되면 출발시각까지 기다려야만 한다. 이러한 공차운행과 대기시간은 전세버스회사의 입장에서는 아무런 수입없이 비용만 초래하는 요소이다.

전세버스회사에서는 다음과 같은 목적함수를 가지고 있다.

- a) 목적함수 1 : 모든 서비스 업무를 처리하는데 사용되어지는 총 차량수의 최소화
- b) 목적함수 2.1 : 총 대기시간의 최소화
- c) 목적함수 2.2 : 공차운행시간의 최소화
- d) 목적함수 3 : 차고에서부터 서비스 업무까지 운행하는 총 비용의 최소화.

전세버스회사에서는 자사가 보유한 버스로 서비스 업무를 처리할 수 없을 경우에는 외부에서부터 용차를 하여야 하는데 이 비용이 상대적으로 크고, 또한 자사의 버스가 남는 경우에는 다른 전세버스회사에 빌려줄 수 있다. 이러한 비용과 수입요소가 크기 때문에 전세버스회사에서는 목적함수 1을 가장 중요한 목적함수로 간주한다. 목적함수 2.1, 2.2 3은 실제 전세버스의 운행에 소요되는 비용을 최소화하는 목적함수이다.

2. 네트워크 표현

유방향 네트워크에서 마디 i 를 서비스 업무 i 로 표현한다. 다음으로 버스가 서비스 업무 i 를

수행한 후에 서비스 업무 j 를 수행할 수 있으면 마디 i 와 j 로부터 호 (i, j) 를 포함시킨다. 하나의 버스가 서비스 업무 i 를 수행한 후에 서비스 업무 j 를 수행할 수 있는 조건은 다음과 같다.

$$d_i \text{에서 } c_j \text{까지의 운행시간} + b_i < a_j$$

이렇게 표현된 네트워크를 $G=(N,A)$ 라 하자.

N = 마디의 집합 = $\{1,2, \dots, n\}$, A = 호의 집합.

시간대별 서비스 업무에 차량을 배정하는 Carraresi와 Gallo의 차량일정계획문제[1]에서 이와 유사한 네트워크가 이용되었다.

서비스 업무가 출발시각을 기준으로 순서화되었기 때문에, $j > i$ 이면 $(j, i) \notin A$ 이다. 이것은 네트워크 G 는 비순환(acyclic) 네트워크임을 의미한다.

네트워크 G 에서 하나의 마디로 구성된 집합 또는 하나 이상의 노드로 구성된 일련의 마디 집합을 simple chain 이라고 정의하자. 그리고 대기시간을 다음과 같이 정의하자.

$$w_{ij} = a_j - b_i - d_{ij}$$

단, d_{ij} 는 서비스 업무 i 의 도착지점에서 서비스 업무 j 의 출발지점까지의 운행시간임.

w_{ij} 는 목적함수 2.1에 관계되며, d_{ij} 는 목적함수 2.2에 관계된다. 목적함수 2.1과 목적함수 2.2를 모두 비용함수로 표현하면 목적함수 2로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$c_{ij} = \alpha w_{ij} - \beta d_{ij}$$

여기서 α 는 대기시간에 따른 단위 비용으로 운전기사의 급여와 버스의 미사용으로 인한 기회비용 등이 포함된다. β 는 공차운행시간에 따른 단위 비용으로 α 에 추가적으로 유류비, 차량운영보전비 등이 더해진다.

목적함수 2는 모든 서비스 업무를 simple chain들로 표현할 때 발생하는 총 비용의 최소화이다.

3. 목적함수 1을 위한 모형

여기서는 우선 하나의 버스 형태에 대해 총 운행버스의 댓수를 최소화하는 운행경로를 결정하는 방법에 대해 논의한다.

운행버스의 댓수를 최소화하는 문제는 네트워크 G 에서 모든 마디들을 포함하는 minimum cardinality simple chain을 찾는 문제와 동일하다. 이것은 네트워크 이론에서 Dilworth의 minimal chain decomposition problem이다. 이것의 효율적인 해법은

