Reed-Solomon Code와 Side Information을 이용한 SFH 시스템의 BER 성능 분석

한 상 진, 김 용 철, *강 경 원
서울시립대학교 전자전기컴퓨터공학부, *LG 이노텍연구소

BER Performance Analysis of SFH System Using Reed-Solomon Code and Side Information

Sang Jin Han, Yong Cheol Kim, *Kyung Won Kang
Dept. of Electrical and Computer Engineering, University of Seoul, *LG Innotek Co.
E-mail : sjhahn@ee.uos.ac.kr, yckim@uoscc.uos.ac.kr, *gwkang@lgp.co.kr

Abstract

In this paper, we analyzed the performance of a SFH (slow frequency hopping) system under partial-band jamming, multiple access interference and wide-band random noise. For the correction of burst errors due to channel hit, Reed-Solomon coding followed by block interleaving is employed. Errors-and-erasures decoding with side information is exploited to enhance the correctional capability. We derived a closed-form solution for the BER estimation. Errors resulting from random noise and erasures resulting from burst interference are separately analyzed and finally BER is computed due to these composite noise sources. Estimated BER performance is verified by computer simulation.

I. 서론

주파수 도약(FH) 대역 확산(SS) 시스템은 다중 접근(MA) 간섭과 재밍(jamming)에 의한 영향을 제거하기 위해 군사용과 상업용에서 많이 사용된다[1]. 이 때 채널의 간섭에 의한 연집(burst) 오류의 영향이 커 오류 정정 코드가 많이 사용되어진다. 패킷 단위의 무선 데이터 통신에서는 패킷 오류율이 통신 링크의 성능을 나타내는 중요한 요소이다. 간섭과 광대역 랜덤 잡음이 존재하는 SFH 환경에서의 패킷 오류율에 대해서는 Pursley[2]등에 의해 많이 연구되어졌고 BER에 대해서는 Mortazavi[4]등에 의해 연구되어졌다. Mortazavi의 실험에서는 모의 실험 만을 하여 성능 분석을 하였다. 일반적으로 SFH 환경에서 수학적으로 BER을 구하는 것은 쉽지 않다.

본 논문에서는 랜덤 잡음과 간섭이 존재하는 채널에서 통신링크의 BER에 대한 수학적인 추정을 하였으며, 직접 랜덤 비트를 발생시켜 오류 정정을 하였을 때의 결과와 비교하였다. 오류 정정 시스템은 블록 코드 중 연집 오류에 강한 Reed-Solomon 코드를 사용하였으며, 효과를 높이기 위하여 interleaving과 SI를 사용했다. SI는 테스트 심벌을 삽입하는 방법을 통하여 얻었으며 errors-and-erasure 디코딩에 사용된다.

Section II에서는 SFH 환경에서의 오류 정정 시스템에 대한 자세한 내용을 기술한다. Section III에서는 통신 링크의 BER을 추정하는 알고리즘을 소개하고 section IV에 결과를 나타내었다.

II. SFH 시스템의 FEC

2.1 SFH 시스템에서의 채널

SFH 환경에서는 랜덤 잡음과 간섭에 의해 영향을 받게 된다. 간섭은 크게 MA 간섭과 재밍으로 나눌 수 있다. 이러한 간섭이 특정 대역에 발생하면 그 대역 내의 dwell interval에 연집 오류가 발생한다.

그림 1은 dwell interval에 발생하게 되는 hit의 패턴을 나타낸다. Case 1에 발생한 MA 간섭은 A와 B가 근접한 영역에서 통신을 할 때 f12라는 주파수를 동시

에 사용하였기 때문에 발생한다. Case 2는 재밍에 의한 hit의 발생이다. A가 f1 ~ f100 대역을 이용하고 그 때 재밍이 f20 ~ f50사이에 발생한다면 case 2에 보이는 것과 같은 형태의 hit가 존재하게 된다. 이 경우는 랜덤 하게 dwell interval에 영향을 준다.

