

# 유압관로계의 주파수 응답특성

## Frequency Response Characteristics of Hydraulic Pipeline Systems

김도태(경일대 기계공학부), 홍성태\*(경일대 대학원)  
D. T. Kim (Kyungil Univ.), S. T. Hong (Graduate School, Kyungil Univ.)

### Abstract

An oil hydraulic line is modeled in which a pipe or two pipes of different size connected in series and terminated in a chamber, i.e. a composite line system. The frequency response characteristics are investigated analytically and experimentally. The theoretical analysis is base on unsteady laminar flow of a viscous compressible fluid. It is generally difficult to obtain exactly the frequency equation of these lines system and its solutions in consideration of viscosity of hydraulic fluid, because the diameters of two pipes and length are different. The effect of the position where the cross-sectional area of changes suddenly, the inner radius of pipe and the volume of terminal chamber on the frequency characteristics of this composite line system are also described.

### 1. 서론

유압제어 시스템이 고속화·고성능화됨에 따라 유압회로내의 제어밸브, 유압액추에이터(유압모터, 유압실린더)의 성능뿐만 아니라 이것을 연결하는 유압관로의 동특성 해석이 중요한 과제이다. 특히 고속응답형 전기·유압 서보 제어시스템에서 유압관로내 작동유의 압축성에 의한 파동현상은 시스템 전체의 동특성과 제어계의 안정성 등에 큰 영향을 준다.

유압관로의 동특성에 대해서는 1960년대부터 다방면에 걸쳐 연구가 활발히 진행되고 있으며, A. F. D'souza, R. Oldenburger는 비정상 점성저항을 고려한 관로의 주파수 전달함수를 구하여 실험 결과와 비교하였다<sup>1)</sup>. 그러나 여기서는 직선관로에 대해 200Hz까지 관로의 주파수 응답 실험을 수행하였지만, 실제 유압회로를 설계·제작할 때에는 여러가지 관로형상과 입출구의 경계조건에 대한 정특성과 동특성에 관련된 실험결과가 필요하다. 또한 지금까지 유압관로의 동특성에 관한 실험결과가 많이 보고되어 있지만, 대부분 관로 입구에서 압력변동을 입력하여 그 특성을 해석한 것이며, 유량변동을 입력하여 동특성을 해석한 실험결과는 유량계측이 곤란하기 때문에 거의 보고된 바가 없다.<sup>2),3),4),5),6)</sup> 특히 유압회로에는 직경이 다른 두 관로가 연결된 이경관로와 관로 도중에 축압기, 실린더 등의 용량요소(chamber element)가 많이 사용되고 있지만 관로의 동특성과 관련하여 이러한 요소에 대한 동특성의 기초자료가 거의 없는 실정이다. 이러한 유압관로의 동특성 해석에 대한 문제점을 해결하고, 유압회로 설계에 필요한 기초자료를 제공하기 위하여, 본 연구에서는 직선관로, 직선관로-용량계, 이경관로계, 이경관로-용량계에 대한 분포정수계 관로 모델을 사용하여 주파수 응답 특성에 대하여 조사하고, 유압관로망 설계에 필요한 기초자료를 획득하는데 그 목적이 있다.

