추세동반투자전략이 개별투자주체의 투자성과에 미치는 영향에 관한 연구

오형식, 김우창

서울대학교 산업공학과 투자공학연구실. 서울특별시 관악구 신림동 151-742

(tel)02-880-7361 (fax)02-889-3344 (e-mail)doubleuc@snu.ac.kr (발표분야)경제성공학

Abstract

Feedback herding strategy in stock market means considering other investor's strategy as a basis of market forecasting of next term. Generally, individual investors use that strategy which mimics the strategy of institutional investors. When it is used in stock market, both kind of investors, preceders and followers, can take the higher average of rate of return to normal market in which no feedback herding strategy is not use, the more investors take part in. And variance of return, the risk of investment, are same to both group.

1. 서론

주식 시장은 수없이 많은 투자자들의 전략이 매순간 적용되면서 시시각각 상황이 바뀌게 된다. 투자자들은 자신에게 주어진 정보를 이용하여 자신이 정립한 전략의 틀 안에서 최대한 합리적으로 행동한다. 하지만 투자자가 사용하는 전략에 대한 기존 연구는 그렇게 많지 않다. 이는 실효성 있는 투자 전략에 대한 연구 결과는 외부에 발표하는 것보다 연구자가 직접 사용하는 것이 더 높은 효용을 얻을 수 있기 때문이다. 그러한 이유로 지금까지의 투자 전략에 관한 연구는 주로 효율적 시장 가설의 검증이나 특정 전략의 사용이 전체 주식 시장에 미치는 영향의 측정을 주된 목적이었다. 가격추종거래전략(positive feedback trading strategy)이나 동반투자전략(herding strategy)을 그 예로 들 수 있다.

본 연구에서는 일반적인 투자 전략에 관한 연구의 방향과는 달리 특정 투자 전략을 사용함으로써 연관된 투자 집단의 성과가 어떻게 나타나는가를 분석하는 것을 주된 목적으로 한다. 연구의 대상은 추세 동반 투자 전략(feedback herding strategy)으로, 이는 특정 투자 집단이 다른 투자 집단의 투자 양상을 모방하는 것을 말한다. 즉, 모방 대상이 되는 투자 집단이 이번 기에 매수를 했다면 다음 기의 주가가 상승할 것이라는 예측을 하는 것이다. 일반적으로 이러한 전략은 일반 개인 투자자에게 많이 나타나며 그들이 전략을 모방하는 대상은 주로 공신력이 있는 뮤추얼 펀드의 펀드 매니저나 일반적인 증권 회사와 같은 기관 투자자나 주위의 성과가 뛰어난 개인 투자자이다. 이 투자 전략은 위에서 언급한 가격추종거래전략과 동반투자전략의 연장선상에 놓여 있다.

이번 연구에서는 동반투자전략의 사용이 모방방을 하는 개인 투자자와 기관 투자자의 투자 성과에 어떤 영향을 미치는지 수익과 위험의 측면에서 분석하기로 한다. 이를 위해서 먼저 게임 이론을 이용하여 각 투자자의 최적 전략을 도출한 뒤, 그 결과를 적용하는 수학적인 분석을 시행하고 한국 증권 거래소에서 거래되고 있는 실제 주가 자료를 가지고 그 결과를 실증 분석하기로 한다.

2. 동반투자전략의 수학적 모델링

1) 모델의 설정

가. 행위자(player)

본 모델에서 실질적인 고려 대상이 되는 행위자(player)에는 선도적 행위을 수행하는 집단과 그 집단의 행위를 추세동반투자 전략 대상으로 사용하는 후발적 집단으로 나눌 수 있다. 편의상 모델 내에서는 전자를 기관(s), 후자를 개인(i, i=1,2,...,k)이라 칭하기로 한다. 이 때, 주식 시장에서의 모든 움직임은 장에 참여하고 있는 모든 행위자들에 의해 일어나는 행위들의 집합(aggregation)이다. 결국 시장이 두 행위자에 미치는 영향은 나머지 시장 참여자들이 시장에 미친 영향의 합이라 할 수 있다. 그래서 모델의 고려 대상이 되는 두 행위자인 기관과 개인을 제외한 나머지 모든 주식 시장 참여자들을 시장(M)이라는 하나의 행위자로 정의하기로 한다. 시장(M)에 포함되는 모든 참여자들은 본 모델에서 고려대상이 되는 기관과 개인, 그리고 추세동반투자 전략과는 전혀 관계없이 행동을 하게 되므로 시장(M)은 효율적 시장 가설에 따라서 무작위적으로 움직인다. 그렇기 때문에 시장(M)은 행위자가 아닌 무작위적인 외부 상황으로 정의할 수 있다.

