

웨이브릿 변환 영역에서 단조변환을 이용하여 경계값을 결정하는 Soft-Threshold 기법의 영상잡음 제거

우 창 용, 박 남 춘
경남대학교 전기전자공학부

Denoising of Image Signals by the Soft-Threshold Technique with the Monotonic Transform

Chang-Yong Woo, Nam-Chun Park
Division of Electrical and Electronic Eng. Kyungnam University
nachpa@Hanma.kyungnam.ac.kr

요 약

이 논문은 웨이브릿 변환 영역의 백색 가우시안 잡음이 부가된 영상에서 최고 대역에서는 Donoho가 제시한 VisuShrink 방법으로 잡음을 제거하고 최저대역을 제외한 나머지 대역들은 Monotonic 변환을 이용한 각 대역의 잡음편차를 추정하고 이를 VisuShrink 경계값에 적용하여 Soft-Threshold 기법으로 영상잡음을 제거하는 방법을 제안하였다. 실험 결과 이 논문에서 제시된 혼합방법에 의한 잡음 제거는 Donoho가 제시한 VisuShrink 방법보다 1dB정도의 잡음제거 개선 효과가 있었다.

1. 서 론

최근 웨이브릿 변환을 이용한 영상처리 기법이 발달함에 따라 이 영역에서의 잡음제거 방법들에 대한 연구가 또한 많이 진행되고 있다. 이 영역에서의 잡음 제거방법으로는 웨이브릿 레벨간 계수들의 상관관계를 이용하는 방법, 잡음과 신호의 규칙성(regularity)을 이용하는 방법 및 신호의 통계적 특성을 이용하는 방법들이 연구되고 있다[1]. 통계적 특성을 이용한 잡음제거 처리 과정은 Hard-Threshold(HT) 기법과 Soft-Threshold (ST) 기법이 있다.

Donoho 등[2]은 가우시안 잡음이 부가된 신호에서 ST 기법을 적용할 수 있는 VisuShrink (Visual Quality Shrink : VS) 경계값을 구하였

다. 이는 웨이브릿 변환 영역의 최고대역에서 잡음편차를 추정하는 기법이며 이 추정치를 이용하여 ST 기법을 적용하여 잡음을 제거한다. 그러나 이 기법은 최고대역 이외의 대역에 분포하는 잡음을 제거하는데 어려움이 있다.

이 논문은 웨이브릿 영역에서 최고대역에서는 Donoho의 방법으로 잡음을 제거하고, 최고대역과 최저대역을 제외한 대역에서는 Monotonic 변환[3]을 이용하여 각 대역의 잡음편차를 추정하고 이를 VS 경계값에 적용하여 ST기법을 이용하여 백색 가우시안 영상잡음을 제거하는 기법을 새로이 제시하였다.

일반적으로 웨이브릿변환 영역에서 영상계수를 최저대역을 제외한 고주파 대역에서 일반화된 가우시안 분포하는 것으로 알려져 있다[5]. 이 논문에서는 잡음이 부가된 영상의 웨이브릿 변환 영역에서 통과대역들의 대역별 웨이브릿 계수의 확률 밀도 함수(probability density function: pdf)를 log-normal 분포로 가정하고, 이를 이용하여 통과대역들의 계수를 Monotonic 변환하여 각 통과대역의 잡음 분산을 추정하였다. 그리고 최고대역에서는 Donoho 방법으로 추정된 잡음편차를 VS 경계값에 적용하여 ST 기법으로 적용하여 잡음을 제거하였다. 컴퓨터 모의실험 결과 본 논문에서 제안된 방법으로 잡음을 제거한 영상은 Donoho[5]가 제시한 방법보다 1dB정도의 ISNR (Improvement in SNR)이 개선 되었다.

2. Monotonic 변환

신호 $x(m)$ 과 $y(m)$ 이 이산신호이고, $x(m)$

$\in \{x_1, \dots, x_N\}$ 과 $y(m) \in \{y_1, \dots, y_N\}$ 이라면

$$P_Y(y(m) = y_j) = \sum_{x_i \rightarrow y_j} P_X(x(m) = x_i) \quad (1)$$

식(1)은 $y(m) = y_j$ 를 사상하는 $x(m)$ 를 모든 누적한 값이고, 출력 Y가 $y(m) < Y < y(m) + \Delta y$ 의 범위를 가질 확률은

$$\text{Prob}[y(m) < Y < y(m) + \Delta y] = \int_{x(m) | y(m) < Y < y(m) + \Delta y} f_X(x(m)) dx(m) \quad (2)$$

이다. 식(2)에서 적분 구간은 $y(m)$ 에서 $y(m) + \Delta y$ 범위의 출력을 갖는 $x(m)$ 의 값이다. 식(2)를 Monotonic 변환하면

$$\text{Prob}(y(m) < Y < y(m) + \Delta y) = \text{Prob}(x(m) < X < x(m) + \Delta x) \quad (3)$$

식(3)을 누적분포함수(cdf : cumulative distribution function)으로 표현하면

$$F_Y(y(m) + \Delta y) - F_Y(y(m)) = F_X(x(m) + \Delta x) - F_X(x(m)) \quad (4)$$

