

## 스트로크 포화를 고려한 직렬 복합형 감쇠기의 비선형 제어 Nonlinear Control of Cascade Hybrid Mass Dampers considering Stroke Saturation

민경원\* 황성호\*\* 김성준\*\* 호경찬\*\*\* 김인수\*\*\*\*  
Min, Kyung-Won Hwang, Seong-Ho Kim, Sung-Choon Ho, Kyoung-Chan Kim, In-Soo

### ABSTRACT

Hybrid mass dampers consist of passive tuned mass dampers and active mass dampers. They have the advantage that passive tuned mass dampers are still operated even when active mass dampers are stopped by excessive disturbances or power failure. This paper begins first with the comparative analysis of tuned mass dampers, hybrid mass dampers, and active mass dampers. Next more detailed study is carried out on the hybrid mass dampers: cascade hybrid mass dampers (CHMD) and active tuned mass dampers (ATMD). CHMD is regarded as more reasonable device because of its lighter active mass than ATMD's. However CHMD can not neglect stroke saturation problem caused by the length limitation of active damper mass. We compensate the saturation problem with nonlinear restoring force. The restoring force is calculated based on the states and phases of active mass dampers and added to the control force. It is shown that the presented compensation method prevents CHMD from saturation behavior without apparent changes of control force and responses compared to those in case of not considering the saturation problem.

### 1. 서 론

진동제어 방식에는 크게 수동제진 방식과 능동제진 방식으로 나눌 수 있다. 수동제진 방식은 구조물에 인위적으로 감쇠를 증가시켜 입력에너지를 소산시키는 방식과 구조물에 추가 질량을 설치하여 외부하중의 에너지를 구조물이 아닌 동조된 추가 질량이 흡수하는 방식이 있으나 이러한 방식들은 설치 및 유지에 관한 비용이 능동제진 방식보다는 저렴하지만 제진효과는 낮은 단점이 있다. 능동제진 방식은 별도의 동력기를 이용한 방식으로 제어성능은 뛰어나지만 전원 공급이 갑자기 중단될 경우에는 제어 장치의 관성력이 건물에 충격력으로 작용하여 구조물의 안정성을 해지며 정지 후에는 제진을 하지 못하는 단점이 있다. 따라서 이 두 가지 방식의 장점을 결합한 복합형 제어장치에 대한 연구가 활발하다.<sup>1),2)</sup> 복합형 제어장치에는 복합형 질량 감쇠기, 복합형 지반분리