## 2. 실험 장치

Fig. 1는 유압관로의 주파수 응답 특성 실험을 수행하기 위한 실험 장치의 개략도이다. 실험장치는 유압발생부, 유압관로계 및 계측·신호처리부로 구성되어 있다. 유압발생부는 정용량형 사판식 역셀 피스톤 펌프(배제용적 8cc/rev)를 3.7kW의 3상 유도 전동기로 구동하였다. 유압펌프 송출구 매니폴드에는 축압기를 설치하여, 피스톤 펌프에서 발생하는 압력맥동과 유량맥동을 제거하였다. 또한 실험조건에 따라 축압기를 용이하게 설치·제거할 수 있도록 매니폴드를 설계·제작하였다. 직선관로, 직선관로-용량계, 이경관로계, 이경관로-용량계에 대한 주파수 응답 특성 실험에서, 관로 길이는 490cm, 290cm이며, 관 직경은 16cm, 0.953cm 이다. 용량요소가 부착된 유압관로의 주파수 응답 특성 실험에서는 유압배관의 끝부분에 용량요소(chamber)를 설계·제작하여 부착하였다. 용량요소의 체적은 관로 체적이 대하여 1.2배로 설계하였으며, 용량요소의 체적은  $718.8 \text{ cm}^3$ ,  $870.1 \text{ cm}^3$ 이다. 또한, 입력 주파수와 진폭은 함수발생기를 이용하여 입력 주파수 범위를 5~200[Hz]까지 변화하여 입력하였으며, 서보앰프를 거친 신호는 서보밸브의 명령신호로 입력되어 서보밸브가 작동하게 된다. 압력은 관로 상류·중간·하류에 설치된 고속 응답형 압력변환기(고유진동수 109[kHz], NMB社로, PRC200K)로 측정되어 고정도 증폭기와 저역 통과필터를 거쳐 16bit A/D변환기(샘플링 주파수 10[kHz])에서 이산화되어 마이크로 컴퓨터(CPU 80686)에 입력된다. 평균유량은 터빈형 유량계로 계측하였으며, 써미스트형 온도계로 작동유의 온도를 측정하였다. 실험에서 작동유는 동점도는 0.46cSt(40℃)를 사용하였고, 온도는  $40 \pm 1^\circ\text{C}$ 로 일정하게 유지하였다. 또한 서보밸브의 공급 압력은 70bar로 공급하였으며, 입력 주파수는 5~200Hz까지 단계적으로 변화시켰다.

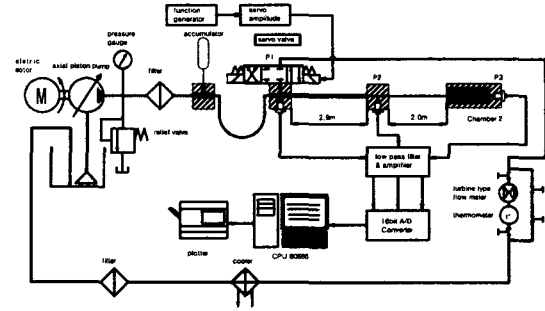


Fig. 1 Overall experimental apparatus for testing frequency response of hydraulic pipeline with two different diameters and a chamber

## 3. 유압관로의 동특성

관로의 동특성은 관로를 흐르는 작동유의 동적 거동을 취급하는 것이기 때문에 그 기본방정식은 Navier-Stokes 운동방정식과 연속방정식 등이 있다. 또한 작동유의 압축성에 의한 파동전파를 고려하면 상태방정식이 필요하다.

Fig. 2와 같은 유압관로계에서, 원관내의 흐름 상태가 층류이고, 작동유의 점성과 압축성을 고려할 경우에 대하여 관로 길이에 따라 상류·하류의 압력과 유량간의 동특성은 다음의 전달행렬로 주어진다<sup>1)</sup>.

$$\begin{pmatrix} P_1(s) \\ Q_1(s) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \lambda(s)L & Z_0(s) \sinh \lambda(s)L \\ \frac{1}{Z_0(s)} \sinh \lambda(s)L & \cosh \lambda(s)L \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_3(s) \\ Q_3(s) \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기서, 주파수에 의존하는 비정상 점성저항을 고려한 관로의 전파상수  $\lambda(s)$ , 관로의 특성 임피던스  $Z_0(s)$ 는 다음과 같다<sup>3)</sup>.

$$\lambda(s) = \frac{s}{c} \left\{ 1 - \frac{2J_1(ja\sqrt{\frac{s}{v}})}{ja\sqrt{\frac{s}{v}}J_0(ja\sqrt{\frac{s}{v}})} \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$Z_0(s) = \frac{\rho c}{\pi a^2} \left\{ 1 - \frac{2J_1(ja\sqrt{\frac{s}{v}})}{ja\sqrt{\frac{s}{v}}J_0(ja\sqrt{\frac{s}{v}})} \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

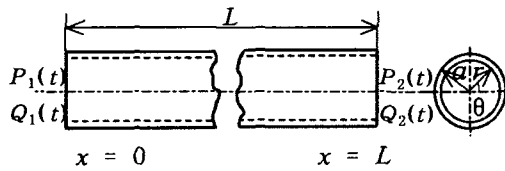


Fig. 2 Schematic diagram of hydraulic pipeline  
(Cylindrical coordinate)

여기서,  $a$ 는 반지름,  $c$ 는 음속,  $J_0(x)$ ,  $J_1(x)$ 는 제1종 0차, 1차 베셀함수,  $j$ 는 허수단위,  $s$ 는 라플라스 연산자,  $v$ 는 작동유의 동점도를 나타낸다.