나. 전략 집합(strategy set)

각 행위자는 초기 자산을 가지고 있으며 이것이 예산 제약(budget constraint)으로 작용하게 된다. 기관, 개인, 시장의 초기 자산을 각각 w_s, w_i, w_M 이라 설정하기로 한다. 이 때, 초기 자산의 크기는 시장, 기관, 개인의 순서이나 개인들의 모든 자산의 합($\sum_{i=1}^{k} w_i = W$)은 기관의 자산보다 크다. 이제 관찰 대상이 되는 시점 초의 주식 가격을 p라고 할 때, 각 행위자가 거래할 수 있는 양은 $[-\frac{w}{p}, \frac{w}{p}]$의 범위에서 결정이 된다.

이 때, 초기 자산의 크기는 시장, 기관, 개인의 순서이나 개인들의 모든 자산의 합($\sum_{i=1}^{k} w_i = W$)은 기관의 자산보다 크다. 이제 관찰 대상이 되는 시점 초의 주식 가격을 p라고 할 때, 각 행위자가 거래할 수 있는 양은 $[-\frac{w}{p}, \frac{w}{p}]$의 범위에서 결정이 된다. 이때, 거래량이 음으로 결정되는 경우에는 공매(short sale)를 의미하며, 양인 경우에는 순매수를 의미한다.

다. 전략의 적용 방법

t 기 초에 각 행위자는 전략을 결정하고, 당기의 말에 이득을 얻게 된다. t 기에서의 각 행위자들은 p_{t-1}의 가격으로 자신이 결정한 거래량만큼 사고 각 행위자들의 전략이 주식 가격에 적용이 되고 난 후의 가격인 p_t의 가격으로 되팔게 된다. t 기가 시작할 때의 주식 가격은 t-1 기 말의 가격을 그대로 계승하게 되며 각 행위자들은 이 가격(p_{t-1})으로 거래를 하게 된다. t 기 말의 가격의 변동은 t 기 초에 행위자들이 주문한 거래량이 반영되어 다음과 같이 결정된다.

$$p_t - p_{t-1} = \alpha p_{t-1}(\widetilde{m}_t + x_t + \sum y_{it})$$

$\widetilde{m}$, x_t, y_{it}는 각각 시장, 기관, 개인이 t기 초에 주문한 거래량이다. $\widetilde{m}$은 앞에서 언급한 바와 같이 결정 변수가 아닌 무작위 변수(random variable)이다. 이는 다음과 같은 분포를 갖게 된다.

$$\widetilde{m} \sim N(0, \sigma^2)$$

여기서 σ는 시장이 가지고 있는 변동성(volatility)이다. 현실적으로 개별 투자 주체, 즉 각 행위자의 거래량에 비하여 시장 전체의 거래량은 비교할 수 없을 정도로 크기 때문에 σ는 충분히 크다고 가정한다. α는 상수로 $\alpha(\widetilde{m}_t + x_t + \sum y_{it})$가 t기의 수익률(rate of return)이 된다. 즉, 주식의 가격은 세 부류의 행위자의 총거래량에 비례하여 변동하게 된다.

라. 이득 함수(payoff function)

모델을 간단하게 하기 위해 위에서 언급한 바와 같이 주식의 보유를 당 기간에만 하기로 한다. 각 행위자는 매 기 초에 그 때의 가격으로 자신의 주문량만큼 사게 되고 기 말에 다시 되팔게 된다. 결국 한 기가 끝나면 각 행위자들이 가지고 있는 자산은 모두 현금이며 주식은 소유하지 않게 된다. 각 행위자가 거래량을 결정하고 그 결과로 위와 같이 가격이 결정되면 각 행위자가 t 기에 얻을 수 있는 총 이득은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$s : \Pi_t = (p_t - p_{t-1})x_t = \alpha p_{t-1}(\widetilde{m} + x_t + \sum_{i=1}^{k} y_{it})x_t$$

$$i : \Pi_{it} = (p_t - p_{t-1})y_{it} = \alpha p_{t-1}(\widetilde{m} + x_t + \sum_{i=1}^{k} y_{it})y_{it}$$