\* 인천대학교 건축공학과 교수, 공학박사

\*\* 인천대학교 대학원 건축공학과 석사과정

\*\*\* 인천대학교 대학원 건축공학과 석사

\*\*\*\* 유일 산업 연구소 연구원

시스템, 준 능동 감쇠기 등이 있으나 본 논문에서는 복합형 질량 감쇠기(Hybrid Mass Damper 이하 HMD)만 다루기로 한다. HMD는 수동 감쇠기와 능동 감쇠기를 조합한 감쇠기로써 항시 수동 감쇠기에 의해 건물의 응답을 감소시키면서 능동 감쇠기 작동에 의한 수동 감쇠기의 제어효과를 증진시키는 장치이다. HMD모델링에는 크게 능동 동조 질량 감쇠기(Active Tuned Mass Damper 이하 ATMD)와 직렬 복합형 질량 감쇠기(Cascade Hybrid Mass Damper 이하 CHMD)가 있다.<sup>3)</sup> ATMD는 동력원이 건물 바로 위에 설치되어 건물에 제어력을 직접 전달하는 방식으로 능동모드 작동시 큰 질량체가 움직이므로 커다란 동력원을 가진 모터가 필요할 뿐만 아니라 마찰력으로 손실되는 양이 많다. 또한 능동모드 급정지시 건물에 미치는 역효과가 CHMD에 비해 크다. CHMD는 동력원이 동조 질량 감쇠기(Tuned Mass Damper 이하 TMD) 위에 설치되어 제어력을 TMD에 전달하는 방식으로써 능동모드 작동시 ATMD의 능동모드 질량체보다는 작은 질량체가 움직이므로 ATMD의 단점들을 보완 할 수가 있다. 그러나 CHMD의 능동모드 질량체가 ATMD의 능동모드 질량체보다 작기 때문에 지진력이 커질수록 능동 질량 감쇠기(Active Mass Damper 이하 AMD)의 이동거리인 스트로크(Stroke)가 증가하게 된다. 이는 건물에 설치되어야 하는 AMD가 건물 공간에 제약을 받기 때문에 스트로크 포화현상이 발생하게 된다. 스트로크 포화<sup>4)</sup>는 건물에 다른 충격력으로 작용하고 AMD에는 기계적 손상을 가져다주므로 보상을 해주어야 한다. 보상 방법으로는 AMD질량체를 증가시키는 방법과 제어력을 작게 하는 방법이 있다. 전자는 구조물에 구조적 문제를 야기 시킬 수 있으며 ATMD와 같은 문제점들이 발생하므로 후자의 방법을 사용한다. 제어력은 구조물의 변위, 속도로 구성된 상태변수가 증가하면 선형 피드백 루프의 원리에 의해 제어력도 증가하게 된다. 하지만 스트로크 포화를 보상하게되면 스트로크 포화가 발생하기 전에 반대방향으로 다른 힘을 가하여 제한된 스트로크 범위 안에서 AMD가 작동하게 된다. 여기서 말하는 다른 힘을 복원력이라 하며 복원력으로 인하여 실제 건물에 작용되는 제어력은 구조물의 변위, 속도에 선형적 관계를 가진 제어력이 아닌 비선형적 관계의 제어력이 작용하게 된다. 따라서 이러한 비선형제어 이론에 바탕을 둔 보상기법을 이용하여 수동모드의 질량과 능동모드의 질량과의 최적비를 설계한 뒤 그에 따른 구조물의 응답 변화를 비교 분석하였다.

## 2. 해석 모델

### 2.1. 복합형 질량 감쇠기의 복소진동수 응답함수

본 논문에서의 모델은 그림 1과 같이 단자유도 구조물 위에 TMD를 설치하고 그 위에 다시 AMD를 설치하였다. 이 시스템의 운동방정식은 다음 식(1),(2)와 같다.

$$m_1(\ddot{y}_1 + \ddot{x}_g) + c_1\dot{y}_1 + k_1y_1 - c_2\dot{y}_2 - k_2y_2 = 0 \quad (1)$$

$$m_2(\ddot{y}_2 + \ddot{x}_g) + c_2\dot{y}_2 + k_2y_2 = u = -[g_1 \ g_2 \ g_3 \ g_4] \times [y_1 \ y_2 \ \dot{y}_1 \ \dot{y}_2]^T \quad (2)$$

$m_1, m_2, c_1, c_2, k_1, k_2$ 는 각각 건물과 TMD의 질량, 감쇠, 강성이다.  $x_g, y_1, y_2, u$ 는 지반의 절대변위, 1층과 TMD의 상대변위, 제어력이다.  $g_1, g_2, g_3, g_4$ 는 LQR 알고리듬을 이용하여 구한 제어이득이다. TMD 설계는 식(3)과 같이 Den Hartog의 식<sup>5)</sup>을 적용하여 설계하였다.

$$\xi_d = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \quad f_d = \frac{1}{1+\mu} \times f_s \quad (3)$$

$\mu$ ,  $f_s$ ,  $f_d$ ,  $\xi_d$ 는 각각 건물과 TMD의 질량비, 건물과 TMD의 고유주파수, TMD의 감쇠비이다.

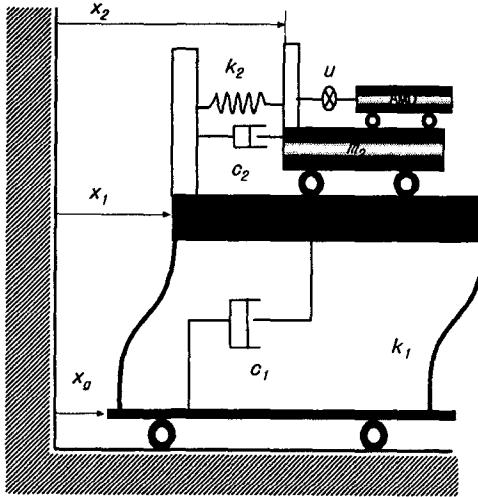


그림 1 해석 모델

외부 하중  $\ddot{x}_g$ 를  $e^{i\omega t}$ 로 치환하여 식(4)와 같이 지반가속도에 대한 제어이득이 포함된 1층 상대변위의 진동수 응답함수  $H_{y1}(w)$ 를 구할 수 있다.