### 3.1 유압관로계의 모델링 및 주파수 응답특성

#### 3.1.1 직선관로계의 경우

Fig. 3에 나타낸 직선관로계는 산업현장에서 가장 많이 사용되며, 직선관로의 동특성을 나타내는 식 (1)을 사용하여 압력·유량간 동특성을 조사할 수 있다. 여기서는 현재 비정상 유량계측이 어려운 점을 감안하여, 관로 상류·하류의 압력을 측정하여 주파수 응답 특성에 대해 조사하였다. Fig. 3에서, 관로 하류가 폐쇄된 경우, 하류유량  $Q_2=0$ 이다. 따라서 상류 압력과 하류 압력간의 동특성은 식 (1)로부터, 다음의 전달함수로 주어진다.

$$G_1(s) = \frac{P_2(s)}{P_1(s)} = \frac{1}{\cosh \lambda(s)L} \quad (4)$$

식 (4)은 직선관로계의 상류 압력변동 입력에 대한 하류 압력변동 출력간의 전달함수를 나타내며,  $P_1(s)$ ,  $P_2(s)$ 는 상·하류 압력변동분에 대한 라플라스 변환형,  $\lambda(s)$ 는 비정상 점성저항

을 관로 전파상수(propagation constant),  $L$ 은 관로의 길이를 나타낸다.

Fig. 3의 직선관로계에 대하여, 전기·유압서보밸브를 사용하여 관로 상류에 압력 변동 입력하고 관로 하류 압력변동의 진폭과 위상을 계측하여 주파수 응답 특성을 조사하였다.

Fig. 4는 전기·유압 서보밸브의 공급압력 70 bar, 관로길이 290cm인 직선관로계에 대하여 입력주파수를 정현파 50Hz인 경우의 계측파형이다. 그림에서 횡축은 시간, 종축은 전압과 압력 변동분을 나타낸다. 첫 번째 파형은 서보밸브의 증폭기에 입력되는 명령신호이며, 두 번째 압력 파형(pressure 1)은 상류 압력변동분으로 입력에 해당되며, pressure 2는 관로가 폐쇄된 하류부의 압력파형으로 출력파형에 해당된다. 최하단에는 입력파형과 출력파형의 진폭과 위상을 비교하기 위하여 같은 좌표계에 중첩하여 도시하였다.

Fig. 5는 직선관로의 주파수 응답 특성을 보드선도에 나타낸 것이다. 횡축은 주파수, 종축은 게인(gain)과 위상(phase)을 나타낸다. 그림에서 실선은 직선관로계의 전달함수 식 (4)로부터 계산한 값이며, 기호(○)는 입력 주파수 변화에 대한 게인(gain)과 위상(phase) 특성의 실험결과이다. 압력계측 파형과 보드선도의 비교하여 보면, 입력 주파수 200Hz 정도까지 실험결과와 이론값이 잘 일치함을 볼 수 있다. 또 관로 길이가 290cm인 경우, 1차 공진점이 약 120Hz 근방에서 나타나며, Fig. 4의 압력계측 파형에서도 볼 수 있듯이, 관로 공진 주파수에 근접함에 따라 진폭이 커짐을 알 수 있다.

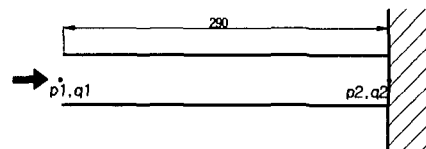


Fig. 3 Schematic diagram of hydraulic pipeline configuration used in experiment

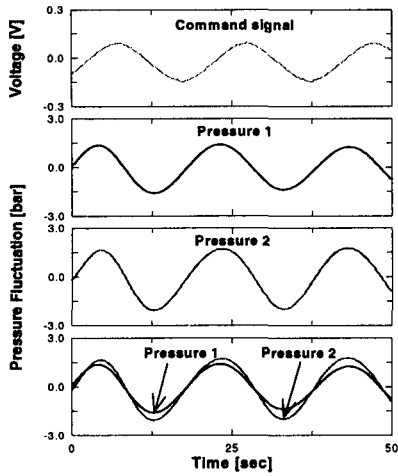


Fig. 4 Typical example of the measured waveforms for supply pressure  $P_s=70\text{bar}$ , pipelength  $L=290\text{cm}$  sinusoidal input 50Hz