마. 효용 함수(utility function)

투자 상황에 불확실성이 개입되는 경우에는 항상 투자자의 일반적인 성향인 위험 회피(risk averse)적 성향을 효용 함수에 포함시켜야 한다. 이 경우 효용 함수는 decreasingly increasing하는 형태를 취해야 하므로 다음과 같은 형태의 함수를 효용 함수로 사용하기로 한다.

$$u(x) = -\mathrm{Exp}(-[\pi(x) + w])$$

이 때, $\pi(x)$는 이득 함수이며 w는 자신의 초기 자산이다. 각 행위자는 t 기 말의 자산에 대한 효용을 최대화키는 전략을 t 기 초에 선택하게 된다.

2) 모델에서의 가정

가. 추세 동반 투자 전략의 적용

본 모델은 개인이 기관 전략을 시간차를 두고 모방하는 추세 동반 투자 전략을 모델링하는 것이 목적이므로 개인 투자자의 전략은 기관 투자자의 전략에 종속되어 있어야 한다. 그런 상황을 표현하기 위해서 개인 투자자는 t 기에서의 시장의 움직임($\widetilde{m}$)에 대한 예측을 t-1 기에서 기관 투자자의 전략에 따라 결정하는 것으로 한다. 즉, t-1 기에 기관이 순매수를 했을 경우 개인은 t 기에 $\widetilde{m}$을 정해진 양수라 가정하고 반대의 경우에는 반대로 가정을 한다. 또, 기관이 아무런 행동을 취하지 않았을 때에는 개인은 아무런 예측을 하지 않게 된다. 즉,

$$E_i(\widetilde{m}) = m \quad \text{when } x_{t-1} > 0$$
$$E_i(\widetilde{m}) = -m, \text{ when } x_{t-1} < 0$$
$$E_i(\widetilde{m}) = \widetilde{m}, \text{ when } x_{t-1} = 0$$

이 경우 m은 개인과 기관의 영향의 합 $(x_t + \sum_{i=1}^{k} y_{it})$보다 더 큰 임의의 값으로 문제의 풀이를 위해 모든 개인 투자자가 같은 예상을 한다고 가정한다.

나. 기간의 설정

모델의 목적에는 문제가 생기지 않는 최소의 기간은 2 기를 총 기간으로 잡기로 한다.

3) Formulation of the Problem

가. 1 기에서 모든 행위자들은 시장에 대한 아무런 예상을 하지 않고 거래량을 결정하기 때문에 모든 행위자의 효용 함수에는 시장의 불확실성($\widetilde{m}$)이 반영되어 기대효용극대화(expected utility maximization) 문제를 풀어 최적 전략을 도출하게 된다.

나. 2 기에서 개인 투자자는 $\widetilde{m}$을 1기의 기관 투자자의 거래량을 통하여 결정하기 때문에 불확실성이 사라진 상태에서의 문제를 풀게 되어 효용극대화(utility maximization problem)을 풀게 된다. 기관 투자자는 이를 고려하여 기대효용극대화(expected utility maximization) 문제를 풀게 된다.

다. 1 기가 2 기와 다른 점은 각 행위자의 전략이 다른 행위자의 전략에 영향을 미치지 않는다는 것이다. 다른 행위자의 전략이 자신의 최적 전략을 도출하는 과정에 있어서 각각 하나의 변수로 설정되는 2 기와는 달리 1 기에서는 자신을 제외한 나머지 모든 행위자의 전략이 단지 무작위적(random)하게 결정되는 것으로 인식된다. 즉, 1기

의 최적 전략 도출 문제에 있어서 자신을 제외한 나머지 모든 행위자의 전략은 무작위적인 시장의 영향, 즉 $\widetilde{m}$으로 설정이 된다.

라. 문제를 정리하면 아래 <표 1>과 같다.