$$H_{y1}(w) = \frac{w^2 m_1 m_2 - iw(m_1 c_2 + m_1 g_4 + m_2 c_2) - (m_1 k_2 + m_1 g_2 + m_2 k_2)}{D} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} D = & w^4 m_1 m_2 - iw^3 (m_1 c_2 + c_1 m_2 + m_2 c_2 + m_1 g_4) \\ & - w^2 (m_1 k_2 + c_1 c_2 + k_1 m_2 + m_2 k_2 + m_1 g_2 + c_1 g_4 + c_2 g_3) \\ & + iw(c_1 k_2 + k_1 c_2 + c_1 g_2 + k_1 g_4 + k_2 g_3 + c_2 g_1) + k_1 k_2 + k_1 g_2 + k_2 g_1 \end{aligned}$$

이러한 진동수 응답함수  $H_{y1}(w)$ 와 지반진동의 스펙트럼 밀도함수  $S_0$ 를 이용하여 평균응답을 구할 수 있다. 건물응답의 주파수 특성은 협대역(narrow band)의 성질을 나타내므로  $S_0$ 를 상수로 가정 할 수 있어 다음식과 같이 평균응답을 나타낼 수 있으며 적분을 통하여 수식적인 정해를 얻을 수 있다.<sup>6)</sup>

$$E[y_1^2] = S_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H_{y1}(w)|^2 dw \quad (5)$$

## 2.2. 포화 보상 함수의 상태 방정식

스트로크 포화를 보상하기 위해서 구조물의 변위, 속도 응답에 비례적으로 발생되는 제어력에 임의의 반대방향의 힘 즉 복원력  $f_{res}(t)$ 을 가하여 AMD의 스트로크 제한 범위를 넘어가지 않도록 하

여야 한다. 따라서 실제 구조물에 전달되는 제어력은 구조물 응답에 비례하는 선형적인 제어력이 아니고 비선형적 제어력이 작용하게 된다. 따라서 식(1),(2)와 같은 일반적인 미분방정식을 식(6)과 같이 상태방정식으로 변환할 때 복원력이 첨가된다.

$$\dot{z}(t) = Az(t) + B(u(t) + f_{res}(t)) + Hf(t), \quad z(0) = 0 \quad (6)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -w_1^2 & w_2^2\mu & -2\xi_1w_1 & 2\xi_2w_2\mu \\ w_1^2 & -w_2^2(1+\mu) & 2\xi_1w_1 & -2\xi_2w_2(1+\mu) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/m_2 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad z(t) = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix}$$

$A, B, H$ 는 각각 시스템행렬, 제어력 및 의란의 위치행렬을 나타내며,  $w_1, w_2, \xi_1, \xi_2, \mu$ 는 각각 전물과 TMD의 고유 각속도와 감쇠비 그리고 전물 질량에 대한 TMD의 질량비이다. 또한  $z(t)$ ,  $u(t)$ ,  $f(t)$ 는 각각 상대변위, LQR알고리듬에 의한 제어력, 지반가속도 벡터이며  $f_{res}(t)$ 는 복원력으로 식(7)의 원리에 의하여 복원력이 생성된다.

$$f_{res}(t) = -K\dot{y}_{amd}|y_{amd}|\delta \quad (7)$$

$$\delta = \begin{cases} 0 & sign(y_{amd}) \times sign(\dot{y}_{amd}) \leq 0 \\ 1 & sign(y_{amd}) \times sign(\dot{y}_{amd}) > 0 \end{cases}, \quad K = \begin{cases} 0 & |y_{amd}| < d/2 \\ \text{설계상수} & |y_{amd}| \geq d/2 \end{cases}$$