Fulkerson[2,3] 에 의해 개발된 maximum cardinality bipartite matching 해법이 기초가 된다. 이 해법은 마디집합 $N_1 = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$, $N_2 = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ 와 호의 집합 $A_1 = \{(R_i, C_j) : (i, j) \text{ 는 네트워크 } G \text{ 에서 } A \text{ 집합에 속한 호}\}$ 로 이루어진 bipartite 네트워크 $B = (N_1, N_2 ; A_1)$ 에서 maximum cardinality matching 을 찾는 과정을 포함한다. 여기서 네트워크 B 에서의 maximum cardinality matching 의 크기를 r 이라고 하자. 그러면 네트워크 G 에서 모든 마디들을 포함하는 simple chain의 최소수는 $n-r$ 이 된다. 이것은 모든 서비스 업무를 처리하기 위해서는 적어도 $n-r$ 대의 버스가 운행되어야 함을 의미한다. 하나의 simple chain은 하나의 버스가 운행되는 서비스 업무의 방문 순서를 의미하는데 이를 버스운행 경로라고 한다. 따라서 이 해법은 목적함수 1을 최소화할 수 있는 효율적인 방법이다.

4. 다목적함수를 위한 모형

지금까지는 목적함수 1만을 고려하였는데 목적함수 2를 고려하는 방법에 대해 논의한다. 여기서도 bipartite 네트워크 B 에서 maximum cardinality matching 의 크기를 r 이라고 하자. 그런데 maximum cardinality matching 문제는 여러개의 대안해가 존재한다. 그런데 목적함수 1이 목적함수 2에 비하여 우선순위가 높으므로, 이를 해결할 수 있는 방법은 목적함수 1을 최소화하는 대안 최적해 중에서 목적함수 2를 최소화하는 해를 찾는 방법이다. 그러면 최소 비용을 가지는 maximum cardinality matching을 찾는 문제를 정형화하기 위해 다음 상수와 변수를 정의하자.

c_{ij} = 네트워크 B 에서 (R_i, C_j) 의 비용계수

$x_{ij} = 1$, 만약 (R_i, C_j) 가 matching에 포함되면
 $= 0$, 그렇지 않으면

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^n x_{ij} \leq 1$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} = r$$

$x_{ij} = 0$ 만약 (R_i, C_j) 가 B 에서 호가 아닌 경우

$x_{ij} \in \{0,1\}$ 만약 (R_i, C_j) 가 B 에서 호인 경우

이 문제는 유니모듈라(Unimodular)의 특성을 가지므로 LP 완화(Relaxation)를 하여도 정수해를 가진다. 그러므로 이 문제를 LP로 풀면 그 해는 네트워크 B 에서의 최소 비용을 가지는 maximum cardinality matching을 의미한다. 그리고 그 해에 대응하는 버스운행경로를 구하면 최소의 차량으로 운행하면서 최소의 비용함수를 가진 차량 스케줄을 작성할 수 있다.

다음으로 하나의 버스는 13시간 이상 운행할 수 없는데 위와 같은 방법으로 구한 simple chain이 최대운행시간 제약조건을 만족하지 않는 경우에 처리하는 방법에 대해 논의하자. 이를 위해 다음과 같은 휴리스틱 방법을 제안한다.

a) 20시간 이상의 운행시간을 가지는 simple chain 은 중간지점을 설정하여 두 개의 simple chain 으로 분리한다.

b) 13시간 이상 20시간 미만의 운행시간을 가지는 simple chain 은 앞 또는 뒷 부분의 서비스 업무를 잘라내고 다른 simple chain에 포함시킬 수 있는 가를 조사한다. 가능하면 그 서비스 업무를 다른 simple chain에 포함시키고, 그렇지 않으면 그 잘려난 서비스 업무를 가지고 새로운 simple chain을 형성한다.

다음에는 이 simple chain들을 두 개의 차고중 어느 차고에서 출발하는 버스를 할당할 것인가를 결정하여야 한다. 이는 목적함수 3과 관련된 비용을 최소화하는 것이다. 버스는 두 개의 차고에서 사용할 수 있고 부족한 경우에는 외부에서 용차를 할 수 있다. 이를 수송문제로 표현하기 위해 다음을 정의한다.

s = simple chain의 수

$c_t [d_t]$ = 차고 1 [차고 2]에서 simple chain t 의 첫 번째 서비스 업무의 출발지점까지의 공차운행시간과 simple chain t 의 마지막 서비스 업무의 도착지점에서 차고 1 [차고 2]까지의 운행시간의 합에 공차운행시간에 따른 단위비용 β 를 곱한 값

e_t = simple chain t 에 외부에서부터 용차한 버스를 할당할 때 발생하는 비용

N_1, N_2 = 차고 1과 차고 2에서 각각 사용 가능한 버스의 수

그러나 일반적으로 e_t 는 c_t 또는 d_t 보다 상대적으로 크므로 외부로부터 용차하는 차량 대수는 $(s-N_1-N_2)^+ = \text{Max}\{0, s-N_1-N_2\}$ 가 된다. 그러면 버스에 대한 3개의 공급지(차고 1, 차고 2, 용차)가 있고, 각 공급지의 공급 가능량

은 각각 $N_1, N_2, (s-N_1-N_2)'$ 된다. 그리고 각 simple chain은 하나의 버스만을 할당받아야 하므로 버스를 simple chain에 할당하는 문제는 $(3 \times s)$ 의 수송문제가 된다. 이 수송문제를 풀어서 각 simple chain에 최적의 버스 할당을 할 수 있다.