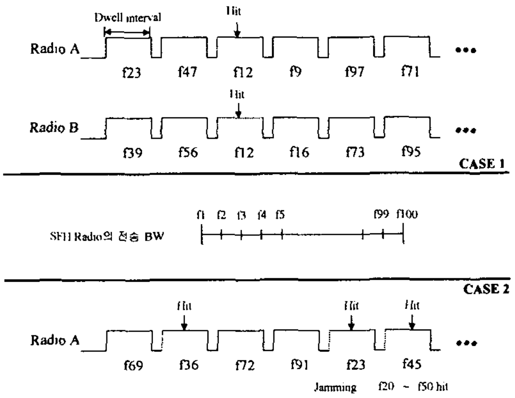

그림 1. 간섭발생 패턴. #1 다중접근 간섭, #2 재밍

2.2 SFH 시스템에서의 FEC이용

SFH 시스템은 채널에서 랜덤 오류와 연집 오류가 발생한다. 연집 오류가 발생하면 dwell interval의 BER이 0.5에 근접하게 되어 오류 정정 코드만을 이용해서는 정정이 어렵게 된다. 그러므로 연집 오류에 강한 Reed- Solomon 코드와 interleaving을 사용하고 부가적으로 SI를 이용한다[2].

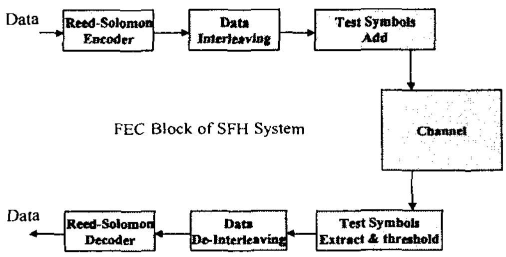

그림 2. SFH 시스템에서 사용한 FEC

그림 2는 Pursley[2]의 연구에서 사용한 FEC 시스템의 블록도이다. 입력 데이터를 Reed-Solomon 인코딩 후 interleaving을 한다. 그리고 각 dwell interval의 양끝에 테스트 심벌을 삽입하여 채널을 통해 전송한다. 이 때 삽입된 테스트 심벌을 이용하여 SI를 얻는다.

2.3 SI의 사용

SI를 사용함으로써 채널의 hit 여부를 판별할 수 있다. SI를 얻는 방법은 패러티를 이용하는 방법, 테스트 심벌을 삽입하는 방법, concatenated 코드를 이용하는 방법등 여러 가지가 있다[2]. 본 논문에서는 SI를 얻기 위한 방법 중 테스트 심벌을 사용하였다. 송신단은 약속된 테스트 심벌을 dwell interval의 양끝에 삽입하여 전송한다. 수신단에서는 전송 받은 양쪽의 테스트 심벌과 reference 패턴 사이의 오류의 수를 세어 그 양쪽 값 중 최대값을 취해 임계치를 적용하여, hit 여부를 판별한다.

SI는 errors-and-erasure 디코딩을 가능하게 하여 errors-only 디코딩을 하였을 때보다 오류에 대한 정정 능력을 향상시킨다. (n, k) Reed-Solomon 코드의 경우 errors-only 디코더를 사용하면 $t \le \lfloor (n-k)/2 \rfloor$의 정정 능력을 갖는 반면, errors-and-erasure 디코더를 사용하면 정정 능력이 $e+2t \le n-k$가 되어 최대 두 배의 심벌에 대한 정정 능력을 가질 수 있게 된다.