$\delta$ 는 AMD의 위상을 결정하는 함수로써 AMD의 속도와 변위의 부호가 같으면 AMD가 제한 스트로크 방향으로 이동한다는 의미이므로 포화의 위험성이 있기 때문에 복원력이 발생하게 된다.  $d$ 는 AMD가 움직일 수 있는 최대 거리이다.  $K$ 는 AMD의 위상에 의해 제어력이 발생되더라도 최대 움직일 수 있는 거리의 절반이하에서는 복원력이 필요 없고 절반 이상부터는 스트로크 포화의 위험성이 있음으로 복원력을 발생시키는 함수이다. 설계상수는 실행착오의 과정을 통하여 외부하중의 크기를 예측하여 적당한 상수를 정한다.<sup>7)</sup>

### 3. 각 감쇠기의 성능 비교

그림 2와 3은 PGA 0.34g El Centro 지진파를 단자유도 건물에 가하여 비제어시, TMD, AMD, ATMD, CHMD를 설치했을 경우의 각각의 감쇠기 모델에 대한 1층 변위응답과 제어력의 결과로 모델의 특성을 파악할 수 있다. 모델별 응답의 차이를 객관적으로 분석하기 위하여 TMD 질량과

응답 및 제어력에 관한 가중합수를 동일하게 설정하였다. 해석결과 표 1에서와 같이 1층 변위응답의 평균치의 크기 순서는 비제어시>TMD>CHMD>ATMD>AMD의 순서로 나타났고 제어력은 AMD의 제어력이 가장 크다. 능동제어를 하는 모델만 비교해 보면 건물 평균응답은 거의 비슷한 결과이지만 제어력 평균치는 복합형 모델들이 AMD보다 더 작다. 그 이유는 복합형 감쇠기들은 항상 수동 감쇠기가 작동을 하고 있어서 적은 제어력으로도 AMD와 비슷한 건물 제어를 하기 때문이다. 또한 고유주파수는 AMD의 경우 비제어시의 건물 주파수와 비슷하였으나 TMD는 부가질량체의 추가로 인하여 낮아졌으며 CHMD와 ATMD는 능동모드의 질량체로 인하여 더욱 낮아진 것을 확인할 수 있다. 또한 감쇠비는 ATMD의 경우 18.8%로 가장 커서 응답의 제어 효과가 가장 좋음을 알 수가 있다.

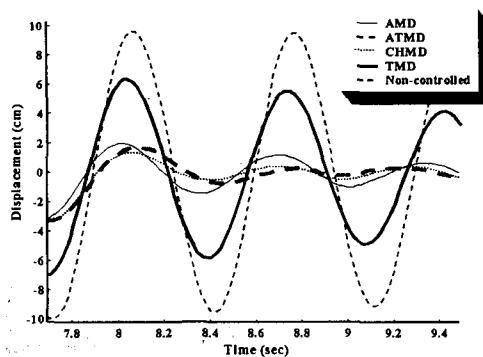


그림 2 모델별 1층 건물 응답

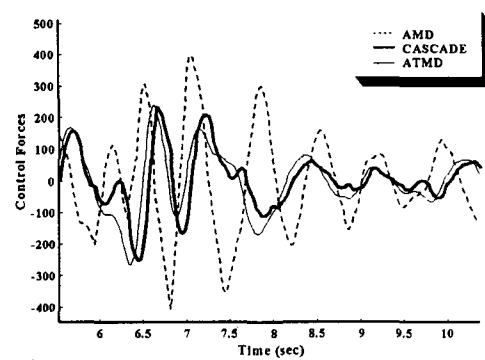


그림 3 모델별 제어력

표 1 모델별 건물의 평균응답 비교

모델 구분		Non-controlled	TMD	AMD	CHMD	ATMD
1층 변위	평균	0.1878	0.1053	0.0473	0.0551	0.0515
	평균 비	3.97	2.23	1	1.17	1.09
제어력	평균	-	-	4.82	4.02	3.04
	평균 비	-	-	1	0.83	0.63
고유 주파수 (Hz)		1.42	1.35	1.45	1.17	1.16
감쇠비 (%)		1	3.47	14.78	13.66	18.8