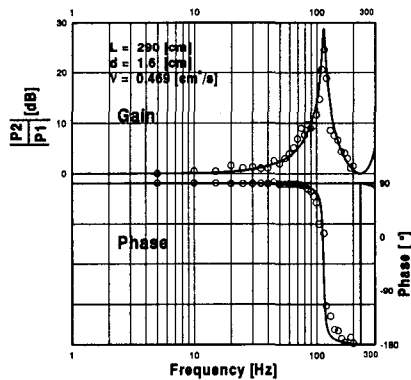


Fig. 5 Frequency response characteristics of hydraulic pipeline with a constant diameter, pipe length  $L=290\text{cm}$

### 3.1.2 직선관로-용량계의 경우

Fig. 6은 직선관로에 용량요소(chamber element)가 부착된 관로망을 모델링 한 것이다. 유압관로망에서 용량요소는 축압기(accumulator), 압력·유량맥동에 의한 진동·소음저감용 각종 유압소음기(hydraulic silencers) 및 유압실린더 등을 모델링하여 나타낸 것이다. 직선관로에 일정한 체적을 가진 용량요소가 부착된 경우, 용량요소의 탄성의 영향을 작동유의 압축성에 비교하여 무시할 수 있

다고 가정하면, 유량  $q_2$ 는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$q_2 = \frac{V_1}{K} \frac{dp_2}{dt} \quad (5)$$

$$Q_2(s) = \frac{V_1}{K} s P_2(s) \quad (6)$$

식 (1)와 식 (6)을 사용하여, 직선관로-용량계의 전달함수는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$G_2(s) = \frac{P_2(s)}{P_1(s)} \quad (7)$$

$$= \frac{1}{\cosh \lambda(s)L + \frac{V_1 s}{K} Z_0(s) \sinh \lambda(s)L}$$

여기서,  $V_1$ 은 용량요소의 체적이다.

3.1.1에서 고찰한 직선관로에 용량요소가 부착된 관로계 Fig. 6에 대하여, 직선관로 길이가 290cm이고, 체적  $718.8\text{cm}^3$ 인 용량요소가 부착된 복합관로계의 주파수 응답 특성 실험을 수행하였다. Fig. 7은 주파수 특성을 보드선도에 나타낸 것이다. 보드선도에서 실선은 전달함수 식 (7)을 사용하여 계산한 값을 나타낸다. 직선관로에 용량요소가 부착되면 Fig. 7의 직선관로만의 주파수 특성과는 큰 차이를 보인다. 특히 1차 공진주파수가 급격하게 작아지며, 전달함수 식 (7)에서  $V_1 = 0$ 이면 직선관로의 전달함수 식으로 된다. 따라서 용량요소를 부착하면, 식 (7)의  $V_1 \cdot Z_0(s)/K$ 항에서 관로길이  $L$ 과 관로 직경  $a$ 로부터 구할 수 있는 관로 체적과 용량요소의 체적  $V_1$ 과의 값의 변화에 따라 영향을 받는다. 특히 용량요소의 체적이 커지면  $V_1 \cdot Z_0(s)/K$  값의 영향이 커지므로 관로 공진 주파수는 감소하게 된다. 이와 같은 결과로부터, 유압회로내에 축압기나 맥동저감용 소음기를 설치할 때에는 관로와 용량요소의 동특성을 고려하여 시스템을 설계하여야 함을 알 수 있다.