Perfect SI는 채널에서 일어난 hit의 완벽한 패턴을 가지고 있지만 실재 통신을 할 때 얻을 수 없기 때문에 SI에 대한 성능 지표로서 사용되어진다. 어떤 방법을 사용하여도 SI를 얻는 과정에서 오경보(false alarm)와 미탐지(miss)가 발생한다. 테스트 심벌을 사용하였을 때 오경보는 랜덤 잡음에 의해 임계치 이상의 오류가 발생하였을 때 일어나며, 미탐지는 hit에 의한 연집 오류가 테스트 심벌에 임계치 이하로 발생할 때 일어난다. 오경보는 추가 erasure를 발생시키며 미탐지는 연집 오류를 발생시키게 된다. 그러나 랜덤 잡음이 적은 상황에서는 낮은 임계치를 적용하여 perfect SI와 일치하는 SI를 얻을 수 있기 때문에 성능에 큰 영향을 미치지 않게 된다.

III. BER추정 알고리즘

본 논문에서 제안한 BER추정 알고리즘은 그림 3과 같다. 코드워드가 정정되지 못할 확률을 perfect SI를 가정하여 구하고 이 때 심벌 오류의 원인이 되는 hit와 랜덤 오류를 분리해내어 통신링크의 BER을 구한다.

SFH 시스템에서 사용한 패킷의 형태는 그림 4와 같다. 코드워드는 (n, k) Reed-Solomon 코드를 사용하며 m-bit가 하나의 심벌을 구성한다. 랜덤 잡음에 의한 비트 단위의 랜덤 오류는 p_r의 발생확률을 갖는다. 그리고 간섭에 의한 hit의 발생확률은 p_h이다. 이 때 랜덤 오류에 의해 심벌 오류가 발생할 확률은 다음과 같다.

$$p_s = 1-(1-p_r)^m \tag{1}$$

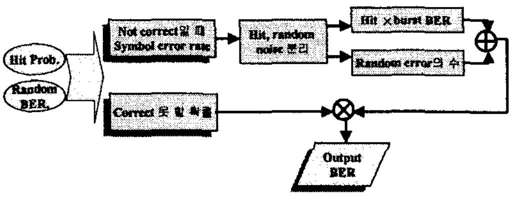

그림 3. BER의 추정 알고리즘

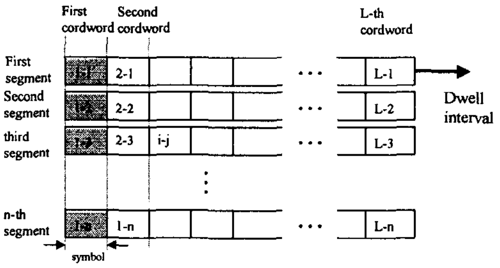

그림 4. 패킷 포맷

통신 링크의 BER을 추정하기 위해서, 먼저 코드워드가 오류에 의해 정정되지 못할 확률을 구한다. 간섭과 랜덤 잡음에 의해 심벌 오류가 발생하는 환경에서 코드워드가 정정될 확률 P_C는 다음과 같다[2, 3].

$$P_C=\sum_{j=0}^{n-k} b(n, j, p_h) \sum_{i=0}^{\min(n-j,\, n_t)} b(n-j, i, p_s) \tag{2}$$

여기서 $n_t=\lfloor \frac{n-k-j}{2} \rfloor$ 이며 i, j는 랜덤 오류와 hit의 발생 수, $b(s,t,p)=\binom{s}{t} p^t (1-p)^{s-t}$ 이다.

코드워드가 정정되지 못할 확률은 $1-P_C$ 이다. 정정되지 못한 연집 오류와 hit의 수를 알아내면 그 코드워드에 대한 BER을 얻을 수 있다. 이 때 랜덤 오류에 의한 심벌 오류 수를 x, hit에 의한 심벌오류 수를 y라 한다. Errors-and-erasure 디코더는 오류와 erasure의 수에 의해 정정 가능 여부가 판단되므로 $e = 2\times \text{error} + \text{erasure} = 2x+y$ 라 정의한다. 그리고 하나의 코드워드가 평균적으로 갖게될 e의 값을 m_e라 한다.