위의 내용은 능동모드가 연속 작동할 경우이지만 실제 제어시에는 그림 4와 같이 정전이나 제어기 고장 등으로 인해 급정지할 수가 있다. 제어기가 10초부터 급정지했을 경우의 모델별 건물 변위응답이 그림 5에 나타나 있다. 10초 이후에는 AMD가 TMD보다 좋지 않은 결과를 보이지만 복합형 제어기는 전 구간에서 제어 효과를 발휘하고 있어 수동모드의 제어가 이루어짐을 알 수가 있다. 그림 6은 시간영역에서의 결과를 전달함수로 분석한 내용으로써 AMD의 경우는 비제어시와 거의 동일한 응답을 보이고 있으나 다른 모델들은 수동 감쇠기의 영향으로 응답이 작아지는 걸 알 수가 있다. 표 2에서 제어기의 연속 작동에 대한 급정지시의 건물 평균응답의 비를 보면 복합

형 제어기들은 급격한 응답변화가 없는 안정된 결과를 보이나 AMD는 3배정도의 증가량을 보이고 있다.

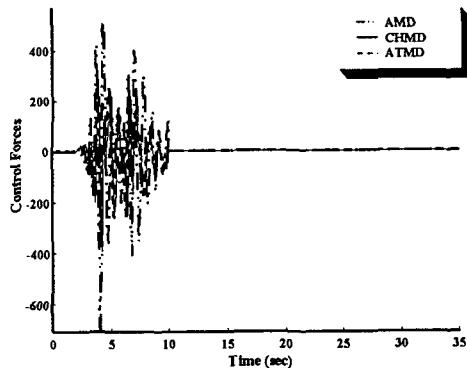


그림 4 급정지시의 제어력

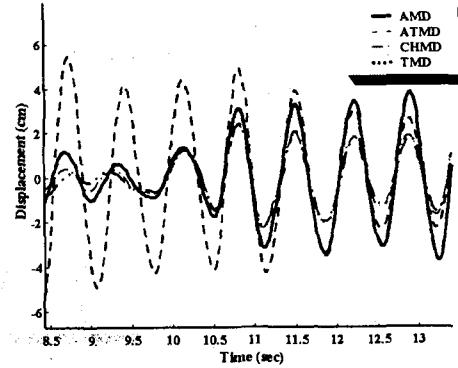
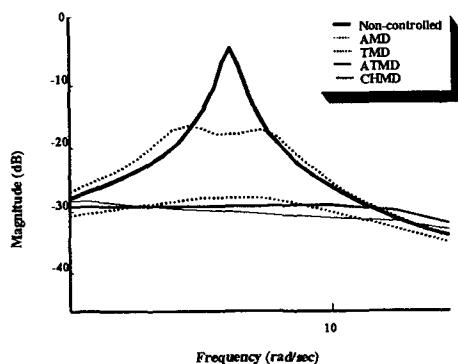
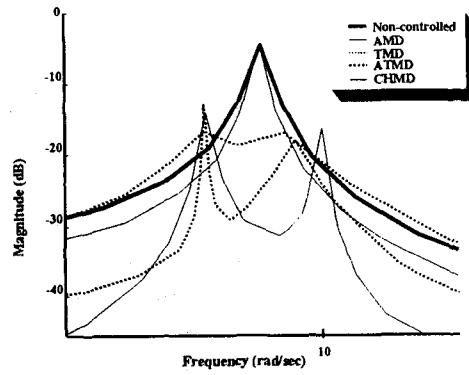


그림 5 1층 건물의 변위 응답



연속 작동



중간 정지

그림 6 연속 작동시와 급정지 상황 발생시의 건물 변위 전달함수 비교

표 2 모델별 건물의 평균응답 비교

구분	모델	Non-controlled	TMD	AMD	CHMD	ATMD
1층 변위 평균 응답	연속 작동시 : a	0.1878	0.1053	0.0473	0.0551	0.0515
	중간 정지시 : b	0.1878	0.1053	0.1503	0.0720	0.0805
	평균응답 비 : b/a	1	1	3.18	1.31	1.56