식(4)의 좌변과 우변에 각각 $\Delta y / \Delta y$ 와 $\Delta x / \Delta x$ 를 곱하여 정리하면

$$\frac{F_Y(y(m) + \Delta y) - F_Y(y(m))}{\Delta y} = \frac{\Delta x}{\Delta y} \frac{F_X(x(m) + \Delta x) - F_X(x(m))}{\Delta x} \quad (5)$$

식(5)에서 $\Delta x, \Delta y$ 를 zero에 수렴시키면

$$f_Y(y(m)) = \left| \frac{\partial x(m)}{\partial y(m)} \right| f_X(x(m)) \quad (6)$$

변환관계가 $y(m) = h(x(m))$ 이면 그 역변환은 $x(m) = h^{-1}(y(m))$ 이고 이를 식(6)에 대입하면

$$f_Y(y(m)) = \left| \frac{\partial h^{-1}(y(m))}{\partial y(m)} \right| f_X(h^{-1}(y(m))) \quad (7)$$

식(7)는 입력 pdf와 출력 pdf의 관계식이다. 여기서 $y(m) = \exp(x(m))$ 의 관계가 있으면 $f_Y(y)$ 는 식(8)와 같이 구해진다.

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2} y(m)} \exp\left(-\frac{\ln(y(m)) - \mu_x^2}{2\sigma_x^2}\right) \quad (8)$$

그리고 x 가 $x = \ln(y)$ 이므로 식(9)과 같이 log-normal 분포의 평균과 분산으로 가우시안 분포의 평균과 분산을 구할 수 있다.[3]

$$\begin{cases} \mu_x = \ln(\mu_y) - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{\sigma_y^2}{\mu_y^2}\right) \\ \sigma_x^2 = \ln\left(1 + \frac{\sigma_y^2}{\mu_y^2}\right) \end{cases} \quad (9)$$

3. ST 기법의 잡음제거 알고리즘

ST 기법은 경계값 보다 작은 절대값의 계수는 0으로 두고 경계값 보다 큰 계수들은 경계값과 차이 값으로 변환되는 방법으로 Donoho등이 [2]에서 제시된 경계값과 잡음편차 추정식을 기술한다.

원신호 f 와 잡음이 부가된 신호 \tilde{f} 로 두면

$$\tilde{f}_i = f_i + \sigma z_i \quad i=0, 1, \dots, n-1 \quad (10)$$

(단, $\tilde{f}_i = \tilde{f}(t_i), f_i = f(t_i)$ 이고 $t_i = \frac{i}{n}$ 이다. 또 σ 는 잡음편차이고 z_i 는 평균이 0이고 분산이 1인 가우시안 분포인 $N(0, 1)$ 의 분포를 갖는다.)

식(10)을 웨이브릿 변환하면

$$W_{\Psi} \tilde{f}_i = (W_{\Psi})(f_i + \sigma z_i) = W_{\Psi} f_i + \sigma (W_{\Psi} z_i) \quad (11)$$

식(11)에서 웨이브릿 변환 영역에서 가우시안 잡음 z_i 은 σ 와 같은 진폭을 갖는 ω_i 가 된다. 식(11)에서 정보 신호 f_i 를 구하면

$$f_i = (W_{\Psi}^{-1})(W_{\Psi} \tilde{f}_i - \sigma \omega_i) \quad (12)$$

식(12)은 잡음이 부가된 신호에서 원 신호를 구하는 식이지만 $\sigma \omega_i$ 가 알려져 있지 않으므로 $\sigma \omega_i$ 대신 추정치 λ 를 사용하면

$$\bar{f}_i \approx (W_{\Psi}^{-1})(W_{\Psi} \tilde{f}_i - \lambda) \quad (13)$$

식(13)는 \bar{f}_i 는 $W_{\Psi} \tilde{f}_i$ 에 추정치 λ 를 제거하므로 잡음이 제거된 원 신호의 추정 신호가 되고 원 신호의 최적 추정이 된다. Donoho는 최적 λ 를 식(14)과 같이 제시하였다.

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \log(n)}, \quad n \text{은 표본수} \quad (14)$$

식(15)은 ST 기법에 의한 잡음 제거된 웨이브릿 변환에서의 추정식이다.

$$\eta_{\lambda}(x) = \begin{cases} x - \lambda & x \geq \lambda \\ 0 & |x| < \lambda \\ x + \lambda & x < -\lambda \end{cases} \quad (15)$$

잡음 분산이 알려져 있지 않은 경우 Donoho [2]등은 식(14)의 σ 대신 식(16)의 실험식을 제시하였다.

$$\tilde{\sigma} = MAD/0.6745 \quad (16)$$

(MAD는 계수 절대치의 중간값)

4. 실험 방법

ST기법 실험을 위해 VS 경계값 결정 방법과 ST기법 적용 과정은 다음과 같다.