코드워드가 정정 불가능하다는 조건($e\geq n-k$)에서 $e=u$일 확률은 다음과 같다.

$$P(e=u \mid e\geq n-k) = \frac{P(e=u)}{P(e\geq n-k)} \tag{3}$$

여기서 $P(e=u)$ 의 값은 n개의 심벌 중 y개의 hit가 발생할 확률과 나머지 n-y개의 심벌 중 x개의 오류가 발생할 확률을 이용하여 구해지며 $u = 2x+y$일 때 다음과 같이 된다.

$$\sum_{x=0}^{\lfloor u/2 \rfloor} b(n, u-2x, p_h) b(n-u+2x, x, p_s) \tag{4}$$

여기서 hit가 발생한 심벌은 랜덤 오류를 고려할 필요가 없다. 왜냐하면 연집 오류가 발생한 심벌은 우선적으로 erasure 처리되기 때문이다.

식 (3)은 코드워드에 심벌 오류가 u개 발생하여 정정 불가능하게 될 확률이다. 그러므로 m_e를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$m_e=E[e \mid e\geq n-k]=\sum_{i=n-k+1}^{n} iP(e=i \mid e\geq n-k) \tag{5}$$

또한 m_e는 다음과 같이 x와 y의 기대치에 관한 식으로 나타낼 수 있다.

$$m_e = E[2x+y] = 2m_x + m_y \tag{6}$$

또 다른 m_x와 m_y의 관계식은 랜덤 오류와 hit의 발생 비율을 고려하여 구할 수 있다. 랜덤 오류와 hit의 발생확률은 p_r과 p_h이지만 각각 비트와 심벌 단위로 발생하므로 다음과 같은 관계를 갖게 된다.

$$m_x : m_y = m(n-np_h)p_r : np_h$$
$$\Rightarrow m_x=\frac{mp_r(1-p_h)}{p_h} m_y \tag{7}$$

이때 랜덤 오류에 의해 심벌이 갖게 될 평균 비트 오류는 m_{br}이 되며 hit에 의해 하나의 심벌이 갖게 될 평균 비트 오류 수는 m_{bh}가 된다.

$$m_{br}=\sum_{i=1}^{m} i\times b(m, i, p_r)$$
$$m_{bh}=m\times \text{burst error rate} \tag{8}$$

식 (6)과 (7)을 이용하면 코드워드가 정정되지 않았을 때의 m_x와 m_y를 구할 수 있다. 그리고 식 (8)을 고려하면 통신 링크의 BER은 다음과 같다.

$$\text{BER}=(1-P_C)\frac{m_x m_{br}+m_y m_{bh}}{nm} \tag{9}$$

IV. 결과

본 논문에서는 BER의 수학적인 추정치를 perfect SI를 가정하고 계산하였으며 그 결과를 비교하기 위해 MATLAB을 사용하여 랜덤 데이터에 대한 FEC를 수행하는 모의실험을 하였다. 모의실험은 테스트 심벌을 분석하여 얻은 SI를 사용하여 하였다. 또한 테스트 심벌을 분석하여 구한 SI의 성능을 알아보기 위해 perfect SI를 사용한 모의실험을 하여, 두 결과를 비교하였다. 실험에 사용한 Reed-Solomon 코드는 (25, 18), (25, 9), (31, 24), (31, 12)이며 본 논문에는 (25, 18)코드를 사용하였을 때의 결과만 나타내었다.

4.1 추정 결과

그림 5는 본 논문에서 제안한 BER 추정 결과와 perfect SI를 사용한 모의실험 결과를 비교한 것이다. Reed-Solomon 코드는 (25, 18) 코드를 사용하였으며 랜덤 오류율이 각각 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}일 때 hit율에 따른 BER을 구하였다. 이 때 hit가 일어난 dwell interval에는 0.5의 연집 오류율을 적용했다. 추정결과에서의 결과는 모의실험 결과의 최소 성능 한도를 나타낸다.