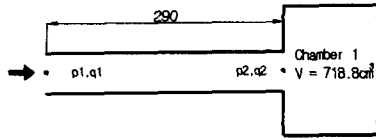


Fig. 6 Schematic diagram of hydraulic pipeline configuration used in experiment

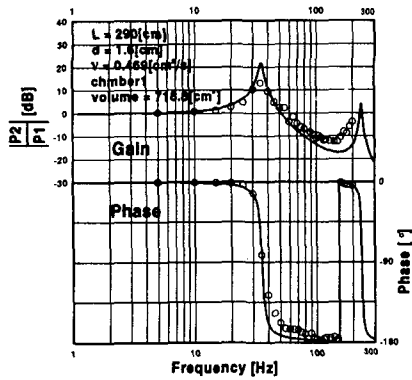


Fig. 7 Frequency response characteristics of a chamber-terminated composite pipeline

### 3.1.3 이경관로계의 경우

Fig. 8는 유압관로계에서 직경이 서로 다른 관로가 직렬로 결합된 것을 모델링한 것이다. 이것은 실제 유압관로를 배관할 때 많이 사용되며, 직경비와 길이비 변화에 따른 영향, 급확대와 급축소에 의한 영향 등이 동특성 해석에 중요하다.

Fig. 8에서, 직경이 큰 관로와 직경이 작은 관로를 각각 직선관로로 고려하여 식 (1)을 사용하여 전달함수를 구하였다. 이 때 관로 연결부에 해당하는 급축소부의 영향은 고려하지 않았다.

Fig. 8에서, 하류유량  $Q_3=0$ 인 경계조건을 적용하여, 상류압력  $p_1$  입력에 대한 하류압력  $p_3$ 간의 전달함수를 구하면 다음 식과 같다.

$$G_3(s) = \frac{P_3(s)}{P_1(s)} = \frac{1}{\cosh \lambda_1(s)L_1 \cdot H_a(s) + Z_{01}(s) \cdot \sinh \lambda_1(s)L_1 \cdot H_b(s)} \quad (8)$$

$$H_a(s) = \cosh \lambda_2(s)L_2 \quad (9)$$

$$H_b(s) = \frac{1}{Z_{02}}(s) \cdot \sinh \lambda_2(s)L_2 \quad (10)$$

이경관로계는 Fig. 8에서 관 직경 1.6cm, 길이 290cm인 관로와 직경 0.95cm, 길이 200cm인 직선관로 직렬로 연결한 복합관로계이다. 주파수 응답 특성에서 관로 상류의 압력변동분을 입력 신호로 하여, 상류·하류 압력변동을 계측하여 계인과 위상변화를 조사하였다.

Fig. 9는 실험결과와 전달함수 식 (8)로부터 계산한 값을 보드선도에 나타낸 것이다. 관 직경이 서로 다른 관로가 직렬로 연결된 이경관로계 각각을 직선관로로 고려하여 해석하여도 계인과 위상값에 큰 오차가 나타나지 않는다. 또한 이경관로계에서 단면적이 급확대되거나 급축소되는 경우, 이것에 대한 영향을 고려하여 해석하여야 할 필요가 있다고 생각되지만, 본 연구에서는 이러한 영향을 고려하지 않았다.

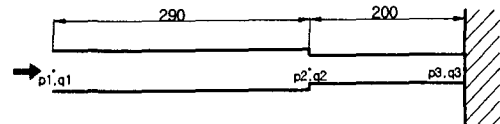


Fig. 8 Schematic diagram of hydraulic pipeline configuration used in experiment

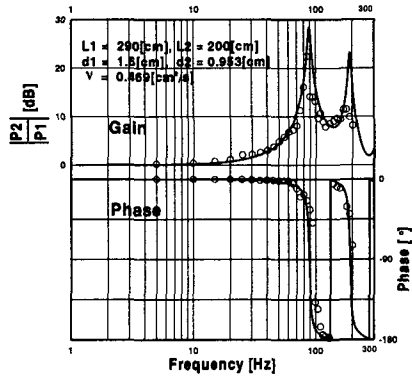


Fig. 9 Frequency response characteristics of hydraulic pipeline with two different diameters

### 3.1.4 이경관로-용량계의 경우

Fig. 10은 관로의 단면적 변화와 일정 체적을 가진 용량요소가 복합적으로 구성된 유압관로망을 모델링한 것이다. 이 경우, 이경관로부의 압력 유량간 동특성은 식 (8)와 같으며, 용량요소에 대한 식 (5) ~ 식 (6)을 고려하여 전달함수를 구하면 식 (11)과 같다.