이 논문에서는 최고대역에서는 식(16)으로 추정된 잡음편차를 식(14)에 대입하여 경계값을 구하고, 이 값에 의해 최고대역의 잡음을 ST 기법으로 잡음을 제거하고, 최저 및 최고 대역을 제외한 통과대역의 잡음편차는 식(9)에 의해 각각 구하고 이 각각의 값을 식(14)에 대입하여 구한 경계값을 이용하여 ST 기법에 의해 통과대역의 잡음을 제거하였다. 모의실험에서 영상의 잡음 첨가는 Matlab의 모의잡음 생성함수(함수명:imnoise)를 이용하였다.

5. 모의실험 결과 및 고찰

이 논문에서 제안된 방법의 잡음 제거효과를 비교하기 위해 그림 1의 Lenna 영상에 각각 다른 표준편차의 백색 가우시안 잡음을 부가하여 ST 기법의 잡음 제거를 컴퓨터 모의 실험을 수행하였다. 이 때 평가 척도는 ISNR을 사용하였다.

$$ISNR = 10 \log_{10} \left\{ \frac{\sum_{m,n} [f(m,n) - y(m,n)]^2}{\sum_{m,n} [f(m,n) - \hat{f}(m,n)]^2} \right\} \quad (17)$$

식 (17)에서 $f(m, n)$ 은 원 영상, $y(m, n)$ 는 잡음이 부가된 영상, $\hat{f}(m, n)$ 은 앞에서 제시된 기법들에 의해 잡음이 제거된 영상의 공간적 위치 (m, n) 에서의 영상 값이다.

영상의 부밴드 분해는 Daubechies 6(D6) 필터로 그림 2와 같이 분해하였다. 그림 2의 1번은 최저대역이고 8, 9, 10번은 최고대역의 수평성분, 수직성분 및 대각성분이다.



그림 1 256×256의 Lenna 원영상

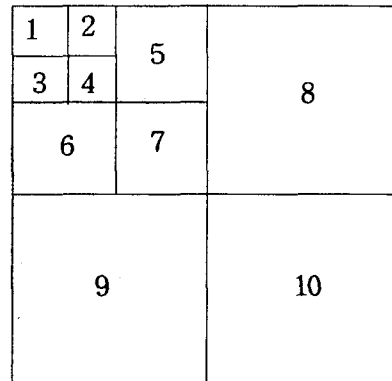


그림 2. 대역분리표

Lenna와 Boats, Cameramen 영상에 표준편차 $\sigma=0.3, 0.2, 0.1, 0.07$ 인 백색 가우시안 잡음을 부가된 영상에 대해 모의 실험을 하였으며 그 결과표를 1에 나타내었다. 여기서 σ 값은 영상에 잡음을 추가하기 위한 Matlab 함수 imnoise에서 인수 v(variable)의 제공된 값이다.

그림 3, 4, 5는 Lenna 영상에 $\sigma=0.1$ 의 가우시안 잡음이 부가된 잡음처리 결과이다. 그림3은 잡음 부가된 영상, 그림4는 Donoho 방법에 의해 잡음 제거된 영상, 그림 5는 이 논문에서 제시한 방법에 의해 잡음 제거된 영상이다.

표1 영상 및잡음편차에 따른 ISNR. 단위: dB

	σ	SNR	Dono	제안방법
Lenna	0.3	9.48	5.37	6.27
	0.2	12.31	5.55	6.69
	0.1	17.73	4.93	6.51
	0.07	20.58	4.29	5.53
Boats	0.3	6.37	5.35	6.24
	0.2	9.17	5.03	6.21
	0.1	14.85	3.53	4.54
	0.07	17.88	2.22	2.94
Camera	0.3	6.31	5.14	6.03
	0.2	9.23	4.90	5.87
man	0.1	14.89	3.35	4.27
	0.07	17.84	2.09	2.75



그림 5 제안 방법의 잡음 제거된 영상



그림3 $\sigma=0.1$ 일 때의 Lenna 영상



그림 4 Donoho 방법의 잡음 제거된 영상

6. 결론

영상의 웨이브릿변환 영역에서 최고대역에서는 Donoho 방법으로 그리고 최고대역 및 최저대역을 제외한 대역에서는 Monotonic 변환으로 추정된 각 대역별 잡음편차를 VS 경계값에 적용하여 영상의 가우시안 잡음을 제거하는 방법을 제시하고 잡음제거 모의실험을 수행하였다.

모의실험 결과 본 논문에서 제안된 방법에 의한 잡음 제거 영상은 최고대역 Donoho가 제시한 VS기법에 의해 최고 대역에서 잡음을 제거하는 기법보다 1dB 정도의 ISNR (Improvement in SNR)이 개선되었으며 주관적인 평가도 양호하였다.

참고 문헌

- [1] A. Aldroubi, M. Unser, Wavelets in Medicine and Biology", CRC Press 1996, pp. 193-196
- [2] D. L. Donoho, I. M. Johnstone "Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage", Biometrika, 81, 3. 1994, pp. 425-455
- [3]Saeed V. Vaseghi, Advanced Signal Processing and Digital Noise Reduction WILEY Press, 1996
- 학술대회 논문집, Vol 12, No1, 1999
- [4] John W. Woods, Subband Image Coding, Kluwer Academic Pub. 1991