4) 최적전략의 도출

가. backward induction을 이용한다. 1 기에서 기관투자자가 양의 방향으로 순매수를 했다고 가정하면 2 기에서의 개인의 문제는 다음과 같이 작성할 수 있다.

$$\max U_i = -\mathrm{Exp}[-[\alpha(m+x_1+\textstyle\sum y_{i1})p_1 y_{i1}+w_{i1}])]$$

$$\text{s.t} \quad -\frac{w_i}{p_1} \le y_i \le \frac{w_i}{p_1}$$

이 때 Exponential 함수는 단조 증가함수이고 $m+x_1+\sum y_{i1}$는 가정 1에 따라서 항상 양수이므로 y를 증가시키면 전체 효용이 증대된다. 즉 예산 제약을 만족하는 가장 큰 y가 최적선택이다.

$$\therefore \quad y^*_{i1} = \frac{w_i}{p_1}$$

개인 투자자는 모두 같은 예상을 한다는 가정 1에 따라 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\therefore \quad \sum_{i=1}^{k} y^*_{i1} = \frac{W_1}{p_1}$$

나. 2 기에서의 기관투자자의 최적전략은 다음과 같은 문제를 풀면 얻을 수 있다.

$$\max Eu_2 = \min E[\mathrm{Exp}(-[\alpha(\widetilde{m}+x_1+\textstyle\sum y_{i1})p_1x_1+w_1])]$$

$$\text{s.t} \quad -\frac{w_0}{p_0} \le x \le \frac{w_0}{p_0}$$

이 때, moment generating function을 이용하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$E[\mathrm{Exp}[-\alpha(\widetilde{m}+x_1+\frac{W_1}{p_1})p_1x_1-w_1]$$

$$= \mathrm{Exp}[-\alpha(p_1x_1^2+W_1x_1)-w_1+\frac{1}{2}\alpha^2x_1^2p_1^2\sigma^2]$$

위의 값을 극소화해야 하므로 exponential 함수의 단조 증가성을 활용하면

$$Max\ Eu_2 = Min\ [-\alpha(p_1x_1^2+W_1x_1)-w_1+\frac{1}{2}\alpha^2x_1^2p_1^2\sigma^2]$$

σ는 충분히 큰 값이라 하였으므로 위의 식에서 2차항의 계수는 양수이다. 결국 다음과 같은 점에서 기관 투자자의 최적 전략이 선택된다.

$$x_1^* = \frac{W_1}{2(\frac{1}{2}\alpha^2p_1^2\sigma^2-\alpha p_1)} = \frac{W_1}{\alpha^2p_1^2\sigma^2-2\alpha p_1}$$

다. 1 기에서 에서 기관 투자자가 음의 방향으로 순매수, 즉 공매도(short sale)를 했다고 가정하자. 이 경우 위의 문제와 완전히 대칭적(symmetric)인 문제를 풀게되므로 양의 x_o가 선택된 경우와 비슷한 결과가 나오게 된다.

라. 이제 1 기에서의 개인의 최적 전략은 위에서 주어진 식을 moment generating function을 이용하여 다음과 같이 변형하여 얻을 수 있다.

$$E[-\mathrm{Exp}(-\alpha(\widetilde{m}+y_{i0})p_0y_{i0}-w_{i0})]$$

$$= -\mathrm{Exp}[(\frac{1}{2}\alpha^2p_0^2\sigma^2-\alpha p_0)y_{i0}^2-w_0]$$

$$\text{s.t} \quad -\frac{w_{i0}}{p_0} \le y_{i0} \le \frac{w_{i0}}{p_0}$$

exponential utility function의 성질을 이용하면,

$$Max\ Eu_{i0} = Min\ [(\frac{1}{2}\alpha^2p_0^2\sigma^2-\alpha p_0)y_{i0}^2-w_0]$$

$$\therefore \quad y^*_{i0}=0$$

마. 1 기에서의 기관은 개인과 같은 상황이므로,

$$\therefore \quad x_0^*=0$$

그러나 이 경우 다음 기에서의 개인 투자자의 시장에 대한 예측이 없어지게 되므로 시간축이 무한히 길어진다고 가정할 때, 모든 행위자의 최적 전략은 매 기마다 1 기와 같은 0을 선택하는 것이다. 이는 기관이 자신이 얻을 수 있는 반사적 이익을 얻지 않게 되는 것이므로 기관은 1 기에 0이 아닌 충분히 작은 값의 순매수량을 선택하는 것이 최적 전략이 된다. 즉, 실제 1 기에서의 기관의 최적 전략은