다음은 특정 지진파가 아닌 모든 주파수 성분을 가진 백색 잡음을 입력으로 하여 복합형 제어기인 CHMD와 ATMD의 제어성능을 비교 구하기로 한다. 모델링 차이에 의해 ATMD의 능동모드

질량체는 건물의 1%정도이고 CHMD의 능동모드 질량체는 건물의 0.1%이하에서 보통 설계된다. 따라서 ATMD의 능동모드 질량체가 CHMD에 비해 10배 이상으로 크므로 그림 7과 같이 10초에서의 급정지시 제어기 질량의 차이에 의한 관성력 차이로 인하여 ATMD가 CHMD보다 10초 이후 약 5초간은 변위응답이 더 증가하는 결과를 보이고 있으며 그 이후에는 동일한 건물응답을 보인다. 그림 8은 TMD의 이력거리를 보여주고 있는데 급정지 전에는 ATMD가 가장 크게 나타나고 그 이후에는 동일하게 된다. 그림 9는 AMD의 스트로크를 비교한 내용이다. 스트로크는 CHMD가 더 크게 나타나고 있지만 스트로크는 보상기법을 사용하여 조절이 가능하다.

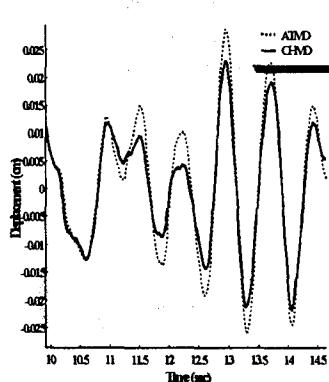


그림 7 1층 변위 응답

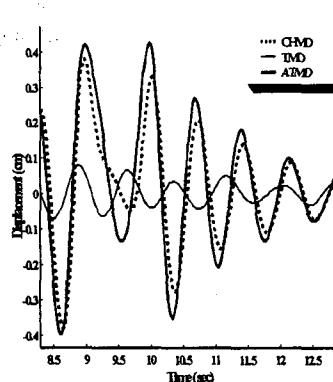


그림 8 TMD 이력 거리

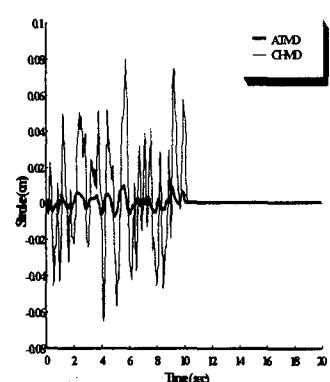


그림 9 AMD 스트로크

수동모드의 최적 질량 설계<sup>12)</sup> 식(3)에 의해 구할 수 있고 능동모드의 최적질량은 식(5)에서 능동모드의 질량치를 변화시켜 구할 수 있다. 그림 10은 CHMD모델을 이용하여 단자유도 건물에 TMD를 설계한 후 비제어시 능동모드 질량에 따른 건물의 변위 응답을 능동모드 질량이 없을 때의 변위 응답으로 나누어 비교한 것이다. 능동모드 질량체가 수동모드 질량체의 3.2%일 때가 응답이 가장 작게 나타나므로 이때의 질량값이 능동모드 질량체의 최적 질량이 된다.