$$G_4(s) = \frac{P_3(s)}{P_1(s)} = \frac{1}{H_p(s)} \quad (11)$$

$$H_p(s) = \cosh \lambda_2(s) L_2 \cdot H_a(s) + \frac{1}{Z_{02}}(s) \cdot \sinh \lambda_2(s) L_2 \cdot H_b(s) \quad (12)$$

$$H_q(s) = \cosh \lambda_2(s) L_2 \cdot H_c(s) + \frac{1}{Z_{02}}(s) \cdot \sinh \lambda_2(s) L_2 \quad (13)$$

$$H_a(s) = \cosh \lambda_2(s) L_2 + k_v s \cdot Z_{01}(s) \cdot \sinh \lambda_2(s) L_2 \quad (14)$$

$$H_b(s) = \cosh \lambda_1(s) L_1 \cdot k_v s \cdot Z_{02}^2(s) + Z_{01}(s) \cdot \sinh \lambda_1(s) L_1 \quad (15)$$

식 (14), (15)에서  $k_v = V_2/K$ 이며,  $V_2$  는 용량 요소의 체적을 나타낸다.

Fig. 11은 관 직경 1.6cm, 길이 290cm인 관로와 직경 0.95cm, 길이 200cm인 이경관로 끝단에 체적 870.1cm<sup>3</sup>인 용량요소를 부착한 복합관로계이다. 주파수 응답 특성에서 관로 상류의 압력 변동분을 입력신호로 하여, 상·하류 압력변동을 계측하여 게인과 위상변화를 조사하였다.

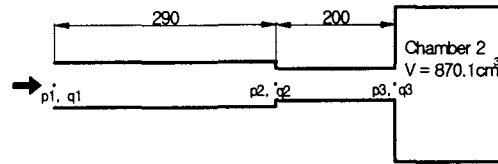


Fig. 10 Schematic diagram of hydraulic pipeline configuration used in experiment

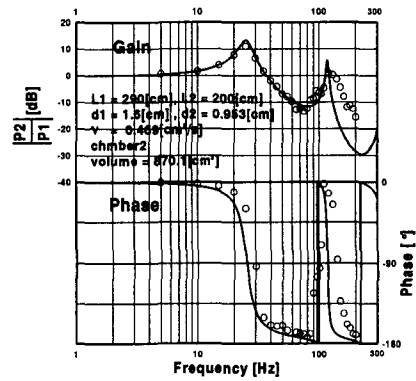


Fig. 11 Frequency response characteristics of hydraulic pipeline with two different diameters and a chamber terminated composite

## 4. 결론

본 연구에서는 분포정수계 비정상 점성저항 관로모델을 기초로 하여, 다양한 유압관로계에 대한 주파수 응답 특성 실험을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 직선관로계, 직선관로-용량계, 이경관로계, 이경관로-용량계의 주파수 응답 특성의 이득과 위상 특성이 실험결과와 잘 일치함을 알 수 있었다.
- (2) 직선관로-용량계, 이경관로계, 이경관로-용량계를 직선관로계로 모델링하여 주파수 응답 특성을 실험한 결과, 이득과 위상특성 큰 오차가 발생하지 않았다.

#### 참고문헌

1. A.F. D'souza, R. Oldenburger, "Dynamic Response of Fluid Line", Trans. ASME, J. of Basic Eng. Vol. 86, No. 3, pp. 589, 1964.
2. R.E. Goodson, R.G. Leonarad, " A survey of Modeling Techniques for Fluid Line Transients", Trans. ASME, J. of basic Eng. pp. 474-482, 1972.
3. Brown, F. T., The Transient Response of Fluid Line, Trans. ASME, J. of Basic Engineering, Series D, Vol. 84, No. 4, pp. 547, 1962.
4. 市川常雄, 佐藤三郎, "油壓管路の壓力傳達特性に関する研究", 日本機械學會 論文集, Vol, 33, No, 252, pp. 1232-1238 1967.
5. 市川常雄, 山口健二, "油壓管路の周波數特性", 日本機械學會論文集, Vol. 71, No.559 pp. 1702-1708, 1968.
6. 佐藤三郎, 市川常雄, "油壓管路系の動特性に関する研究", 日本機械學會論文集, Vol. 39, No. 324, pp. 2446-2454, 1973.