$$x_0^* = \varepsilon \quad \text{or} \quad -\varepsilon$$

3. 모델의 적용

1기에서 기관이 양의 방향으로 순매수를 했다고 해도 일반성을 잃지 않으므로 이 경우만 고려한다. 또 k명의 개인 투자자의 초기 자산은 모두 w로 같다고 가정한다. 이는 W_1이 kw로 표시될 수 있음을 의미한다. 위와 같이 최적 전략이 적용될 때, ε이 충분히 작다고 가정하면 시점별 가격은 다음과 같이 결정된다.

$$1\text{기초}(p_0):\ p_0$$

$$1\text{기말}(2\text{ 기 초})(p_1):\ p_0$$

$$2\text{기말}(p_2):\ p_0+\alpha p_0\widetilde{m}+\alpha kw+\frac{p_0kw}{A}$$

$$(A=\alpha p_0^2\sigma^2-2p_0)$$

최적 전략의 적용 시 각 행위자의 각 기의 가격, 수익률, 위험(수익률의 표준 편차)은 <표 2>와 같다.

<표 1> formulation of the problem

		목적식	예산제약
1기	개인	$\max Eu_{i0}=E[-\mathrm{Exp}(-[\alpha(\widetilde{m}+y_{i0})p_0y_{i0}+w_{i0}])]$	$-w_{i0}/p_0 \le y_{i0} \le w_{i0}/p_0$
	기관	$\max Eu_0 = E[-\mathrm{Exp}(-[\alpha(\widetilde{m}+x_0)p_0x_0+w_0])]$	$-w_0/p_0 \le x \le w_0/p_0$
2기	개인	$\max U_i = -\mathrm{Exp}[-[\alpha(E(\widetilde{m})+x_1+\sum y_{i1})p_1y_{i1}+w_{i1}])]$	$-w_i/p_1 \le y_i \le w_i/p_1$
	기관	$\max Eu_0 = E[-\mathrm{Exp}(-[\alpha(\widetilde{m}+x_1+\sum y_{i1})p_1x_1+w_1])]$	$-w_1/p_1 \le x \le w_1/p_1$

<표 2> 모델의 적용 결과

	개인	기관
1기 최적 전략	0	$\varepsilon\ or\ -\varepsilon$
2기 최적 전략	$\dfrac{w}{p_0}$	$\dfrac{kw}{\alpha A}$
2기 수익 = $(p_2-p_1)y$	$\alpha w\widetilde{m}+\dfrac{\alpha kw^2}{p_0}+\dfrac{kw^2}{A}$	$\dfrac{kwp_0\widetilde{m}}{A}+\dfrac{k^2w^2}{A}+\dfrac{p_0k^2w^2}{\alpha A^2}$
기대수익률 = $E(\Pi_i/py)$	$k(\dfrac{\alpha w}{p_0}+\dfrac{w}{A})$	$k(\dfrac{\alpha w}{p_0}+\dfrac{w}{A})$
수익률의 표준편차 = $SD(\Pi_i/py)$	$\alpha\sigma$	$\alpha\sigma$

<표 2>를 살펴보면 개인과 기관의 수익률은 서로 같아지며 k, 즉 기관 투자자의 전략을 모방하는 개인 투자자의 수가 많아질수록 더 큰 수익을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 투자에서의 위험을 나타내는 표준편차의 경우에는 두 투자자 모두 같은 값을 취하게 된다. 그러나 시간축이 길어지게 되면 실제 주식의 내재 가치와 시장가와의 괴리가 생기게 되므로 기관 투자자의 행위를 모방하는 투자자의 수도 줄어들게 되며, 랜덤하게 움직이던 $\widetilde{m}$이 각 행위자의 전략과 반대 방향으로 움직이게 될 확률이 더 커지게 된다. 결국 장기적으로 시장의 움직임에 좀 더 기민하게 대응하는 전략을 가지고 있는 기관 투자자가 수익률이나 표준 편차에서 좀 더 좋은 성과를 거둘 수 있다.