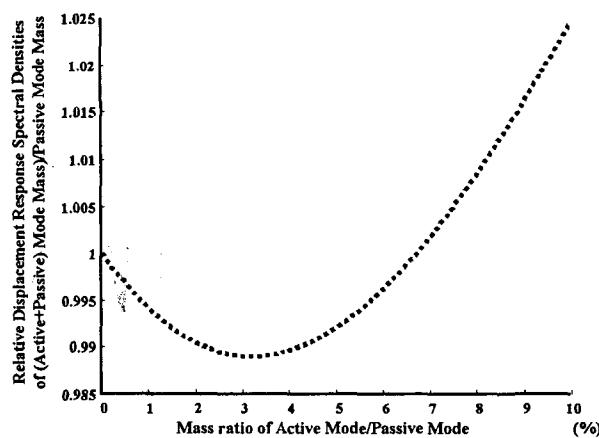


그림 10 1층 건물의 변위 응답

CHMD는 대부분의 사항에서 장점을 보이나 능동 질량체의 스트로크 면에서는 가장 큰 단점을 보이고 있다. 본 논문에서는 그러한 단점을 Linder가 제안한 비선형 보상식을 이용하여 보완하였다.<sup>7)</sup> 그림 11은 식(7)과 같이 스트로크 제한길이를 20cm로 하고 스트로크를 감소시켜주기 위한 복원력이 생성되는 시점을 제한 길이의 1/2 즉 10cm로 설정하였을 때 10cm이상부터는 복원력으로 인하여 20cm를 넘지 않으려는 현상을 보여주고 있다. 그림 12는 보상에 따른 AMD의 속도와 스트로크의 관계를 보여준다. 스트로크와 속도가 20cm사이에서 비선형적 제어력 작용으로 인하여 보상 전파는 매우 다른 특성을 보이고 있다. 그림 13은 보상 후에 변위 응답이 조금 커지는 현상을 알 수가 있는데 이유는 그림 14에서처럼 건물 변위, 속도응답의 선형비례에 의해 계산된 제어력에 보상을 위한 반대방향의 복원력으로 인하여 실제 건물에 전달되는 제어력이 작아지기 때문이다. 또한 그림 13과 14에서 선형 제어라면 건물 응답이 커지면 제어력도 커져야 하는데 반대로 제어력이 더 작아지는 현상을 알 수가 있다. 그림 15는 AMD의 가속도와 제어력을 보여주는 그림으로써 보상 전 선형관계에서 보상 후 비선형 관계식으로 바뀌는 현상을 보여주고 있다. 이는 복원력에 의한 제어가 비선형제어임을 명확히 보여준다.