5. 두 가지 버스형태에 대한 모형

15인승 버스와 45인승 버스를 처리하는 방법에 대해 논의한다. 이상적으로는 15인승 버스는 소규모 서비스 업무에 할당하고 45인승 버스는 대규모 서비스 업무에 할당하는 것이 적절하다. 그러나 소규모 서비스 업무가 많은 경우에는 15인승 버스가 부족할 수 있다. 이런 경우에는 15인승 버스를 용차하는 것 보다는 45인승 버스로 처리할 수 있다면 보다 경제적이다. 이러한 정책으로 소규모 서비스 업무와 대규모 서비스 업무를 처리하는 방법을 다음과 같이 설정하였다.

- a) 먼저 소규모 서비스 업무만을 고려한다. 이 부분 서비스 업무들을 가지고 위에서 언급하였던 해법을 적용하여 이들 서비스 업무를 처리할 수 있는 simple chain을 구한다. 다음으로 각 simple chain의 운행시간을 조사하고, 운행시간이 하한치인 δ 시간 보다 큰 simple chain들만 선정한다. 이들을 가지고 위에서 언급한 수송문제를 차고 1과 차고 2의 공급지만을 가진 $(2 \times s)$ 의 수송문제를 풀어 버스를 할당한다.
- b) 운행하한치인 δ 시간 보다 작은 simple chain에 속한 소규모 서비스 업무들과 15인승 버스를 할당받지 못한 소규모 서비스 업무들을 대규모 서비스 업무들과 합한다. 이들 서비스 업무들에 대해 45인승 버스를 할당하기 위해 위에서 언급한 해법들을 적용한다.

6. 실험결과

전세버스회사의 9일간의 대규모 서비스 업무들만을 대상으로 실험을 하였다. 실험은 수리모형지원 프로그램인 AMPL 과 수리계획법 solver인 CPLEX를 이용하였다. 실험결과는 [표 1]과 같다. 이 실험 결과에서는 자사가 보유한 45인승 버스만이 사용되었으며, 외부 용차는 사용되지 않았다. 실험 결과 목적함수 1과 목적함수 2에 관련된 비용이 현재 회사에서 운영하는 것 보다 10% 감소하였다.

[표 1] 실험 결과

번호	업 무 수(A)	목 적 함 수 1(B)	목 적 함 수 2(C)	목 적 함 수 3(D)	(C)+(D)
1	62	14	847	871	1,718
2	59	14	787	867	1,654
3	53	12	630	1,054	1,684
4	55	13	714	839	1,553
5	52	11	744	601	1,345
6	55	11	604	1,020	1,624
7	59	16	850	748	1,598
8	62	14	727	716	1,443
9	65	16	920	784	1,704

참고문헌

- [1] Carraresi, P. and G. Gallo(1984) Network models for vehicle and crew scheduling. European Journal of Operational Research 16, 139-151
- [2] Ford, L. R. and D. R. Fulkerson (1962) Flows in Networks. Princeton University Press: Princeton New Jersey
- [3] Fulkerson, D. R. (1956) Note on dilworth's decomposition theorem for partially ordered sets. Proc. Amer. Math. Soc. 7, 701-702
- [4] Kim, Woo-Je, Jonghwa Kim, and Jaekyung Ahn, A heuristic for the vehicle scheduling problem under static and dynamic situation, The 14th International Conference on Production Research, Osaka, Japan, 1997. 8.
- [5] Murty, Katta G. (1992) Network Programming Prentice Hall: Englewood Cliffs, New Jersey
- [6] 박순달, 정봉주, 장병만, (1987) 관광 버스 배차 계획 Software(TBS)-기본설계, 경영과학 제4권
- [7] 박순달, 장병만, (1987) Greedy Heuristic기법과 열 제조에 의한 관광버스 배차방법, 한국군사운영학회지 13(1)