4. 실증 분석을 통한 모델의 검증

1) 검증 방법

모델링한 결과를 실증분석하기 위해 기관의 투자 성과를 실제로 측정하여 이를 분석하기로 한다. 위의 <표 2>에서 기관의 기대 수익률은 추세동반투자전략을 사용하는 개인의 수 k에 비례한다. 먼저 동반투자전략의 사용 정도를 측정하기 위하여 개별 주식에 대하여 기관의 순매수량과 1일 후의 개인의 순매수량 간의 상관관계를 구한다. 이제, 기관 투자자의 투자 성과인 수익률을 위에서 구한 상관계수로 회귀 분석을 실시한다. 회귀식의 기울기가 통계적 유의도를 가지고 양으로 나타나면 추세동반투자전략을 사용하는 개인 투자자의 수와 기관의 수익률은 비례한다는 사실을 받아들이기로 한다.

2) 데이터

분석에 사용된 자료는 1999년 한국증권거래소(KSE)에 상장된 주식들의 일별 자료들이며, 800 여 개의 개별 주식 중 다음과 같은 기준을 만족시키는 종목을 선출하였다.

가. 9개로 구분된 투자 집단 중 증권 회사와 개인투자자를 포함한 5개 이상의 집단의 거래가 150일 이상인 종목.

나. 거래 개시일인 1999년 1월 4일부터 종료일인 12월 24일까지 거래 정지가 없는 종목.

다. 거래가 있는 모든 날의 일별 수익률 자료가 존재하는 종목.

위와 같은 조건을 만족시키는 개별 종목은 총 57개를 얻었다.

3) 측정값

9개로 나뉜 투자자 유형에서 개인과 기관은 각각 개인 투자자와 증권 회사라 설정한다. 57개의 종목별로 일별 순매수량에 대한 상관계수를 위의 검증 방법에서와 같이 측정한다.

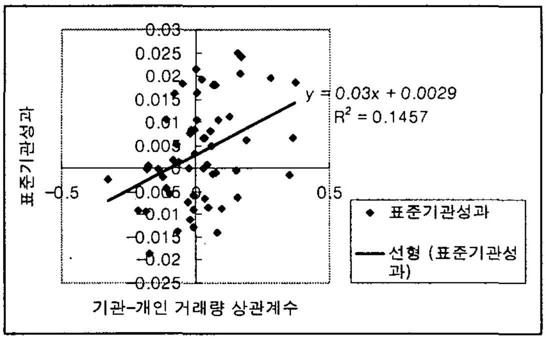
투자 성과인 기관 투자자의 수익률은 실제 거래 체결 내역이 존재하지 않기 때문에 모델과 비슷한 결과를 얻기 위해서 다음과 같이 수익률의 대용치인 표준기관 성과를 얻었다.

표준기관성과

$$=\frac{\sum_{i=1}^{247} i\text{일의 기관 순매수량}\times i\text{일의 개별종목수익률}}{\sum_{i=1}^{247}|\,i\text{번째 날의 기관 순매수량}|}$$

4) 분석결과

표준기관 성과를 기관-개인 거래량 상관계수로 회귀분석을 실시한 결과 <그림 1>과 같은 결과가 얻어졌다.



<그림 1> 회귀분석 실시 결과

회귀식은 $y=0.03x+0.0029$로 양의 기울기가 나왔으나 통계적으로 유의하지 않았으며 설명계수도 0.145 정도로 그렇게 높게 나타나지 않았다. 하지만 위의 <그림 1>에서 대체적으로 상관계수가 높으면 투자성과도 좋아짐을 알 수 있다.

5. 결론

주식 시장에서 추세동반투자전략을 사용하는 투자자의 수가 많아질수록 관련된 모든 투자자의 투자 성과가 좋아짐을 수학적 모델을 통하여 알아볼 수 있었다. 이를 실증분석하는데 있어서 전략을 사용하는 투자자의 수의 대용치로는 두 투자집단의 1일차이가 나는 순매수량의 상관계수를 사용하였으며, 수익률은 표준기관성과를 새로 정의하여 사용하였다. 이를 회귀분석한 결과 통계적으로 유의한 결과는 얻지 못하였으나 계략적인 움직임은 모델과 일치함을 알 수 있었다.