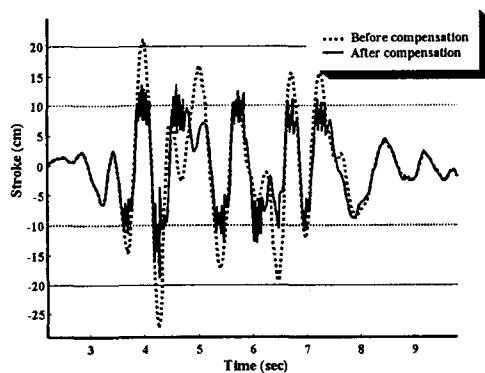


그림 11 AMD 스트로크

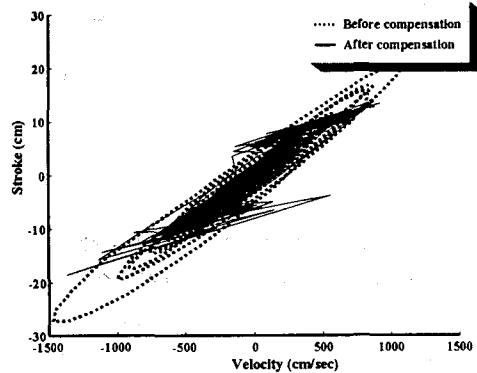


그림 12 AMD 속도와 변위

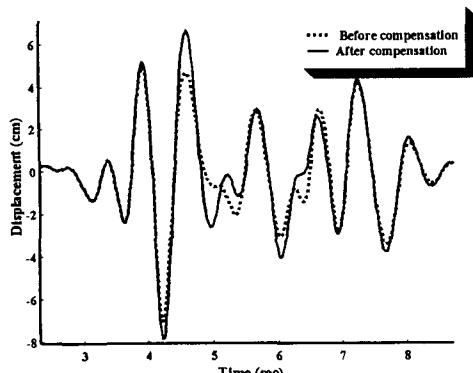


그림 13 건물의 변위 응답

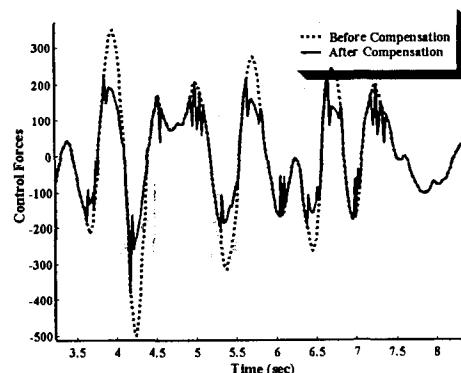


그림 14 제어력

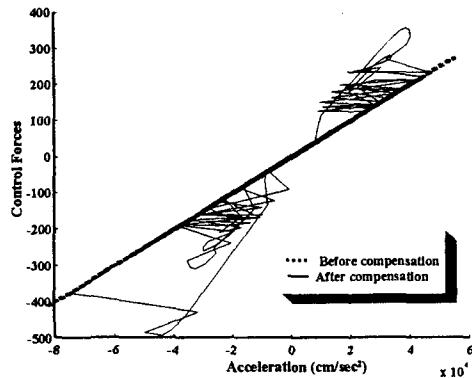


그림 15 AMD의 가속도와 제어력

#### 4. 결론

본 논문에서는 동조 질량 감쇠기, 능동 질량 감쇠기 그리고 복합형 질량 감쇠기의 제어 성능 및 능동모드의 중단 시 제어의 문제점들에 관하여 분석하였다. 능동형 감쇠기는 능동모드로만 구성되어 있기 때문에 능동모드 중단 시 제어가 되지 않아 감쇠기들 중 가장 좋지 않은 응답을 보여주었다. 반면 복합형 감쇠기는 수동 감쇠기의 작동으로 인하여 계속적으로 제어가 이루어지는 것을 알 수 있었다. 능동모드에서 수동모드로 작동될 경우에는 능동 질량체가 가벼운 직렬 복합형 질량 감쇠기가 가장 효과적으로 나타났다. 직렬 복합형 감쇠기의 수동모드 질량은 TMD 설계의 원리를 적용하고 능동모드 질량은 수동 및 능동 질량비에 따른 변위 평균응답을 분석하여 최적의 값을 유도하였다. 또한 능동모드 질량체의 스트로크는 최대 이동거리에 근접할 경우 복원력을 가하여 제한범위를 초과하지 않도록 보상하였다. 이러한 복원력을 제어력에 포함되게 조정하였으며, 스트로크 보상에 따라 제어력이 감소되어 구조물 응답과는 비례하지 않게 제어력이 산출되는 비선형 제어기법임을 알 수 있다. 그리고 제어효과는 크게 변화가 없는 것을 알 수 있어 보상기법이 적절함을 알 수가 있었다.

#### 감사의 글

본 연구는 산.학.연 공동기술개발 캠퍼스사업 일환으로 수행되었으며, 유일산업(주)의 연구비 지원에 대해서 감사의 뜻을 전합니다.

#### 참고 문헌

- 1) Nagashima, I. and Shinozaki, Y., "Variable gain feedback control technique of active mass damper and its application to hybrid structural control", *Earthquake Engng. Struct. Dyn.*, Vol. 26, 1997, pp. 815~838.
- 2) 고현후, 박관순, 박원석, "복합형 질량 감쇠기의 운동거리를 고려한 능동제어 시스템의 최적설계", 한국지진공학회 학술발표대회 논문집, Vol. 3, No. 1, 1999. 3, pp. 196~201
- 3) Watanabe, T. and Yoshida, K., "Control Characteristics and Optimal Design of Cascade

Hybrid Active Dynamic Vibration Absorber", *Proc. 3rd Int. Conf. on Motion and Vibration Control*, 1996, pp. 303~308.

- 4) Linder, D. K., Zvonar, G. A., and Borojevic, D., "Nonlinear Control of a Proof-Mass Actuator", *Journal of guidance, control and dynamics*, Vol. 20, No. 3, 1997
- 5) J. P. Den Hartog, *Mechanical Vibrations*, 4th edn, McGraw-Hill, New York, 1956.
- 6) Stephen, H. C. and William, D. M., "Random Vibration in Mechanical Systems", Academic Press Inc., New York, 1963.
- 7) 구정모, "능동질량 감쇠기의 포화 효과 보상 기법에 관한 연구", 서울대학교 대학원 건축학과 공학석사학위논문, 1999년 2월