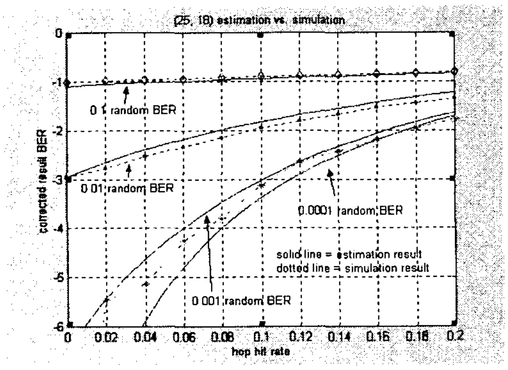

그림 5. (25, 18) 추정 vs. 모의실험 결과

4.2 모의실험 결과

그림 6은 perfect SI를 가정하였을 때의 성능과 SI를 테스트 심벌로부터 얻은 경우의 성능을 비교한 것이다. 이 때 Reed-Solomon 코드는 (25, 18)코드를 사용하였고 테스트 심벌의 임계치로 1.5를 사용하였다. 랜덤 오류율이 10^{-3}이하인 경우 두 경우의 성능이 거의 일치하며 10^{-2}의 경우 약간의 오차가 발생한다. 이것은 테스트 심벌을 분석할 때 1.5가 최적의 임계치가 아니기 때문이다. 임계치를 2.5로 한다면 10^{-2}에서 일치하는 결과를 얻게 된다.

V. 결론

본 논문에서는 채널에서의 간섭과 랜덤 잡음의 발생을 분리해내는 방법을 사용하여 통신 링크상의 BER을 추정하였다. 그리고 테스트 심벌을 이용하여 SI를 얻어 모의실험을 하였으며 그 결과 perfect SI를 사용하였을 때와 근접한 성능을 얻을 수 있음을 알았다. 본 논문에서 제안한 추정 방법은 모의실험 결과의 최소 성능 한도를 나타낸다. 랜덤 잡음에 따라 최적의 임계치가 바뀔 수 있지만 낮은 랜덤 오류율을 갖는 채널에서는 SI 임계치를 적용한 결과가 perfect SI를 사용하였을 때와 일치하였다. 그러므로 제안하는 추정방법을 사용하여 여러 통신 환경에서 오류 정정 시스템의 성능을 쉽게 비교할 수 있다.

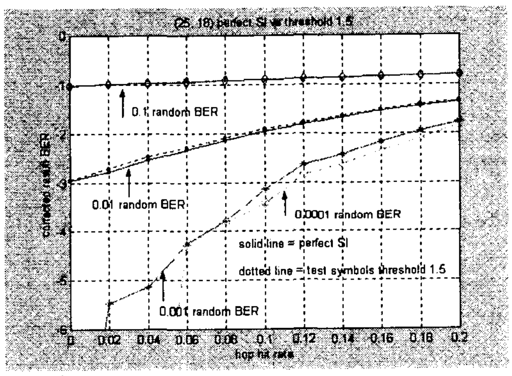

그림 6. (25, 18) perfect SI vs. 임계치 1.5

References

[1] Hamilton B.J, "SIP SPECIFIC RADIO IMPROVEMENTS", Tactical Communications Conference. IEEE, 1996. Page 397 -406.

[2] Pursley, M.B, "New Approaches for Error Correction in Frequency-Hop Spread-Spectrum Receivers", ISSTA 92. IEEE, Page 3-10.

[3] Pursley, M.B, "Tradeoffs in concatenated coding for frequency-hop packet radio with partial-band interference", MILCOM '92, IEEE. Page 125-129.

[4] Mortazavi S.H, "Bit Error Simulation of DQPSK for a Slow Frequency Hopping CDMA System in Mobile Radio Communications", PIMRC'95. IEEE, Page 183 -187.